F 1130/3

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

3

SERIA MECANICĂ

TOMUL XLIII NUMĂRUL 1 ANUL 1981
IANUARIE–MARTIE

1981

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL : Academician *Radu Voinea*

MEMBRII : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct) ; Conf. dr. ing. *Cornel Berbente* ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin* (secretar științific) ; Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu* ; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* ; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan* ; Prof. dr. ing. *Octavian Floarea* ; Prof. dr. ing. *Julieta Florea* ; Prof. dr. ing. *Nicolae Geru* ; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* ; Prof. dr. *Ion Grădișteanu* ; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan* ; Prof. ing. *Jean Moncea* ; Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu* ; Prof. dr. docent ing. *Florea Oprea* ; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean* ; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu* ; Prof. dr. ing. *Ion Popescu* ; Conf. dr. ing. *Mircea Radeș* ; Prof. dr. ing. *Marin Rădoi* ; Conf. dr. ing. *Sorin Roșca* ; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu* ; Prof. dr. *Octavian Stănășilă* ; Prof. dr. ing. *Voicu Tache* ; Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu* ; Prof. dr. docent ing. *Andrei Țugulea* ; Prof. dr. ing. *Silvia Vacu* ; Prof. dr. docent *Rodica Vîlcu*.

Editor : Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București.
Splaiul Independenței 313, **Tel. 31.40.10. România, Căsuța poștală 2356**
TELEX : 14.490 PIBUH

Readers from abroad can get subscriptions for this newspaper trough ILEXIM import-export press, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMANIA

MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT

Sumar

MATEMATICĂ

Elena Tănăsescu, Al. Dănescu, St. Petrescu

Maximul intensităţii şi al fluxului energiei radiante în atmosfera solară. Densitatea maximă a energiei solare pe teritoriul R.S. România 3

MECANICĂ

R. Voinea, F. Simion

Determinarea amplitudinilor vibraţiilor subansamblelor principale ale unei maşini unelte 9

Şt. Staicu

Choc du solide soumis aux liaisons 19

Gh. Drăgănoiu

O definire matricială a vectorului viteză unghiulară 29

MECANICĂ FINĂ

T. Demian, D. Tudor, I. Stiharu

Realizarea unor noi materiale cu mase plastice pentru lagăre din construcţia de aparate 33

Gh. Diaconescu, D. Donţu

Unele aspecte privind microsudura cu laser a lamelelor metalice 39

BIOTEHNOLOGIE

M. Nicu, Silvia Nicu

Model matematic general pentru studiul evoluţiei şi conceptului terapeutic al unei leziuni de tip inflamator 45

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

Gh. Zătreanu, C. Silvestru

Steaua manivelelor şi unghiul dintre liniile de cilindri la motoarele în V în patru timpi cu aprinderi uniform repartizate 49

N. Negurescu, C. Pană, G. M. Popa

Unele consideraţii privind utilizarea hidrogenului la motorul cu aprindere prin scînteie 61

S. Minculescu, D. Taraza

Calculul procesului de schimb de gaze la motoarele în 4 timpi, cu admisie normală 65

AERONAVE

V. Stanciu

O metodă de calcul analitic al caracteristicii de turaţie a motoarelor turboreactoare 79

TEHNOLOGIA CONSTRUCŢIEI DE MAŞINI

D. Stanomir, Gh. Csapo

Resonance Phenomena in Lossy Magnetostrictive Transducers. Part II. Power Operation of Magnetostrictive Transducers 85

F. Drăgănescu, Gh. Sindilă, Gh. Zgură

Studiul influenţei jocului dintre poanson şi placa activă asupra calităţii pieselor ştanţate 93

UTILAJ CHIMIC

R. Iatan

Consideraţii asupra calculului flanşelor inelare sudate, în faza de montaj 101

Summary

MATHEMATICS

Elena Tănăsescu, Al. Dănescu, St. Petrescu
The Maxim Intensity and the Maxim Flux of the Radiante Energy in the Solar Atmosphere. Maxim Density of the Solar Energy in Our Country . . . 3

MECHANICS

R. Voinea, F. Simion
Vibrations Amplitudes Test for Main Units of a Machine-Tool 9

St. Staicu
The Solide Collision Submissive on Couplings 19

Gh. Drăgănoiu
A Matricial Definition of the Vector of Angular Velocity 29

PRECISION MECHANICS

T. Demian, D. Tudor, I. Stiharu
New Materials for Precision Mechanics Bearings 33

Gh. Diaconescu, O. Donţu
Some Aspects about Microwelding of Mettalic Blades 39

BIOTECHNOLOGY

M. Nicu, Silvia Nicu
Mathematical Model for the Study of the Evolution and of the Therapeutical Concept of an Inflammatory Lesion 45

INTERNAL COMBUSTION ENGINES

Gh. Zătreanu, C. Silvestru
The Crank-Angular Arrangement and the Angle of the Cylinder Banks at the Four Stroke V Form Engines with Uniform Distributed Ignitions . . 49

S. Minculescu, D. Taraza
The Calculation of the Cylinder Gas-Exchange Process for Four Stroke Internal Combustion Engines with Natural Admission 65

AIRSHIPS

V. Stanciu
A Method of Analytic Calculation of the Turbo-jet Engines Characteristics versus Rotation 79

BUILDING MACHINES

D. Stanomir, Gh. Csapo
Resonance Phenomena in Lossy Magnetostrictive Transducers. Part II. Power Operation of Magnetostrictive Transducers 85

F. Drăgănescu, Gh. Sindilă, Gh. Zgură
On the Influence of the Clearance between Punch and Active Plate upon the Quality of Stamped Parts 93

CHEMICAL EQUIPMENT

R. Iatan
Considerations of the Welded Annular Flanges Calculus, in the Assamblage Phase 101

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 1

C.Z.: 535.231
620.91
681.3.06

MATEMATICĂ

MAXIMUL INTENSITĂȚII ȘI AL FLUXULUI ENERGIEI RADIANTE ÎN ATMOSFERA SOLARĂ. DENSITATEA MAXIMĂ A ENERGIEI SOLARE PE TERITORIUL R. S. ROMANIA

ELENA TĂNĂSESCU, AL. DĂNESCU, ȘT. PETRESCU *

În lucrarea de față este tratată printr-o problemă de extrem, variația a trei cantități importante din energia de radiație și anume variația intensității monocromatice și a fluxului monocromatic precum și curba densității de putere radiantă. De asemenea, este dat un program în versiune FØRTRAN IV pentru găsirea aproximativă a punctelor de extrem pentru funcții reale de variabilă reală, folosit cu succes în problema în studiu, pentru aceste funcții ale radiației emergente din atmosfera solară.

Schimbul de căldură prin radiație, care stă la baza multor capitole de fizică, astrofizică, termotehnică, etc. prezintă următoarele particularități:

1) radiația termică este rezultanta transformării energiei termice a corpului în energia undelor electromagnetice cu lungimea de undă în intervalul $[4.10^{-2}, 4.10^{-5}]$ [cm];

2) schimbul de căldură prin radiație se poate realiza de la distanță, nu este necesar contactul direct între corpuri;

3) fluxul de energie radiantă are un sens dublu; corpul radiază dar și absoarbe energia emisă sau reflectată de corpurile înconjurătoare;

4) radiațiile termice invizibile respectă aceleași legi ca și cele luminoase; se propagă în linie dreaptă, se refractă, se reflectă, se absorb.

a) *Legea lui Max Planck.* Intensitatea de radiație I_ν este energia radiantă în unitatea de timp, de unitatea de suprafață, într-o anumită frecvență.

Dacă se cunoaște legea de distribuție a energiei radiante în funcție de ν, deci funcția $\nu \to I_\nu$, se poate determina densitatea de putere radiantă, $E = \int_0^\infty I_\nu \, d\nu$, cantitate ce interesează instalațiile energetice solare, care folosesc efectul termic al radiațiilor prin aparate de captare.

În 1901, fizicianul Max Planck a găsit expresia intensității de radiație în funcție de frecvența de radiație ν și de temperatura T și anume

Manuscris predat redacției la data de 23 aprilie 1980.

*) Lector dr. Catedra de Matematici I; Prof. dr. ing.; Conf. dr. ing., Catedra de Termotehnică.

$I_\nu(T) = 2hc^{-3}\nu^5\left[\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)-1\right]^{-1}$, unde $h = 6{,}624.10^{-27}$ erg. s este constanta lui Planck, $c = 3.10^{10}$ cm/s este viteza luminii în vid, $k = 1{,}38\cdot10^{-16}$ erg./grd. este constanta lui Boltzmann.

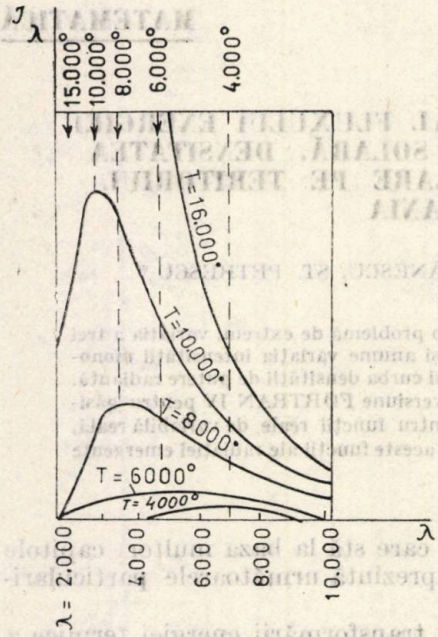


Fig. 1. Variația intensității în funcție de λ, la anumite temperaturi

Funcția $(\nu, T) \to I_\nu(T)$ nu are extreme pe interiorul domeniului său de definiție deoarece funcția parțială $T \to I_\nu(T)$ este strict crescătoare. Pe de altă parte, reprezentarea grafică a variației funcției $\nu \to I_\nu(T)$ la diferite temperaturi pentru corpul negru (fig. 1) în care $\lambda = c/\nu$ arată că în spectrul deradiație al acestui corp, fiecărei temperaturi T îi corespunde o valoare maximă globală a funcției parțiale $\nu \to I_\nu(T)$, punctul de maxim fiind punct interior și deplasîndu-se spre ν-mare (λ-mic) la creșterea temperaturii.

Punctul critic al funcției $\nu \to I_\nu(T)$ este soluția ecuației $\frac{\partial I_\nu}{\partial \nu} = 2\pi hc^{-3}\left\{5\nu^4\left[\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)-1\right]-\nu^5\frac{h}{kT}\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)\right\}\left[\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)-1\right]^{-2}$

Notînd $\frac{h\nu}{kT} = x$ și rezolvînd ecuația transcendentă $5(e^x - 1) = xe^x$ obținem rădăcina reală $x = h\nu/kT \approx 4{,}965$. Deoarece, $\frac{\partial^2 I_\nu}{\partial \nu^2}(T)\left(\frac{4{,}965\ Tk}{h}\right) < 0$ rezultă că punctul critic este un punct de maxim și $\max_\nu I_\nu(T) \approx 2\pi c^{-3}h^{-4}(4{,}965)^5k^5T^5[\exp(4{,}965) - 1]^{-1}$.

Se observă că frecvența este proporțională cu temperatura adică la temperaturi ridicate punctul de maxim al intensității de radiație se deplasează spre frecvențe mari.

b) *Maximul fluxului monocromatic*

Într-o atmosferă stelară, cantitățile fundamentale din radiația emergentă a stelei și anume funcțiile: $(\tau_\nu, \theta) \to I_\nu(\tau_\nu, \theta)$ (intensitatea monocromatică), $\tau_\nu \to J_\nu(\tau_\nu)$ (intensitatea monocromatică medie) și $\tau_\nu \to F_\nu(\tau_\nu)$ (fluxul monocromatic) sînt date respectiv de următoarele expresii:

$$I_\nu(\tau_\nu, \theta) = \int_{\tau_\nu}^{\infty} S_\nu(t_\nu)e^{-(\tau_\nu - t_\nu)\sec\theta}\,dt\,\sec\theta - \int_0^{\tau_\nu} S_\nu(t_\nu)e^{(\tau_\nu - t_\nu)\sec\theta}\,dt\,\sec\theta$$

$$J_\nu(\tau_\nu) = \frac{1}{2}\int_{\tau_\nu}^{\infty} S_\nu(t_\nu)E_1(t_\nu - \tau_\nu)dt_\nu - \frac{1}{2}\int_0^{\tau_\nu} S_\nu(t_\nu)E_1(\tau_\nu - t_\nu)dt_\nu$$

$$F_\nu(\tau_\nu) = 2\int_{\tau_\nu}^{\infty} S_\nu(t_\nu)E_2(t_\nu - \tau_\nu)dt_\nu - 2\int_{0}^{\tau_\nu} S_\nu(t_\nu)E_2(\tau_\nu - t_\nu)\,dt_\nu$$

unde

$$E_n(x) = \int_1^\infty \frac{e^{-xy}}{y^n}dy \qquad (y = \sec\theta)$$

S_ν este funcția sursă pe care o considerăm egală cu funcția Planck în cazul studiat al echilibrului termodinamic local (ETL), τ_ν adîncimea optică monocromatică și t_ν adîncimea geometrică în atmosfera stelară legate prin relația $d\tau_\nu = -\varkappa_\nu \rho\, dt\nu$, ρ densitatea stelei și χ_ν coeficientul monocromatic de absorbție pe gram de materie.

Observațiile efectuate la suprafața Soarelui dau frecvențele pentru care $\nu \to I_\nu(0, 0)$ (intensitatea monocromatică) sau fluxul monocromatic $\nu \to F_\nu(0)$ sînt maxime. Aceasta a sugerat faptul că, nu numai la suprafață, ci și la anumite adîncimi în atmosfera stelară s-ar putea ca aceste funcții să atingă valori maxime.

Ne vom referi la cazul fluxului monocromatic $\tau_\nu \to F_\nu(\tau)$ și vom determina adîncimea optică în atmosferă, τ_ν pentru care $F_\nu(\tau_\nu)$ este maxim.

Într-o atmosferă stelară, transferul energiei se face cu preponderență prin radiații, ecuația fundamentală a echilibrului radiativ fiind

$$\frac{1}{4\pi}\frac{dF_\nu}{d\tau_\nu} = \varkappa_\nu(J_\nu - S_\nu)$$

Așadar, punctele critice ale funcției F_ν sînt soluțiile ecuației $J_\nu(\tau_\nu) = S_\nu(\tau_\nu)$.

În cazul ideal al unei atmosfere gri, cu o distribuție de temperatură $T^4 = \frac{3}{4}T_e^4[\tau + q(\tau)] \approx \frac{3}{4}T_e^4\left[\tau + \frac{2}{3}\right]$ (T_e fiind temperatura efectivă a stelei). Eddington a arătat că $F(\tau) = c$ (const.) și deci $\frac{dF}{d\tau} = 0$. Extindem procedeul de calcul al lui Eddington la calculul aproximativ al maximului funcției F_ν. Mai întîi, prin procedee aproximative, localizăm punctul critic al funcției F_ν care satisface condiția $\int_0^\infty F_\nu(\tau_\nu)\,d\nu \approx$ const.

Pentru aceasta, evaluăm valorile funcției $\tau \to J_\nu(\tau)$, (ν fixat) folosind formulele de interpolare Reiz și valorile funcției $\tau \to S_\nu(\tau) = B_\nu(\tau)$ (ν fixat) folosind aproximarea

$$B_\nu(\tau) = B_\nu\left(\frac{2}{3}\right)[a_{0\nu} + a_{1\nu}\tau + a_{2\nu}\tau^2]$$

unde :

$$a_{0\nu} = 1 - \frac{1}{8}\frac{\alpha}{1 - e^{-\alpha}} + \frac{1}{8\cdot 16}\frac{\alpha}{1 - e^{-\alpha}}\left(\alpha\frac{1 + e^{-\alpha}}{1 - e^{-\alpha}} - 5\right); \quad \alpha = \frac{h\nu}{kT_e}$$

$$a_{1\nu} = \frac{3}{16}\,\frac{\alpha}{1-e^{-\alpha}} - \frac{3}{8\cdot 16}\,\frac{\alpha}{1-e^{-\alpha}}\left(\alpha\frac{1+e^{-\alpha}}{1-e^{-\alpha}} - 5\right);$$

$$a_{2\nu} = \frac{9}{2\cdot 16^2}\,\frac{\alpha}{1-e^{-\alpha}}\left(\alpha\frac{1+e^{-\alpha}}{1-e^{-\alpha}} - 5\right)$$

Condiția $J_\nu(\tau_\nu) \approx S_\nu(\tau_\nu)$ arată că F_ν posedă un punct critic $\tau \in \left[\frac{3}{10}, \frac{4}{10}\right]$. Evaluînd numeric valorile funcției $\tau \to F_\nu(\tau)$ și ale derivatei $\tau \to \frac{dE_\nu(\tau)}{d\tau}$ cu ajutorul programului din anexă, găsim

	$F_\nu(\tau)$ în unități ale lui F		$dF_\nu(\tau)$	
τ	$\alpha = 2$	$\alpha = 4$	$\alpha = 2$	$\alpha = 4$
0	0.1837	0.1772	−0.11	0.024
0.1	0.1732	0.1791	−0.098	0.015
0.2	0.1640	0.1801	−0.088	0.007
0.3	0.1556	0.1804	−0.080	+0.001
0.4	0.1480	0.1802	−0.074	−0.005
0.5	0.1407	0.1793	−0.068	−0.008
0.6	0.1342	0.1783	−0.063	−0.010

Acest tabel confirmă că punctul critic $\tau \in \left[\frac{3}{10}, \frac{4}{10}\right]$ este punct de maxim pentru $\alpha = 4 = \frac{h\nu}{kT_e}$.

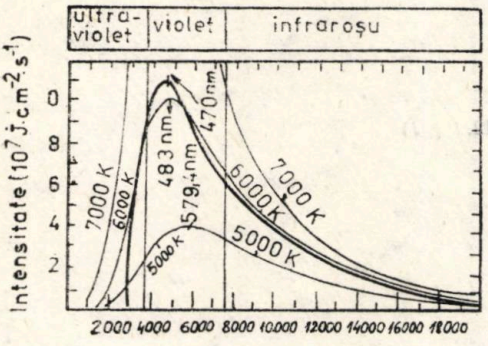
c) *Densitatea maximă a radiației solare pe teritoriul țării noastre*

Avînd în vedere că la ora actuală, cea mai prețioasă energie de radiație este cea provenită de la Soare, vom explica în cele ce urmează spectrul continuu al Soarelui care prezintă un maxim de intensitate pentru $\lambda \approx$ $\approx$ 470 nm, corespunzînd unei temperaturi de culoare de $6 \cdot 0.50$°K, adică în domeniul radiațiilor albastre. De la acest maxim, intensitatea de radiație I_λ scade brusc spre extremitatea violetă a spectrului și relativ lin spre extremitatea roșie. Variația funcției $\lambda \to I_\lambda$ pentru Soare este reprezentată grafic prin curba îngroșată din fig. 2. Această curbă nu se suprapune peste curba intensității radiației corpului negru de la aceeași temperatură, diferența datorîndu-se faptului că în Soare are loc absorbția continuă a radiației de către ionii negativi de hidrogen din fotosferă.

Această distribuițe a intensității de radiație din spectru, funcție de lungimea de undă sau de frecvența fotonilor, interesează ca alură în special pentru cercetările și realizările privind conversia directă a energiei solare în energie electrică prin celule fotovoltaice.

Instalațiile energetice solare care folosesc efectul termic al radiațiilor solare sînt interesate mai puțin în spectrul propriu-zis (I_λ) și mai mult

în densitate de putere radiantă $E = \int_0^\infty I_\lambda d\lambda$), corespunzătoare condițiilor geofizice și meteorologice în care se plasează la un moment dat instalația de captare.



2. Lungimea de undă (0,1 nm)

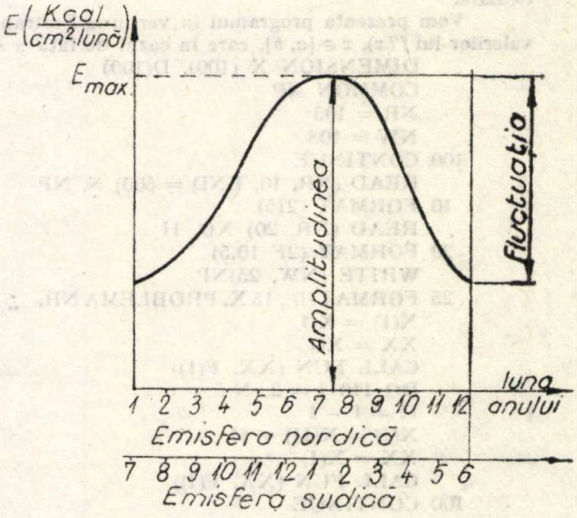


Fig. 3. Semnificația mărimilor folosite pentru caracterizarea regimului de radiație solară

În scopul captării și conversiei energiei solare, într-un loc anumit pe Pământ trebuie ținut cont de următoarele caracteristici ale energiei solare a căror semnificație este dată de fig. 3.

1) forma curbei de variație a densității de putere radiantă, pe perioada de un an;

2) amplitudinea radiației reprezentînd raportul dintre densitatea maximă a radiației din regiunea respectivă și densitatea maximă medie pe Pământ (23 kcal/lună); din acest punct de vedere regiunile geografice sînt clasificate în 10 grupe, prima grupă corespunzînd unei radiații lunare maxime de 90—100 % iar grupa a zecea 0—10 % din radiația maximă de pe Pământ;

3) fluctuația radiației care reprezintă diferența dintre valorile maxime și minime ale radiației medii lunare.

Conform acestor caracteristici, fiecare țară face parte dintr-o anumită regiune de radiație solară. Astfel, România se caracterizează printr-o formă a curbei de variație de tipul celei din fig. 3, proprie așa numitului regim zenital și este grupa 3 în ceea ce privește radiația lunară maximă care atinge valori relativ mari pe teritoriul țării noastre.

Anexă. Fie : f : $[a, b] \to$ R o funcție derivabilă. După cum se știe, găsirea aproximativă (sau determinarea numerică) a extremelor globale ale lui f se reduce la evaluarea unor valori $f(x)$, $x \in [a, b]$. Dacă adăugăm la acestea semnul derivatei f' avem și posibilitatea de a preciza

existența și natura extremelor locale. Uneori însă, forțați de împrejurări, recurgem nu la semnul derivatei f', ci la semnele unor valori aproximative,

$$f'(x) \approx \frac{1}{12h} [f(x-2h) - 8f(x-h) + 8f(x+h) - f(x+2h)]$$

Precizăm însă că derivarea numerică este plină de dificultăți și riscuri putînd duce la erori foarte mari, în comparație cu derivarea analitică care este simplă și exactă. De aceea, derivarea aproximativă se utilizează și dă rezultate bune numai în cazuri cu totul și cu totul particulare.

Vom prezenta programul în versiune Fortran IV pentru calcularea valorilor lui $f(x)$ și valorilor lui $f'(x)$, $x \in [a, b]$, care în cazul de față a dat rezultatele sperate cu precizia impusă

```
      DIMENSION X (100), D(100)
      COMMON NP
      NR = 105
      NW = 108
  100 CONTINUE
      READ (NR, 10, END = 500) N, NP
   10 FORMAT (2I5)
      READ (NR, 20) XO, H
   20 FORMAT (2F 10.5)
      WRITE (NW, 25)NP
   25 FORMAT (///, 15 X, PROBLEMA NR. :. I2. / / /)
      X(1) = XO
      XX = XO
      CALL FUN (XX, F(1))
      DO 110 I = 2, N
      II = I - 1
      X(I) = X(II) + H
      XX = X(I)
      CALL FUN (XX, F(I))
  100 CONTINUE
      N2 = N - 2
      DO 120 K = 3, N2
      KM2 = K - 2
      KM1 = K - 1
      KP1 = K + 1
      KP2 = K + 2
      K2 = K - 2
  120 D(K2) = (F(KM2) - 8*F(KM1) + 8*F(KP1) - F(KP2))/(12*H)
      N4 = N - 4
      WRITE (NW, 30)'
   30 FORMAT (10X, PUNCTUL', 10X, 'VALOAR EA FUNCȚIEI', 10X,
     * 'VALOAREA DERIVATEI')
      DO 130 K = 1, N4
      K2 = K + 2
      WRITE (NW, 40), X(K2), F(K2), D(K)
   40 FORMAT (10X, F 7.3, 12X, E 14.7, 12X, E 14.7)
  130 CONTINUE
      GO TO 100
  500 CONTINUE
      STOP
      END
```

The Maxim Intensity and the Maxim Flux of the Radiante Energy in the Solar Atmosphere. Maxim Density of the Solar Energy in Our Country.

In this paper, the variance of the three important quantities of the radiante energy is treated.

Also, a program in FØRTRAN IV is gave for the aproximative finding of the points of the extrem for the real functions with the real variables. This program has been used with success in the calculation of these functions in study in the solar atmosphere.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 1

MECANICĂ

C.Z.: 531.32:621.9
534.63:621.9

DETERMINAREA AMPLITUDINILOR VIBRAȚIILOR SUBANSAMBLELOR PRINCIPALE ALE UNEI MAȘINI UNELTE

R. VOINEA, F. SIMION*

În lucrare se studiază vibrațiile strungului, echipat cu dispozitiv de reglare automată a turației și absorbitor dinamic.

Utilizarea informațiilor referitoare la dinamica mașinilor-unelte în proiectarea și construcția lor, au ca efect ridicarea considerabilă a calității suprafețelor prelucrate, a preciziei dimensionale și a productivității.

În lucrare este prezentată ecuația matriceală general valabilă pentru diferite soluții constructive a mașinilor-unelte și diagramele amplitudine-pulsație, prelucrate pe calculatorul FELIC C 256.

Se știe că una din calitățile mașinilor unelte este respectarea preciziei dimensionale a formei și calității suprafeței piesei de prelucrat. Precizia dimensională este determinată de deplasările relative care apar în zona de așchiere între sculă și piesă. În principal, aceste deplasări apar sub formă de vibrații.

Lucrarea de față își propune să studiez modul cum pot fi restrînse deformațiile în zona de lucru prin utilizarea unui absorbitor dinamic în zona de așchiere.

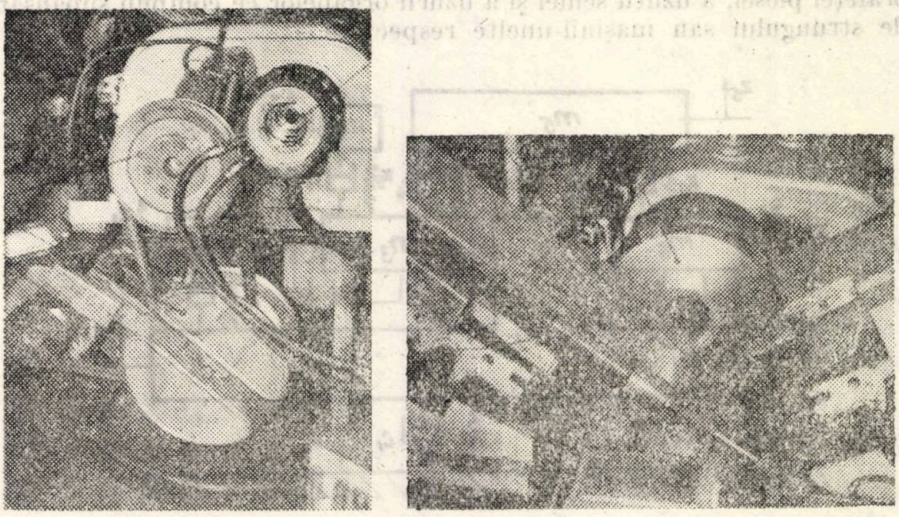


Fig. 1

În figura 1 este reprezentat un strung cu variator continuu de turație și absorbitor dinamic, al cărui model mecanic, reprezentat în figura 2, are

Manuscris predat redacției la data de 28 ianuarie 1980
* Academician, Șef lucrări dr. ing., Catedra Mecanică

7 grade de libertate, fiind alcătuit din următoarele elemente:

1—batiul de masă m_1

2—sania port-sculă și scula de masă m_2

3—piesa de prelucrat, de masă m_3

4—absorbitorul dinamic de masă m_4

5—axul principal de masă m_5

6—variatorul de turații de masă m_6

7—motorul electric de antrenare de masă m_7

Vibrațiile care exercită cea mai mare influență sînt cele de direcție verticală, cum sînt vibrațiile proprii de încovoiere ale arborelui principal și ale sistemului caracasei lui, vibrațiile proprii de încovoiere a sistemului păpușii mobile, etc.

Componenta axială a forței de așchiere — care produce o pretensionare în lagăr — nu este dăunătoare.

Vibrațiile în direcție axială apar în cazul batiului cu pereți subțiri și insuficient de bine fixați.

În lucrările de specialitate numeroși autori presupun că vibrațiile pot apare fie vertical, fie transversal — dar nu în ambele direcții simultan. Aceste vibrații apar în direcția în care rigiditatea relativă este mai mică. În cazul strungurilor și al mașinilor-unelte în general, pe lîngă studiul vibrațiilor în direcția transversală, se efectuează și pe direcție verticală, acestea avînd o mare influență asupra preciziei dimensionale și a calității suprafeței piesei, a uzurii sculei și a uzurii organelor ce compun subansamblele strungului sau mașinii-unelte respective.

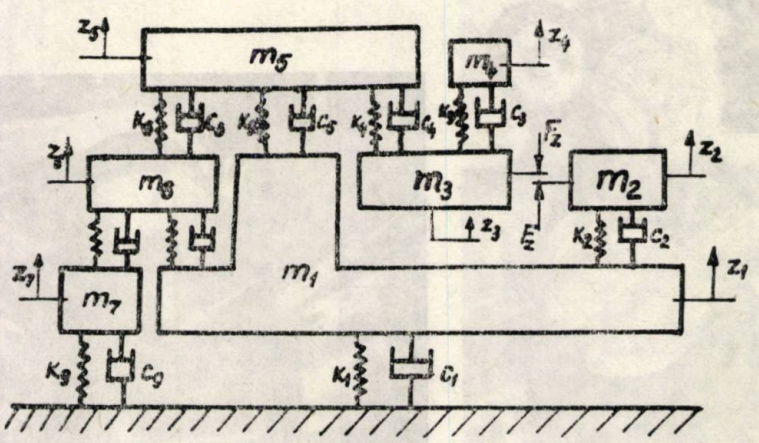


Fig. 2

Deoarece se iau în considerație numai deplasările, în direcția z, fiecare dintre masele modelului mecanic (fig. 2), prezintă un singur grad de libertate.

În calcule se utilizează valorile echivalente ale constantelor de arc și amortizare, considerînd existența tuturor elementelor de legătură din sistem. Coordonatele luate în considerație vor fi coordonate generalizate, independente, ce caracterizează cele 7 grade de libertate.

Ecuațiile mișcării

Ecuațiile mișcării vor fi determinate cu ajutorul ecuației lui Lagrange (4):

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_k}\right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_k} = 0 \tag{1}$$

în care:

$\mathcal{L}$ —funcția lui Lagrange ($\mathcal{L} = E - V$)
E —energia cinetică a sistemului
V —energia potențială a sistemului
q_k —coordonatele generalizate

$$E = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{7} m_i \dot{z}_i^2 \tag{2}$$

$$V = \frac{k_1}{2}\cdot z_1^2 + \frac{k_2}{2}(z_2 - z_1)^2 + \frac{k_3}{2}(z_4 - z_3)^2 + \frac{k_4}{2}(z_5 - z_3)^2 +$$

$$+ \frac{k_5}{2}(z_5 - z_1)^2 + \frac{k_6}{2}(z_5 - z_6)^2 + \frac{k_7}{2}(z_6 - z_1)^2 + \frac{k_8}{2}(z_6 - z_7)^2 + \frac{k_9}{2}z_7^2 +$$

$$+ \frac{c_1}{2}\dot{z}_1^2 + \frac{c_2}{2}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1)^2 + \frac{c_3}{2}(\dot{z}_4 - \dot{z}_3)^2 + \frac{c_4}{2}(\dot{z}_5 - \dot{z}_3)^2 + \frac{c_5}{2}(\dot{z}_5 - \dot{z}_1)^2 +$$

$$+ \frac{c_6}{2}(\dot{z}_5 - \dot{z}_6)^2 + \frac{c_7}{2}(\dot{z}_6 - \dot{z}_1)^2 + \frac{c_8}{2}(\dot{z}_6 - \dot{z}_7)^2 + \frac{c_9}{2}\dot{z}_7^2 \tag{3}$$

Ecuațiile mișcării vor fi:

$$m_1\ddot{z}_1 + c_1\dot{z}_1 - c_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) - c_5(\dot{z}_5 - \dot{z}_1) - c_7(\dot{z}_6 - \dot{z}_1) + k_1 z_1 -$$

$$- k_2(z_2 - z_1) - k_5(z_5 - z_1) - k_7(z_6 - z_1) = 0$$

$$m_2\ddot{z}_2 + c_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + k_2(z_2 - z_1) = F_z$$

$$m_3\ddot{z}_3 - c_3(\dot{z}_4 - \dot{z}_3) - c_4(\dot{z}_5 - \dot{z}_3) - k_3(z_4 - z_3) - k_4(z_5 - z_3) = -F_z$$

$$m_4\ddot{z}_4 + c_3(\dot{z}_4 - \dot{z}_3) - k_3(z_4 - z_3) = 0$$

$$m_5\ddot{z}_5 + c_4(\dot{z}_5 - \dot{z}_3) + c_5(\dot{z}_5 - \dot{z}_1) + c_6(\dot{z}_5 - \dot{z}_6) + k_4(z_5 - z_3) +$$

$$+ k_5(z_5 - z_1) + k_6(z_5 - z_6) = 0.$$

$$m_6\ddot{z}_6 - c_6(\dot{z}_5 - \dot{z}_6) + c_7(\dot{z}_6 - \dot{z}_1) + c_8(\dot{z}_6 - \dot{z}_7) - k_6(z_5 - z_6) +$$

$$+ k_7(z_6 - z_1) + k_8(z_6 - z_7) = 0,$$

$$m_7\ddot{z}_7 - c_8(\dot{z}_6 - \dot{z}_7) + c_9\dot{z}_7 - k_8(z_6 - z_7) + k_9z_7 = 0. \tag{4}$$

Rezolvarea ecuațiilor în complex

Matricial, sistemul se scrie

$$[\mathrm{M}]\{\ddot{\mathrm{z}}\} + [C]\{\dot{\mathrm{z}}\} + [\mathrm{K}]\{\mathrm{z}\} = \{\mathrm{F}\} \tag{5}$$

unde :

matricea maselor :

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & & & & & & 0 \\ & m_2 & & & & & \\ & & m_3 & & & & \\ & & & m_4 & & & \\ & & & & m_5 & & \\ & & & & & m_6 & \\ 0 & & & & & & m_7 \end{bmatrix}$$

vectorul de stare :

$$[Z] = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \\ z_7 \end{bmatrix}; \quad \{\dot{Z}\} = \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \\ \dot{z}_5 \\ \dot{z}_6 \\ \dot{z}_7 \end{bmatrix}; \quad \{\ddot{Z}\} = \begin{bmatrix} \ddot{z}_1 \\ \ddot{z}_2 \\ \ddot{z}_3 \\ \ddot{z}_4 \\ \ddot{z}_5 \\ \ddot{z}_6 \\ \ddot{z}_7 \end{bmatrix}$$

matricea amortizărilor :

$$[C] = \begin{bmatrix} c_1+c_2+c_5+c_7 & -c_2 & 0 & 0 & -c_5 & -c_7 & 0 \\ -c_2 & c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_3+c_4 & -c_3 & -c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_3 & c_3 & 0 & 0 & 0 \\ -c_5 & 0 & -c_4 & 0 & c_4+c_5+c_6 & -c_6 & 0 \\ -c_7 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6+c_7+c_8 & -c_8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_8 & c_8+c_9 \end{bmatrix}$$

matricea de elasticitate :

$$[K]=\begin{bmatrix} k_1+k_2+k_5+k_7 & -k_2 & 0 & 0 & -k_5 & -k_7 & 0 \\ -k_2 & k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3+k_4 & -k_3 & -k_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_3 & k_3 & 0 & 0 & 0 \\ -k_5 & 0 & -k_4 & 0 & k_4+k_5+k_6 & -k_6 & 0 \\ -k_7 & 0 & 0 & 0 & -k_6 & k_6+k_7+k_8 & -k_8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_8 & k_8+k_9 \end{bmatrix};$$

vectorul forțelor de excitație :

$$\{F\}=\begin{bmatrix} 0 \\ F_z \\ -F_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (6)$$

$[M]$, $[C]$, $[K]$, sînt matricele pătrate ale maselor, amortizărilor și ale elementelor elastice.

$\{F\}$ este matricea coloană a forțelor, ținînd seama de ondulațiile suprafeței piesei de prelucrat și abaterile de la circularitate.

$\{z\}$, $\{\dot{z}\}$, $\{\ddot{z}\}$, sînt matricele coloană ale coordonatelor generalizate, vitezelor generalizate, respectiv ale accelerațiilor generalizate.

Considerînd forța perturbatoare (în timpul așchierii) de forma :

$$F_z = F_0 \cdot \mu \cdot \frac{a}{a_0} \cdot \sin \omega t, \qquad (7)$$

unde : F_0 — forța de așchiere nominală

μ — factor de suprapunere între precedenta și prezenta trecere a cuțitului :

$\frac{a}{a_0}$ —raportul dintre adîncimea „a" reală și cea nominală „a"$_0$.

Forța de așchiere variază aproximativ sinusoidal, în funcție de pulsația forței perturbatoare :

$$\omega = \frac{2\pi V}{l} \qquad (8)$$

în care :

v — este viteza de aşchiere (m/min)

l — lungimea de undă a ondulaţiilor piesei (m)

În variabile complexe, eeuaţia matriceală devine :

$$[Z] \cdot \{z'\} = \{F'\} \tag{9}$$

unde : $$[[Z] = -[M]\omega^2 + [C]\omega i + [K], \tag{10}$$

este matricea simetrică a impedanţelor complexe. Această matrice cuprinde elementele de masă, de amortizare, de elasticitate ale sistemului.

$\{z'\}$ şi $\{F'\}$ sînt matricele coloană ale deplasărilor complexe, respectiv ale forţelor complexe.

Împărţind ecuaţia matricială la vectorul rotitor complex,

$$\mu \frac{a}{a_0} e^{i\omega t} \tag{11}$$

rezultă :

$$[Z]\ \{z\} = \{F\} \tag{12}$$

în care : $\{z\}$ —matricea coloană a deplasărilor complexe, raportată la amplitudinea ondulaţiilor suprafeţei piesei ;

$\{F\}$—matricea coloană a forţelor perturbatoare complexe, raportată la amplitudinea ondulaţiilor suprafeţei piesei.

Ecuaţia matricială poate fi scrisă dezvoltat, sub forma (13) şi reprezintă matricea generală valabilă pentru diferite soluţii constructive a maşinilor-unelte.

$$\begin{bmatrix} Z_{1.1} & Z_{1.2} & 0 & 0 & Z_{1.5} & Z_{1.6} & 0 \\ Z_{2.1} & Z_{2.2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{3.3} & Z_{3.4} & Z_{3.5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{4.3} & Z_{4.4} & 0 & 00 & 0 \\ Z_{5.1} & 0 & Z_{5.3} & 0 & Z_{5.5} & Z_{5.6} & 0 \\ Z_{6.1} & 0 & 0 & 0 & Z_{6.5} & Z_{6.6} & Z_{6.7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{7.6} & Z_{7.7} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \\ z_7 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ F_2 \\ F_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{13}$$

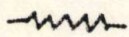
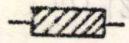
Caracteristicile matricei sînt :

— matricea este simetrică, faţă de diagonala principală

— este o matrice goală (are mulţi termeni nuli)

— matricea $[Z]$ a impedanțelor mecanice complexe se formează după regulile cunoscute, ca în tabelul următor :

Tabelul nr. 1

Denumirea	Elementul mecanic		Impedanța mecanică
	schema	valoarea scalară	Z
Arc linear		k	k
Masă		m	$-m\omega^2$
Amortizor liniar		c	$c\omega i$

Valorile impedanțelor mecanice sînt redate mai jos :

$$Z_{1.1} = -m_1\omega^2 + (c_1 + c_2 + c_5 + c_7)\omega i + k_1 + k_2 + k_5 + k_7$$

$$Z_{2.2} = -m_2\omega^2 + c_2\omega i + k_2$$

$$Z_{3.3} = -m_3\omega^2 + (c_3 + c_4)\omega i + k_3 + k_4$$

$$Z_{4.4} = -m_4\omega^2 + c_3\omega i + k_3$$

$$Z_{5.5} = -m_5\omega^2 + (c_4 + c_5 + c_6)\omega i + k_4 + k_5 + k_6$$

$$Z_{6.6} = -m_6\omega^2 + (c_6 + c_7 + c_8)\omega i + k_6 + k_7 + k_8$$

$$Z_{7.7} = -m_7\omega^2 + (c_8 + c_9)\omega i + k_8 + k_9$$

$$Z_{1.2} = -(c_2 i\omega + k_2)$$

$$Z_{1.5} = -(c_5 i\omega + k_5)$$

$$Z_{1.6} = -(c_7 i\omega + k_7)$$

$$Z_{3.4} = -(c_3 i\omega + k_3)$$

$$Z_{3.5} = -(c_4 i\omega + k_4)$$

$$Z_{5.6} = -(c_7 i\omega + k_6)$$

$$Z_{6.7} = -(c_8 i\omega + k_8)$$

$$F_2 = F_0$$

$$F_3 = F_0 e^{i\pi} \qquad (14)$$

Rezolvarea sistemului de ecuaţii algebrice pe calculatorul numeric, se efectuează astfel:

— prin aflarea directă a soluţiilor, folosind metoda de eliminare Gauss;

— prin inversarea matricei impedanţelor.

Gradul de precizie al calculului este dat prin inversarea matricei impedanţelor şi apoi, efectuînd produsul matricei inverse $[Z]^{-1}$ cu vectorul coloană $\{F\}$.

Deci, soluţiile vor fi:

$$\{z\} = [Z]\cdot\{F\} \tag{15}$$

Matricial, ecuaţiile au forma:

$$\begin{bmatrix} Z^R_{1,1} & Z^R_{1,2} & \dots & Z^R_{1,n} & -Z^J_{1,1} & -Z^J_{1,2} & \dots & -Z^J_{1,n} \\ \vdots & & & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ Z^R_{n,1} & Z^R_{n,2} & \dots & Z^R_{n,n} & -Z^J_{1,1} & -Z^J_{1,2} & \dots & -Z^J_{n,n} \\ Z^J_{1,1} & Z^J_{1,2} & \dots & Z^J_{1,n} & Z^R_{1,1} & Z^R_{1,2} & \dots & Z^R_{1,n} \\ \vdots & & & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ Z^J_{n,1} & Z^J_{n,2} & \dots & Z^J_{n,n} & Z^R_{n,1} & Z^R_{n,2} & \dots & Z^R_{n,n} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} z^R_1 \\ \vdots \\ z^R_n \\ z^J_1 \\ \vdots \\ z^J_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F^R_1 \\ \vdots \\ F^R_n \\ F^J_1 \\ \vdots \\ F^J_n \end{Bmatrix} \tag{16}$$

Prin decuplarea părţilor reale de cele imaginare, se obţin ecuaţiile:

$$(-m_1\omega^2 + k_1 + k_2 + k_5 + k_7)z^R_1 - (c_1 + c_2 + c_5 + c_7)\omega z^J_1 -$$

$$- k_2 z^R_2 + \omega c_2 z^J_2 - k_5 z^R_5 + \omega c_5 z^J_5 - k_7 z^R_6 + \omega c_7 z^J_6 = 0$$

$$k_2 z^R_1 + \omega c_2 z^J_1 + (-m_2\omega^2 + k_2)z^R_2 - \omega c_2 z^J_2 = F_0$$

$$(-m_3\omega^2 + k_3 + k_4)z^R_3 - \omega(c_3 + c_4)z^J_3 - k_3 z^R_4 + \omega c_3 z^J_4 -$$

$$- k_4 z^R_5 + \omega c_4 z^J_5 = -F_0$$

$$- k_3 z^R_3 + \omega c_3 z^J_3 + (-m_4\omega^2 + k_3)z^R_4 - c_3\omega z^J_4 = 0$$

$$-k_5z_1^R+\omega c_5z_1^J-k_4z_3^R+\omega c_4z_3^J+(-m_5\omega^2+k_4+k_5+k_6)z_5^R-$$
$$-\omega(c_4+c_5+c_6)z_5^J-k_6z_6^R+\omega c_6z_6^J=0$$

$$-k_7z_1^R+\omega c_7z_1^J-k_6z_5^R+\omega c_6z_5^J+(-m_6\omega^2+k_6+k_7+k_8)z_6^R-$$
$$-\omega(c_6+c_7+c_7)z_6^J-k_8z_7^R+\omega c_8z_7^J=0$$
$$-k_8z_6^R+\omega c_8z_6^J+(-m_7\omega^2+k_8+k_9)z_7^R-\omega(c_8+c_9)z_7^J=0$$

$$\omega(c_1+c_2+c_5+c_7)z_1^R+(-m_1\omega^2+k_1+k_2+k_5+k_7)z_1^J-$$
$$-\omega c_2z_2^R-k_2z_2^J-k_5z_5^J-\omega c_5z_5^R-\omega c_7z_6^R-k_7z_6^J=0$$

$$-\omega c_2z_1^R-k_2z_1^J+\omega c_2z_2^R+(-m_2\omega^2+k_2)z_2^J=0$$
$$\omega(c_3+c_4)z_3^R+(-m_3\omega^2+k_3+k_4)z_3^J-\omega c_3z_4^R-k_3z_4^J-\omega c_4z_5^R-k_4z_5^J=0$$
$$-\omega c_3z_4^R-k_3z_4^J+(-m_4\omega^2+k_3)z_4^J+\omega c_3z_4^R=0$$
$$-\omega c_5z_1^R-k_5z_1^J-\omega c_4z_3^R-k_4z_3^J+(\omega(c_4+c_5+c_6)z_5^R+$$
$$+(-m_5\omega^2+k_4+k_5+k_6)z_5^J-\omega c_6z_6^R-k_6z_6^J=0$$
$$-\omega c_7z_1^R-k_7z_1^J-\omega c_6z_5^R-k_6z_5^J+\omega(c_6+c_7+c_8)z_6^R+(-m_6\omega^2+$$
$$+k_6+k_7+k_8)z_6^J-\omega c_8z_7^R-k_8z_{7j}^J=0$$
$$-\omega c_8z_6^R-k_8z_6^J+\omega(c_8+c_9)z_7^R+(-m_7\omega^2+k_8+k_9)z_7^J=0 \quad (17)$$

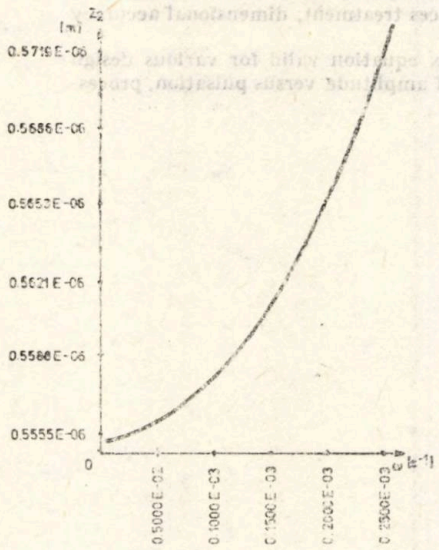


Diagrama 1

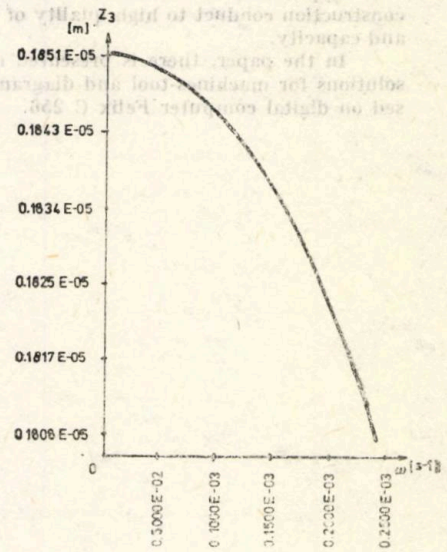


Diagrama 2

Rezultatele sînt prelucrate pe calculatorul FELIX C 256 sub formă de diagrame. În diagramele 1 și 2 sînt prezentate amplitudinile sculei și piesei de prelucrat, funcție de pulsația forței perturbatoare.

Concluzii

Determinarea comportării dinamice a mașinilor-unelte mărește posibilitatea obținerii unor precizii stabilite. Știind care sînt abaterile din zona de lucru se pot alege judicios parametrii sculei așchietoare și regimului de așchiere. Utilizarea absorbitorilor dinamici în zonele cu amplitudini mari ale vibrațiilor, au ca efect reducerea acestora la minimum. În acest caz, mașina-unealtă poate fi utilizată la indici economici superiori, în așa fel ca piesa prelucrată să se încadreze în toleranțele prescrise, obținîndu-se astfel o creștere a productivității.

BIBLIOGRAFIE

[1] *Botez, E.* Mașini unelte. Vol. 1, 2, 3. Ed. tehnică, București.
[2] *Kudinov, V. A. Grișin, V. M.* Dinamiceskie cistotufo karakteristiki protessa șlifovanila. Stanki i instrument, nr. 1, 1972.
[3] *Simion, F.*, Contribuții la studiul vibrațiilor mașinilor unelte în timpul prelucrărilor mecanice Teza de doctorat, 1979
[4] *Voinea, R.*, Vibrații mecanice. Curs. Inst. politehnic București, 1978.

Vibrations Amplitudes Test for Main Units of a Machine-Tool

In this work are studied vibrations for a turning lathe equiped with dynamic mass and automatic setting device for rotative speed.

Application of informations about dynamics machine-tool in design and construction conduct to high quality of surfaces treatment, dimensional accuracy and capacity.

In the paper, there is presented matrix equation valid for various design solutions for machines-tool and diagrames of amplitude versus pulsation, processed on digital computer Felix C 256.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
SERIA MECANICA
Tomul XLIII — 1981, Numărul 1

C.Z.: 531.3/.4

CHOC DU SOLIDE SOUMIS AUX LIAISONS

ŞTEFAN STAICU*

L'article étudie le choc du solide s'appuiant sur plusieurs courbes et surfaces.

En écrivant les équations générales du choc, on détermine les percutions de liaison et les élements cinématiques du mouvement à la fin du choc.

A partir du cas général, on obtient les cas particuliers du choc du solide soumis aux liaisons.

I. Liaisons avec frottement

Soit un solide de masse M s'appuiant contre les courbes (Γ_i) aux points B_i et sur les surfaces (Σ_j) aux points B_j. Au cours du mouvement ces points sont assujettis à glisser avec frottement sur les courbes et les surfaces considérées.

L'application d'une percution $\vec{\mathfrak{P}}$ au point A du solide, aurait pour conséquence l'apparition, aux points de contact, des percutions normales $\vec{\mathfrak{P}}_{ni}$, $\vec{\mathfrak{P}}_{nj}$ et tangentielles $\vec{\mathfrak{P}}_{ti}$, $\vec{\mathfrak{P}}_{tj}$.

En connaissant la vitesse $\vec{v}_c'$ du centre de gravité C du solide ainsi que la vitesse angulaire $\vec{\omega}'$ autour de ce point, au début du choc, nous allons déterminer les percutions de liaison et les paramètres cinématiques $\vec{v}_c''$, $\vec{\omega}''$ à la fin du choc. Ceux-ci peuvent, en effet, être regardés comme des vitesses initiales du mouvement du solide commençant juste après le choc.

Rapportons pour cela le solide, pendant la durée du choc, à un trièdre mobile lié au solide $Cxyz$, ayant l'origine au centre des masses C et les axes Cx, Cy, Cz dirigés suivant les axes principaux et centraux d'inertie, parallèlement aux axes du trièdre $O\xi\eta\zeta$ d'orientation fixe (fig. 1).

Pour faire l'étude de ce problème nous appliquerons les théorèmes généraux des chocs.

Ouvrage reçu à la rédaction le 27 Juin 1980

* Maître-Assistant dr. ing. Chaire de Mécanique

Soient

$$\varphi_i(\xi,\ \eta,\ \zeta) = 0,\ \psi_i\ (\xi,\ \eta,\ \zeta) = 0,\ (i = 1,\ 2, \ldots,\ l),\quad \left(l \leqslant E\left(\frac{k}{2}\right)\right), \tag{1.1}$$

les équations des courbes (Γ_i) et

$$f_j(\xi,\ \eta,\ \zeta) = 0,\ (j = 1 + 2l,\ \ldots,\ k),\ (k \leqslant 5), \tag{1.2}$$

les équations des surfaces (Σ_j) par rapport au système fixe $O\xi\eta\zeta$.

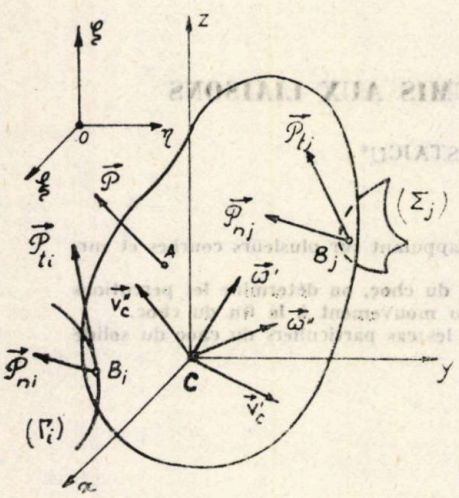


Fig. 1

Dans ces relations $E\left(\frac{k}{2}\right)$ désigne l'entier du nombre $\frac{k}{2}$.

Le théorème du moment cinétique par rapport au centre de masse C :

$$\delta\vec{K}_c = \overrightarrow{CA} \wedge \vec{\mathfrak{P}} + \sum_{i=1}^{l} \overrightarrow{CB}_i \wedge (\vec{\mathfrak{P}}_{ni} + \vec{\mathfrak{P}}_{ti}) +$$

$$+ \sum_{j=1+2l}^{k} \overrightarrow{CB}_j \wedge (\vec{\mathfrak{P}}_{nj} + \vec{\mathfrak{P}}_{tj}), \tag{1.3}$$

et le théorème de la quantité de mouvement

$$M\delta\vec{v}_c = \vec{\mathfrak{P}} + \sum_{i=1}^{l} (\vec{\mathfrak{P}}_{ni} + \vec{\mathfrak{P}}_{ti}) + \sum_{j=1+2l}^{k} (\vec{\mathfrak{P}}_{nj} + \vec{\mathfrak{P}}_{tj}), \tag{1.4}$$

où nous remplaçons

$$\vec{\mathfrak{P}}_{ni} = \lambda_{\varphi i}\vec{\nabla}\varphi_i + \lambda_{\psi i}\vec{\nabla}\psi_i,\quad \vec{\mathfrak{P}}_{ti} = \nu_i(\vec{\nabla}\varphi_i \wedge \vec{\nabla}\psi_i) \tag{1.5}$$

$$\vec{\mathfrak{P}}_{nj} = \lambda_j\vec{\nabla}f_j,\quad \vec{\mathfrak{P}}_{tj} = \nu_j\delta\vec{v}_j,$$

exprimés en projection sur les axes mobiles de $Cxyz$, donnent un groupe de six équations scalaires.

Dans ces relations on a noté par δ l'opérateur du saut fini pendant la durée du choc.

Puisque les sauts des vitesses des points B_i, B_j, pendant l'intervalle du choc, se trouvent sur les tangentes aux courbes (Γ_i) et dans les plans tangents aux surfaces (Σ_j), nous pouvons écrire les *conditions de compatibilité* :

$$\delta\vec{v}_i \cdot \vec{\nabla}\varphi_i = 0,\quad \delta\vec{v}_i \cdot \vec{\nabla}\psi_i = 0,\quad (\delta\vec{v}_i = \delta\vec{v}_c + \delta\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{CB}_i),\quad (i = 1, 2 \ldots, l) \tag{1.6}$$

$$\delta\vec{v}_j \cdot \vec{\nabla}f_j = 0,\quad (\delta\vec{v}_j = \delta\vec{v}_c + \delta\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{CB}_j),\quad (j = 1 + 2l, \ldots,\ k).$$

L'hypothèse que les points d'impact B_i, B_j du solide glissent avec frottement sur ces courbes ou surfaces, regardées comme des liaisons permanentes, exige des conditions concernant les coefficients de frottement μ_i, μ_j :

$$\nu_i |\vec{\nabla}\varphi_i \wedge \vec{\nabla}\psi_i| = \mu_i |\lambda_{\varphi i}\vec{\nabla}\varphi_i + \lambda_{\psi i}\vec{\nabla}\psi_i|, \quad (i = 1, \ 2, \ldots, l)$$
$$\nu_j |\delta\vec{v}_j| = \mu_j \lambda_j |\vec{\nabla} f_j|, \quad (j = 1 + 2l, \ldots, \ k). \tag{1.7}$$

Les équations (1.3), (1.4) avec (1.7) donnent les sauts des vitesses : $\delta\vec{v}_c$, $\delta\vec{\omega}$, qu'on va porter dans les relations (1.6) afin d'obtenir les paramètres $\lambda_{\varphi i}$, $\lambda_{\psi i}$, et λ_j nécessaires au calcul des percutions de liaison.

Remarques.

1°. Le cas particulier où le solide ne s'appuie que sur des surfaces on l'obtient du cas général en faisant dans les relations précédentes : $l = 0$, $\lambda_{\varphi i} = 0$, $\lambda_{\psi i} = 0$, $\vec{\nabla}\varphi_i = \vec{0}$, $\vec{\nabla}\psi_i = \vec{0}$.

2°. Si le solide n'est posé que sur des courbes, nous devons faire $\lambda_j = 0$, $\vec{\nabla} f_j = \vec{0}$ dans les résultats obtenus là-dessus.

II. Liaisons parfaites

Supposons qu'avant et après le choc le solide glisse sans frottement sur les l courbes. En ce cas, les percutions tangentielles $\vec{\mathfrak{P}}_{ti}$ deviennent nulles et nous pouvons remplacer $\nu_i = 0$.

Si le solide glisse sans frottement sur les surfaces (Σ_j) il faudra faire $\nu_j = 0$ dans les relations précédentes.

En fin, lorsque toutes les liaisons du solide sont parfaites, les équations du choc seront facilement obtenues en remplaçant : $\nu_i = 0$, $\nu_j = 0$.

Dans ces dernières conditions, multiplions scalairement les équations (1.4) et (1.3) par $\delta\vec{v}_c$ et respectivement $\delta\vec{\omega}$ et faisons la somme de celles-ci ; on obtient la relation

$$\frac{1}{2} M(\delta\vec{v}_c)^2 + \frac{1}{2}[J_x(\delta\omega_x)^2 + J_y(\delta\omega_y)^2 + J_z(\delta\omega_z)^2] = \frac{1}{2}[\vec{\mathfrak{P}} \cdot \delta\vec{v}_c + (\overrightarrow{CA}, \vec{\mathfrak{P}}, \delta\vec{\omega})], \tag{2.1}$$

qui désigne justement le théorème de *Kelvin* [4] concernant l'énergie des vitesses perdues au cours du choc.

Cette relation obtenue, les conditions (1.6) et encore (5-k) relations données par le système (1.3), (1.4) à la suite de l'élimination des paramètres $\lambda_{\varphi i}$, $\lambda_{\psi i}$, λ_j pouront déterminer les composantes de vecteurs $\vec{v}_c''$, et $\vec{\omega}''$ à la fin du choc.

En suite, k relations du système (1.3), (1.4) donneront les paramètres $\lambda_{\varphi i}$, $\lambda_{\psi i}$, λ_j,

Remarques.

1°. En faisant : $l = 0$, $\lambda_{\varphi i} = 0$, $\lambda_{\psi i} = 0$, $\vec{\nabla}\varphi_i = \vec{0}$, $\vec{\nabla}\psi_i = \vec{0}$ on obtient le cas du solide s'appuiant sans frottement sur les k *surfaces* (Σ_j).

a). Supposons maintenant que trois sur les k surfaces sont représentées par les plans parallèles d'équations

$$f_1 = \zeta - \zeta_1 = 0,\ f_2 = \zeta - \zeta_2 = 0,\ f_3 = \zeta - \zeta_3 = 0. \tag{2.2}$$

Dans ces conditions le solide effectue un *mouvement plan-parallèle.*

Les autres k-3 points d'appui du solide sont assujettis à se mouvoir sur (k-3) surfaces cylindriques d'équations

$$f_j(\xi,\ \eta) = 0,\ (j = 4, \ldots,\ k). \tag{2.3}$$

Les équations du choc dans ce cas particulier seront facilement tirées des résultats obtenus auparavant, en faisant :

$$\vec{\nabla}f_1 = \vec{k}, \qquad \vec{\nabla}f_2 = \vec{k}, \qquad \vec{\nabla}f_3 = \vec{k} \tag{2.4}$$

$$\frac{\partial f_j}{\partial \zeta_j} = 0,\ (j = 4, \ldots, k).$$

Les conditions de compatibilité donnent le système :

$$\delta v_{cz} + y_j \delta\omega_x - x_j \delta\omega_y = 0,\ (j = 1,\ 2,\ 3) \tag{2.5}$$

dont les solutions seront

$$\delta v_{cz} = 0, \qquad \delta\omega_x = 0, \qquad \delta\omega_y = 0 \tag{2.6}$$

les points B_1, B_2, B_3 étant distincts et noncolinéaires.

Compte tenu de ces particularités, cinq des équations (1.3), (1.4), les conditions

$$(\delta v_{cx} - y_j \delta\omega_z)\frac{\partial f_j}{\partial \xi_j} + (\delta v_{cy} + x_j \delta\omega_z)\frac{\partial f_j}{\partial \eta_j} = 0,\ (j = 4, \ldots,\ k) \tag{2.7}$$

et le théorème de *Kelvin*

$$\frac{1}{2} M(\delta\vec{v}_c)^2 + \frac{1}{2} J_z(\delta\omega_z)^2 = \frac{1}{2}\left[\vec{\mathfrak{R}}\cdot\delta\vec{v}_c + (x\mathfrak{R}_y - y\mathfrak{R}_x)\delta\omega_z\right], \tag{2.8}$$

en arriveront à déterminer v''_{cx}, v''_{cy}, ω''_z et les paramètres λ_j nécessaires au calcul des percutions normales de liaison.

b). On va considérer par la suite le cas où les trois surfaces d'appui du solide sont des sphères concentriques d'équations :

$$f_j(\xi, \eta, \zeta) = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 - OB_j^2 = 0, \ (j = 1, 2, 3). \qquad (2.9)$$

Le solide effectuera un *mouvement sphérique* (solide à un point fixe), quant aux points $B_4, \ldots, B_k$ ceux-ci décriront des courbes situées sur $(k\text{-}3)$ surfaces coniques d'équations

$$f_j(\xi, \eta, \zeta) = 0, \qquad (j = 4, \ldots, k). \qquad (2.10)$$

Dans ce cas particulier, nous aurons

$$\vec{\nabla} f_j = 2 . \overrightarrow{OB}_j, \ (j = 1, 2, 3). \qquad (2.14)$$

Les conditions de compatibilité

$$\delta\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OC} = \delta\vec{v}_c$$
$$(\delta\vec{\omega}, \overrightarrow{OB}_j, \vec{\nabla}\varphi_j) = 0, \quad (j = 4, \ldots, k), \qquad (2.12)$$

le théorème de *Kelvin* (2.1) et cinq équations provenant du système (1.3), (1.4) donnent les composantes des vecteurs $\vec{v}''_c$, $\vec{\omega}''$, et les paramètres scalaires $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$.

2°. Supposons encore que le solide se meut de sorte que ses points d'appui glissent sans frottement sur l *courbes*. Cela revient alors à faire $\lambda_j = 0$, $\vec{\nabla} f_j = \vec{0}$ dans les résultats antérieurs.

Soit donc, le cas particulier où deux points du solide restent en permanence sur deux droites confondues d'équations

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \xi = 0$$
$$\psi_1 = \psi_2 = \eta = 0 ; \qquad (2.13)$$

le solide effectue un *mouvement hélicoïdal.*
De même, on remarquera que :

$$\vec{\nabla}\varphi_1 = \vec{\nabla}\varphi_2 = \vec{i}$$
$$\vec{\nabla}\psi_1 = \vec{\nabla}\psi_2 = \vec{j} \qquad (2.14)$$

ce qui réduit les conditions de compatibilité (1.6) à

$$\begin{aligned} &\delta v_{cx} + z_i \delta\omega_y - y_i \delta\omega_z = 0 \\ &\delta v_{cy} + x_i \delta\omega_z - z_i \delta\omega_x = 0, \quad (i = 1, 2), \end{aligned} \tag{2.15}$$

d'où on tire

$$\begin{aligned} &\delta\omega_x = 0, \qquad \delta\omega_y = 0 \\ &\delta v_{cx} = y_i\, \delta\omega_z,\ \delta v_{cy} = -x_i\, \delta\omega_z, \quad (i = 1;\ i = 2). \end{aligned} \tag{1.16}$$

Ces relations jointes au théorème de *Kelvin*

$$\frac{1}{2} M(\delta v_{cz})^2 + \frac{1}{2} J_\zeta (\delta\omega_z)^2 = \frac{1}{2} \{[(y_i - y)\mathfrak{Q}_x - (x_i - x)\mathfrak{Q}_y]\delta\omega_z + \mathfrak{Q}_z \delta v_{cz}\}, \tag{2.17}$$

et à cinq équations du système

$$\begin{aligned} My_i\, \delta\omega_z &= \lambda_{\varphi_1} + \lambda_{\varphi_2} + \mathfrak{Q}_x \\ -Mx_i\, \delta\omega_z &= \lambda_{\psi_1} + \lambda_{\psi_2} + \mathfrak{Q}_y \\ M\delta v_{cz} &= \mathfrak{Q}_z \\ 0 &= -z_1\lambda_{\psi_1} - z_2\lambda_{\psi_2} + y\mathfrak{Q}_z - z\mathfrak{Q}_y \\ 0 &= z_1\lambda_{\varphi_1} + z_2\lambda_{\varphi_2} + z\mathfrak{Q}_x - x\mathfrak{Q}_z \\ [J_\zeta - M(y_i^2 + x_i^2)]\delta\omega_z &= -y_i(\lambda_{\varphi_1} + \lambda_{\varphi_2}) + x_i(\lambda_{\psi_1} + \lambda_{\psi_2}) + x\mathfrak{Q}_y - y\mathfrak{Q}_x, \end{aligned} \tag{2.18}$$

obtenu de (1.3), (1.4), mènent aux expressions des vitesses v''_{cx}, v''_{cy}, v''_{cz}, ω''_z et des paramètres scalaires λ_{φ_1}, λ_{φ_2}, λ_{ψ_1}, λ_{ψ_2}.

3°. Un cas particulier intéressant serait celui d'un solide s'appuiant contre trois surfaces sphériques concentriques d'équations

$$f_j(\xi, \eta, \zeta) = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 - OB_j^2 = 0, \quad (j = 3, 4, 5), \tag{2.19}$$

et sur une droite passant par le centre des sphères, soit $O\zeta$:

$$\varphi_1 = \xi = 0, \quad \psi_1 = \eta = 0\,; \tag{2.20}$$

le solide sera alors animé d'un *mouvement de rotation.*

Dans cette situation on aura

$$\vec{\nabla} f_j = 2 \cdot \overrightarrow{OB}_j, \quad (j = 3,\ 4,\ 5)$$
$$\vec{\nabla}\varphi_1 = \vec{i}, \qquad \vec{\nabla}\psi_1 = \vec{j}. \tag{2.21}$$

Les conditions de compatibilité (1.6) deviennent

$$\delta v_{cx} + z_1 \delta\omega_x - y_1 \delta\omega_z = 0$$
$$\delta v_{cy} + x_1\, \delta\omega_z - z_1\, \delta\omega_x = 0 \tag{2.22}$$
$$\delta\vec{v}_c = \delta\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OC};$$

elles auront pour solutions

$$\delta v_{cz} = 0, \qquad \delta\omega_x = 0, \qquad \delta\omega_y = 0$$
$$\delta v_{cx} = y_1\, \delta\omega_z, \quad \delta v_{cy} = -x_1 \delta\omega_z. \tag{2.23}$$

Ces relations avec le théorème de *Kelvin*

$$\frac{1}{2} J_\zeta (\delta\omega_z)^2 = \frac{1}{2} [(y_1 - y)\mathfrak{L}_x - (x_1 - x)\mathfrak{L}_y] \tag{2.24}$$

et cinq équations du système

$$My_1 \delta\omega_z = \lambda_{\varphi_1} + 2 \sum_{j=3}^{5} \lambda_j (\xi_c + x_j) + \mathfrak{L}_x$$
$$-Mx_1 \delta\omega_z = \lambda_{\psi_1} + 2 \sum_{j=3}^{5} \lambda_j (\eta_c + y_j) + \mathfrak{L}_y$$
$$0 = 2 \sum_{j=3}^{5} \lambda_j (\zeta_c + z_j) + \mathfrak{L}_z \tag{2.25}$$
$$0 = -z_1 \lambda_{\psi_1} + 2 \sum_{j=3}^{5} \lambda_j (y_j \zeta_c - z_j \eta_c) + y\mathfrak{L}_z - z\mathfrak{L}_y$$

$$0 = z_1\lambda_{\varphi_1} + 2\sum_{j=3}^{5}\lambda_j(z_j\xi_c - x_j\zeta_c) + z\mathfrak{Q}_x - x\mathfrak{Q}_z$$

$$J_z\delta\omega_z = -y_1\lambda_{\varphi_1} + x_1\lambda_{\psi_1} + 2\sum_{j=3}^{5}\lambda_j(x_j\eta_c - y_j\xi_c) + x\mathfrak{Q}_y - y\mathfrak{Q}_x,$$

obtenu de (1.3), (1.4) puissent donner les vitesses v_{cx}'', v_{cy}'', ω_z'' et les paramètres λ_{φ_1}, λ_{ψ_1}, λ_j.

4°. Les équations du choc du solide libre en mouvement général pourront être tirées des résultats généraux précédents en faisant

$$\lambda_{\varphi i} = 0, \quad \lambda_{\psi i} = 0, \quad \lambda_j = 0, \quad \vec{\nabla}\varphi_i = \vec{0}, \quad \vec{\nabla}\psi_i = \vec{0}, \quad \vec{\nabla}f_i = \vec{0}. \tag{2.26}$$

III. **Roulement et pivotement sans glissement du solide**

Lorsqu'au début et à la fin du choc le solide *roule et pivote sans glisser* à un point B sur une surface fixe (Σ) d'équation

$$f_B(\xi, \eta, \zeta) = 0, \tag{3.1}$$

et glisse aussi avec frottement aux points B_j sur les surfaces (Σ_j) d'équations

$$f_j(\xi, \eta, \zeta) = 0, \quad (j = 1, \ldots, k), \quad (k \leqslant 2), \tag{3.2}$$

alors, la percution $\vec{\mathfrak{Q}}_n$ normale à la surface (Σ) sera accompagnée d'une percution tangentielle $\vec{\mathfrak{Q}}_t$.

Les équations du choc prennent la forme

$$\begin{aligned} M\delta\vec{v}_c &= \vec{\mathfrak{Q}}_t + \lambda_B\vec{\nabla}f_B + \sum_{j=1}^{k}(\lambda_j\vec{\nabla}f_j + \nu_j\delta\vec{v}_j) + \vec{\mathfrak{Q}}, \\ \delta\vec{K}_c &= \overrightarrow{CB}\wedge(\vec{\mathfrak{Q}}_t + \lambda_B\vec{\nabla}f_B) + \sum_{j=1}^{k}\overrightarrow{CB}_j\wedge(\lambda_j\vec{\nabla}f_j + \nu_j\delta\vec{v}_j) + \overrightarrow{CA}\wedge\vec{\mathfrak{Q}}. \end{aligned} \tag{3.3}$$

On ajoute à ce système les conditions de compatibilité

$$\vec{v}_B = \vec{0}, \quad \delta\vec{v}_j\cdot\vec{\nabla}f_j = 0, \quad (j = 1, \ldots, k). \tag{3.4}$$

La percution $\vec{\mathfrak{Q}}_t$ est située dans le plan tangent à la surface (Σ); on peut donc écrire une relation de condition

$$\mathfrak{Q}_{tx}\frac{\partial f_B}{\partial x_B} + \mathfrak{Q}_{ty}\frac{\partial f_B}{\partial y_B} + \mathfrak{Q}_{tz}\frac{\partial f_B}{\partial z_B} = 0. \tag{3.5}$$

De ces équations on tire les sauts $\delta\vec{v}_c$, $\delta\vec{\omega}$ des vitesses, les paramètres λ_B, λ_j, ν_j et la percution $\vec{\mathfrak{P}}_t$.

Remarques

1°. Lorsque les liaisons (Σ_j) sont parfaites, nous faisons $\nu_j = 0$ dans les relations précédentes. En multipliant scalairement les équations (3.3), ainsi transformées, par $\delta\vec{v}_c$ respectivement $\delta\vec{\omega}$ et en les additionnant on obtient le théorème de Kelvin sous la forme

$$J_\Delta(\delta\vec{\omega})^2 = (\delta\vec{\omega},\ \overrightarrow{BA},\ \vec{\mathfrak{P}}), \tag{3.6}$$

où (Δ) désigne *l'axe instantané des vitesses perdues*, passant par B.

Cette relation, les conditions (3.4) et encore $(2-k)$ relations tirées de (3.3) puissent déterminer les vecteurs $\vec{v}_c''$, $\vec{\omega}_c''$. Par la suite, les autres $4+k$ relations donnent les percutions $\vec{\mathfrak{P}}_n$. $\vec{\mathfrak{P}}_t$ et $\vec{\mathfrak{P}}_{nj}$.

2°. Le cas du roulement et pivotement sans glissement sur une seule surface (Σ) serait obtenu si l'on posait les conditions suivantes :

$$\lambda_j = 0,\quad \vec{\nabla} f_j = \vec{0}.$$

3°. Afin d'obtenir le cas où le solide roule et pivote sans glissement sur la surface (Σ) et glisse aussi avec frottement au point B_1 sur une courbe (Γ) d'équations :

$$f_1(\xi,\ \eta,\ \zeta) = 0,\qquad f_2(\xi,\ \eta,\ \zeta) = 0, \tag{3.7}$$

on doit employer les relations générales obtenues, en écrivant $k = 2$ et en remplaçant les forces de frottement $\nu_j \delta\vec{v}_j$ par l'une seulement de composantes :

$$\nu\frac{D(f_1, f_2)}{D(\eta, \zeta)},\ \nu\frac{D(f_1, f_2)}{D(\zeta, \xi)},\ \nu\frac{D(f_1, f_2)}{D(\xi, \eta)}. \tag{3.8}$$

4°. Lorsque la courbe (Γ) est parfaite on faira $\nu = 0$ dans les équations du choc.

BIBLIOGRAPHIE

[1] *M. Roy*, Mécanique. I. Corps rigides, Dunod, Paris, 1965.
[2] *V. Vâlcovici, Șt. Bălan, R. Voinea*, Mecanică teoretică, Edit. tehnică, 1968.
[3] *W. Kecs, P. P. Teodorescu*, Aplicații ale teoriei distribuțiilor în mecanică, Edit. Academiei, 1970.
[4] *M. Atanasiu*, Mecanică tehnică, Edit. tehnică, 1963.

[5] *Şt. Staicu*, Mecanica. Dinamica şi elemente de Mecanica fluidelor, Litografia Inst. Politehnic Bucureşti, 1973.
[6] *Şt. Staicu*, Metode energetice pentru studiul ciocnirilor, Stud. şi Cercet. Mec. Apl., Tom. 35, nr. 4, 1976.

Cioenirea solidului supus la legături

Lucrarea studiază ciocnirea unui solid rezemat pe mai multe curbe şi suprafeţe.

Scriind ecuaţiile generale ale ciocnirii, se determină percuţiile de legătură şi elementele cinematice ale mişcării la sfîrşitul ciocnirii.

Pornind de la cazul general, se obţin cazurile particulare ale ciocnirii solidului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 1

C.Z. 531.77

O DEFINIRE MATRICIALĂ A VECTORULUI VITEZĂ UNGHIULARĂ

GHEORGHE DRĂGĂNOIU*

Se determină derivata temporală a unui vector în funcție de derivatele temporale ale proiecțiilor vectorului într-un sistem de axe cartezian în mișcare față de sistemul fix, cu ajutorul matricii de trecere. ën baza proprietăților matricilor rotațiilor elementare se demonstrează că produsul dintre transpusa și derivata matricii de trecere este un tensor antisimetric de produs vectorial atașat unui vector, vectorul vitezei unghiulare.

Se consideră problema determinării derivatei temporale a vectorului $[r]$ în funcție de derivatele temporale ale proiecțiilor vectorului $[r]$ în reperul aflat în mișcare față de reperul $O_0x_0y_0z_0$. (fig. 1).

Notînd $[r_0]$, $[r_1]$ vectorii coloană ai proiecțiilor vectorului $[r]$ în reperul $O_0X_0Y_0Z_0$ respectiv $O_1X_1Y_1Z_1$, se poate scrie relația [ref 1, 2]:

$$[r_0] = R[r_1] \tag{1}$$

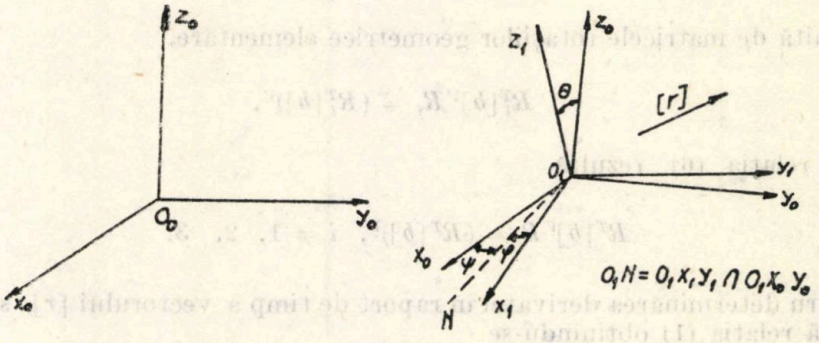


Fig. 1

Matricea de trecere R este produsul matricelor rotațiilor geometrice elementare:

$$R = R_1R_2R_3 \tag{2}$$

Manuscris predat redacției la data de 19 noiembrie 1980
* Șef de lucrări dr. ing., Catedra Mecanică

$$R_1 = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad R_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix};$$

$$R_3 = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

ale căror elemente sînt funcţii de unghiurile Euler ψ, θ, φ (fig. 1) Ţinînd cont de expresiile (3) se poate verifica proprietatea de ortogonalitate a matricelor rotaţiilor elementare

$$R_i^T R_i = I, \quad i = 1, 2, 3, \tag{4}$$

I fiind matricea unitate, din care rezultă proprietatea de ortogonalitate a matricei de trecere:

$$R^1 R = R_3^T R_2^T R_1^T R_1 R_2 R_3 = I \tag{5'}$$

O a doua proprietate se referă la transformarea tensorului antisimetric de produs vectorial

$$\begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix}^V = \begin{bmatrix} 0 & -b_z & b_y \\ b_z & 0 & -b_x \\ -b_y & b_x & 0 \end{bmatrix}$$

definită de matricele rotaţiilor geometrice elementare,

$$R_i^T [b]^V R_i = (R_i^T [b])^V, \tag{6}$$

Din relaţia (6) rezultă

$$R^T [b]^V R = (R^T [b])^V, \quad i = 1, 2, 3. \tag{7}$$

Pentru determinarea derivatei în raport de timp a vectorului $[r]$, se derivează relaţia (1) obţinîndu-se

$$[\dot{r}_0] = \dot{R}[r_1] + R[\dot{r}_1] \tag{8}$$

Prin înmulţirea la stînga a relaţiei (8) cu R^T se obţine relaţia echivalentă

$$R^T [\dot{r}_0] = R^T \dot{R} [r_1] + [\dot{r}_1], \tag{9}$$

în care $[\dot{r}_1]$ reprezintă derivata e temporală a vectorului $[r]$ în ipoteza imobilității reperului $O_1X_1Y_1Z_1$ (derivata locală). Se notează faptul că $R^T\,[\dot{r}_0]$ reprezintă exprimarea derivatei vectorului r în sistemul mobil $O_1X_1Y_1Z_1$.

În baza relației (2) produsul $R^T\dot{R}$ se calculează cu

$$R^T\dot{R} = R_3^TR_2^TR_1^T(\dot{R}_1R_2R_3 + R_1\dot{R}_2R_3 + R_1R_2\dot{R}_3) \tag{10}$$

Ținînd cont de relațiile (4) se obține

$$R^T\dot{R} = R_3^TR_2^TR_1^T\dot{R}_1R_2R_3 + R_3^TR_2^T\dot{R}_2R_3 + R_3^T\dot{R}_3. \tag{11}$$

Prin derivarea relațiilor (3) și înmulțire se determină :

$$R_1^T\dot{R}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\psi} & 0 \\ \dot{\psi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}^V$$

$$R_2^T\dot{R}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\dot{\theta} \\ 0 & \dot{\theta} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^V \tag{12}$$

$$R_3^T\dot{R}_3 = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\varphi} & 0 \\ \dot{\varphi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix}^V$$

Vectorii $[0\ 0\ \dot{\psi}]^T$, $[\dot{\theta}\ 0\ 0]^T$, $[0\ 0\ \dot{\varphi}]$ corespunzători vitezelor unghiulare $\dot{\psi}$, $\dot{\theta}$, $\dot{\varphi}$ vor constitui prin definiție vectorii viteză unghiulară ai rotațiilor elementare,

$$[0\ 0\ \dot{\psi}]^T = [\omega_\psi];\ [\dot{\theta}\ 0\ 0]^T = [\omega_\theta];\ [0\ 0\ \dot{\varphi}]^T = [\omega_\varphi] \tag{13}$$

Cu notațiile (13) și relațiile (6) relația (11) devine

$$R^T\dot{R} = (R_3^TR_2^T[\omega_\psi])^V + (R_3^T[\omega_\theta])^V + [\omega_\varphi]^V \tag{14}$$

Relația (14) indică faptul că produsul $R^T\dot{R}$ este tensorul antisimetric atașat vectorului $[\omega]$,

$$[\omega] = R_3^TR_2^T[\omega_\psi] + R_3^T[\omega_\theta] + [\omega_\varphi], \tag{15}$$

suma vectorilor rotaţiilor elementare exprimaţi în baza definită de reperul $O_1X_1Y_1Z_1$.
Vectorul $[\omega]$ dat de relaţia (15) constituie prin definiţie vectorul viteză unghiulară ataşat reperului $O_1X_1Y_1Z_1$ poziţionat prin unghiurile ψ, θ, φ în raport de reperul fix $O_0X_0Y_0Z_0$ Introducînd relaţiile (13) şi (3) în relaţia (15) se obţine :

$$[\omega] = \begin{bmatrix} \sin\varphi \sin\theta & \cos\varphi & 0 \\ \cos\varphi \sin\theta & -\sin\varphi & 0 \\ \cos\theta & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} \tag{16}$$

sau

$$[\omega] = \begin{bmatrix} \dot{\psi}\sin\theta\sin\varphi + \dot{\theta}\cos\varphi \\ \dot{\psi}\cos\varphi\sin\theta - \dot{\theta}\sin\varphi \\ \dot{\psi}\cos\theta + \dot{\varphi} \end{bmatrix} \tag{16}$$

Relaţia (16) permite stabilirea unor formule iterative de determinare a parametrilor cinematici ai unui sistem mecanic de corpuri rigide, în funcţie de vitezele generalizate [ref. 3].
Cu relaţia (15), relaţia (9) devine :

$$R^T[\dot{r}_0] = [\omega]^V[r_1] + [\dot{r}_1] \tag{17}$$

Se notează faptul că relaţia (17) conduce la determinarea proiecţiilor derivatei vectorului $[r]$ în sistemul mobil, $R^T[\dot{r}_0]$.

BIBLIOGRAFIE

[1] *Onicescu O.*, Mecanica. Ed. Tehnică Bucureşti 1969, pp 159
[2] *Mangeron D., Irimiciuc N.*, Mecanica rigidelor cu aplicaţii în inginerie. Ed. Tehnică Bucureşti 1978 vol. I, pp 133–138.
[3] *Drăgănoiu Gh.* Metodă iterativă de analiză cinematică a unui lanţ deschis de corpuri rigide, cu n grade de libertate, cu matrici $3 \times n$. (Va apare).

A Matricial Definition of the Vector of Angular Velocity

The temporal derivative of a vector is determined, function of the temporal derivatives of the projections of the vector in a system of Cartesian coordinates, moving related to the fixed system, with the help of the passing matrix. On the basis of the properties of the matrix of elementary rotations it is proved that the product between the transposed and the derivative of the passing matrix is an antisymmetrical tensor of vectorial product attached to a vector, the angular speed vector.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 1

MECANICĂ FINĂ

C.Z. 621.822.678
621.839

REALIZAREA UNOR NOI MATERIALE CU MASE PLASTICE PENTRU LAGĂRE DIN CONSTRUCȚIA DE APARATE

TRAIAN DEMIAN, DUMITRU TUDOR, ION STIHARU *

În lucrare este prezentată tehnologia de execuție a lagărelor sinterizate din PTFE, utilizate în mecanica fină. Comportarea la frecare a acestor tipuri de lagăre s-a determinat experimental pe aparate de tip AST—1 realizate de autor.

Este cunoscut că în mecanica fină se utilizează o paletă largă de forme constructive de lagăre și o gamă variată de materiale pentru fusuri și cuzineți. În domeniul lagărelor cilindrice de dimensiuni mici, există pe plan mondial tendința utilizării tot mai largi a materialelor plastice care prezintă avantaje tribologice evidente și permite ridicarea calităților funcționale ale aparatelor. În țara noastră se utilizează tot mai frecvent aceste tipuri de materiale care însă, sînt aproape în exclusivitate elaborate în străinătate. De aceea în lucrare sînt prezentate încercările experimentale efectuate de autori pe materiale elaborate după rețete uzuale și proprii, care au ca element de bază politetrafluoretilena (PTFE), recomandată pentru aparatele care lucrează în medii corozive și pe domenii largi de temperatură (—150°C pînă la 200°C). Îmbunătățirea proprietăților tribologice se poate realiza cu aditivi solizi sau lubrificație cu uleiuri.

Lagărele miniaturale astfel obținute se comportă bine la șocuri și vibrații, realizează pierderi mici prin frecare și pot izola electric partea fixă de cea mobilă a aparatului. Materialele elaborate au drept componentă de bază, cu rol de liant, politetrafluoretilena; proprietățile fizico-mecanice sînt îmbunătățite prin încorporarea unor aditivi, direct în masa plastică. S-a obținut prin amestec la nivel de particole a PTFE cu substanțe compozite, nu atît o micșorare a valorii coeficientului de frecare cît o mărire a rezistenței la uzură a compusului în raport cu masa plastică pură. Astfel s-au utilizat, pulberea de sticlă, aditiv care influențează cel mai puțin proprietățile chimice ale PTFE, dar care îmbunătățește proprietățile mecanice; grafitul s-a folosit ca lubrifiant dînd posibilitatea

Manuscris predat redacției la data de 23 iunie 1980.
* Prof. dr. doc. ing., Conf. dr. ing., Catedra Mecanică fină; Ing. C.C.T.C. București.

de alunecare a suprafeţelor în mişcare pe planele de densitate moleculară maximă; bisulfura de molibden, care are o structură cristalină hexagonală permite alunecarea reţelei şi deci a suprafeţelor în mişcare, după planurile normale legăturilor de tip Van der Waals stabilite între atomii de sulf; bronzul are rolul de mărire a conductivităţii termice şi a rezistenţei la uzură, dar se oxidează în aer şi este atacat de mulţi compuşi chimici; argintul este bun conducător de căldură şi asigurînd un strat moale în compus, reduce valorile coeficienţilor de frecare.

În [1] sînt recomandate următoarele compoziţii pentru materialele din PTFE cu aditivi:

85% PTFE + 15% pulbere de sticlă;

40% PTFE + 60% bronz;

75% PTFE + 20% pulbere de sticlă + 5% grafit;

65% PRFE + 35% grafit;

80% PTFE + 15% pulbere de sticlă + 5% MoS_2

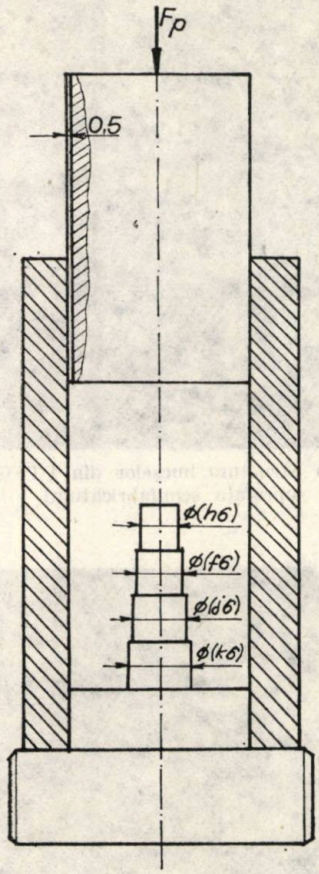
În plus faţă de unele compoziţii din [1], s-au realizat şi altele în care s-au utilizat amestecuri PTFE, bronz, grafit sau PTFE, argint.

Pentru bucşele de lagăr au fost proiectate şi realizate de autori matriţe (fig. 1) care permit obţinerea unor diametre diferite în raport de cota nominală a ajustajului. Se procedează la omogenizarea compoziţiei şi se trece la umplerea matriţei printr-o singură încărcare întrucît, proprietăţile slabe de curgere ale PTFE duc în caz contrar la suprafeţe de separare. Se face apoi presarea lentă şi uniformă a materialului pentru a fi posibilă evacuarea aerului din matriţă prin interstiţiul între cămaşă şi piston. Încălzirea se face lent pînă la circa 400°C cu un gradient de 40°C/oră şi menţinere timp de două ore la această temperatură. Regimul termic trebuie să fie lent pentru a se evita tensiunile interne. În continuare are loc răcirea în aer a matriţei, presiunea de aproximativ 500 bar fiind menţinută pînă ce temperatura semifabricatului ajunge la 327°C, punct critic al politetrafluoretilenei. Regimul de răcire influenţează cristalinitatea structurii compoziţiei, deci şi proprietăţile ei mecanice. S-au obţinut astfel bucşe din politetrafluoretilenă aditivată, ca în fig. 2.

Din analiza microscopică se observă că s-au obţinut semifabricate cu structură omogenă (fig. 3a; 3b; 3c; 3d.), ceea ce confirmă faptul că proprietăţile tribologice ale lagărelor se datorează compusului în ansamblul său şi nu unui anume component din amestec. De altfel în funcţionare, particulele din aglomerări şi cele desprinse sînt antrenate de fus şi presate în masa cuzinetului. Forma regulată a adaosului conferă semifabricatului proprietăţi de anizotropie, caracteristică necesară elementelor de rezemare din construcţia de aparate. Structurile sînt analizate pe suprafaţa de tăiere (fig. 3a), pe cea de semifabricat (fig. 3b) respectiv pe suprafeţe de rupere (fig. 3c, 3d) asigurîndu-ne astfel omogenitatea structurii şi în adîncimea materialului sinterizat.

Viscozitatea mare a politetrafluoretilenei în stare moale, la temperatură mai mare de 327°C, asigură menţinerea omogenităţii structurii semifabricatului, întrucît, din fig. 4a şi 4b, difuzia particulelor de aditivi din masa plastică aditivată nu a avut loc în cea pură, motiv pentru care structura unui material presat la rece se menţine şi după ce a avut loc

sinterizarea. Fotografiile au fost executate cu măririle ×150 (fig. 4a) şi ×500 (fig. 4b) pe un cuzinet obţinut prin umplerea matriţei menţinînd o zonă de separaţie între cele două compoziţii diferite : PTFE pe de-o parte şi PTFE + 15% grafit pe de altă parte, procedeul de formare urmînd apoi în aceleaşi etape.



1. Matriţă de sinterizat

2. Bucşă sinterizată din PTFE

Valoarea momentului de frecare din lagărele confecţionate prin procedeul şi din materialele descrise, s-a determinat pe instalaţia construită în acest scop de autori (fig. 5). S-au stabilit valorile coeficienţilor de frecare pentru cuplul de material oţel — PTFE aditivat, unele rezultate fiind prezentate în tabelul 1.

Încercările au arătat o scădere a valorii coeficientului de frecare după un interval de rodaj, de 10 — 15 minute de funcţionare la 300 rot/ /min. Fenomenul se poate explica prin depunerea de PTFE pe suprafaţa arborelui de oţel şi deci asigurarea unui contact PTFE — PTFE, sau prin

Fig. 3a Structura bucşelor din PTFE pe suprafaţa de tăiere

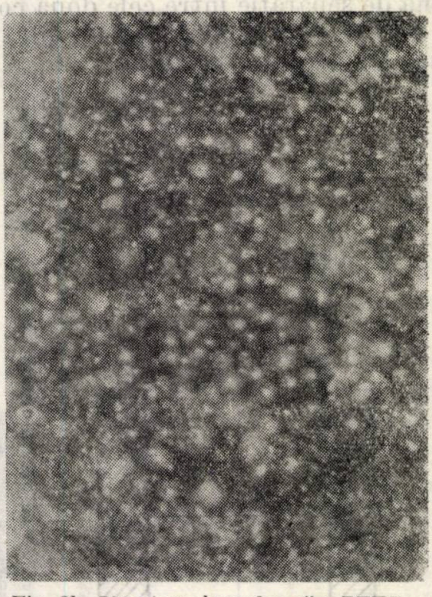


Fig. 3b Structura bucşelor din PTFE pe suprafaţa semifabricatului

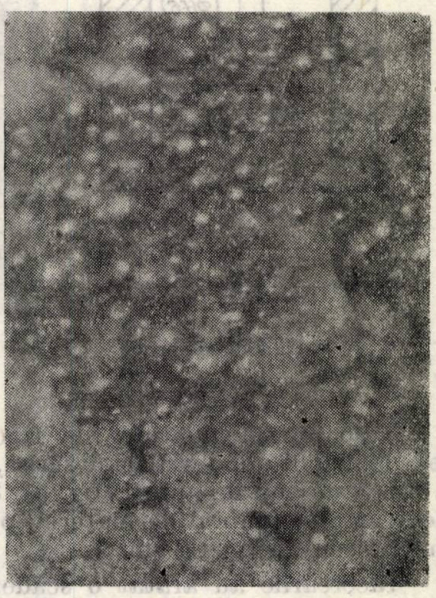


Fig. 3c, d Structura bucşelor din PTFE pe suprafeţele de rupere

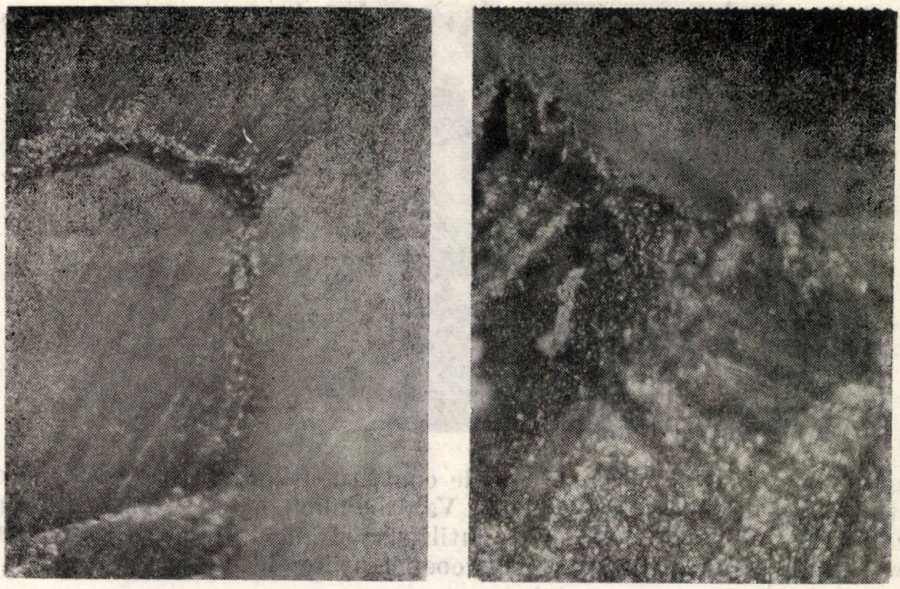


Fig. 4a, b Zona de separație dintre PTFE și PTFE + 15% grafit

Tabelul 1

Valorile coeficienților de frecare rezultate din încercările experimentale

Nr.	Cuplurile de material	Valoarea coeficientului de frecare		
		Frecare uscată		Frecare mixtă
		nerodat	rodat	rodat
1.	PTFE + 60% Bz / 01	0,28	0,17	0,092
2.	PTFE / 01	0,24	0,18	—
3.	PTFE + 15%Si + 5%MoS_2 / 01	0,235	0,181	—
4.	PTFE + 35% grafit / 01	0,23	0,158	—
5.	PTFE + 55%Bz + 5%grf. / 01	0,24	08,16	—
6.	PTFE + 32% Ag / 01	0,22	0,139	0,084

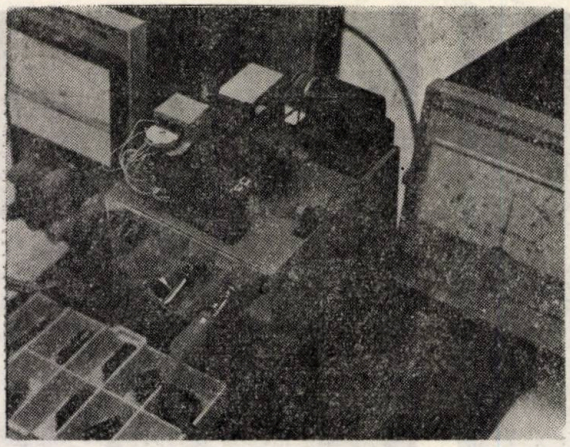


Fig. 5. Aparatul pentru studiul momentului de frecare AST—1

orientarea planelor de alunecare ale constituenților antifricțiune, pe direcția vitezei de alunecare din lagăr. Valorile mici ale coeficienților de frecare apar la lubrificația cu uleiuri ; utilizarea argintului ca aditiv, duce de asemenea, la reduceri ale valorilor coeficienților de frecare.

BIBLIOGRAFIE

1. *I. Lupuțiu, M. Duțu*, Politetrafluoretilena și folosirea ei în industrie. Ed. Tehnică, București, 1977.
2. *T. Demian, D. Tudor*, Stand experimental pentru măsurarea statică și dinamică a momentelor de frecare din lagărele de mecanică fină. TRIBOTEHNICA Vol. II, Galați, 1978.
3. *F. Dürr*, Kunststofgleitteile für Laufwerk mit und ohne schmierung in Konstruktion Fertigung und Anwerdung feinwerktechnike Kunstoffteile. Ulm, R.F.G. 1976.

Die neuen Materialen für Langernfeinmechanik

Im Artikel ist die Lagernfertigung von PTFE, die in Feinmechanik gebraucht sind geschildert. Der Reibungmoment dieser Lagern wurde mit AST—1 gemessen. Diese Messgerät wurde von den Autoren hergerstellt.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 1

C.Z.: 681.621.79

UNELE ASPECTE PRIVIND MICROSUDURA CU LASER A LAMELELOR METALICE

GH. DIACONESCU, O. DONȚU*

În articol sînt prezentate rezultatele cercetărilor întreprinse asupra modului de sudare a lamelelor metalice cu laser analizînd modul de comportare al asamblării din punct de vedere al rezistenței mecanice, durității și zona influențată de către radiația laser.

Folosirea din ce în cea mai mult a laserului în procesele tehnologice moderne de microsudură și microgăurire, se explică atît prin proprietățile deosebite pe care le posedă radiația laser ca coerență spațială și în timp, direcționalitate, strălucire și altele, cît și prin perfecționările continue și rapide ale instalațiilor laser.

Proprietățile radiației laser de coerență spațială și putere mare permit ca energia laserului să fie focalizată pe o suprafață de dimensiuni foarte mici realizîndu-se densități de energie foarte mari. Această densitate mare de energie este capabilă să producă o încălzire locală puternică ce va determina topirea sau vaporizarea instantanee a materialului din zona afectată de radiația laser.

Tehnologiile de prelucrare cu laser, alături de celelalte tehnologii neconvenționale apărute și dezvoltate în ultimele două decenii, nu elimină procedeele clasice, ci le completează acoperind un gol, resimțit odată cu introducerea în industrie a unor materiale din ce în ce mai dificil de prelucrat prin procedeele cunoscute, a creșterii exigențelor privind performanțele ce trebuie obținute și a tendinței de miniaturizare a produselor.

Plecînd de la avantajele bine cunoscute ale prelucrărilor cu laser ce permit prelucrarea unor materiale dure și foarte dure, bune sau rele conductoare de curent electric, materiale cu puncte de fuziune mult dife-

Manuscris predat redacției la data de 21 mai 1980

* Prof. dr. ing.; Șef lucrări ing., Catedra Mecanică fină

rite și cu modificări minime structurale ale zonei supuse radiației laser, cercetările noastre au avut ca scop rezolvarea cu ajutorul microsudurilor cu laser a unor cazuri reale din construcția aparatelor de măsurat, cu dificultate mai mare de realizare prin mijloacele clasice de prelucrare ca de exemplu asamblarea arcului spiral plan (fir de păr) și a unor microcontacte lamelare pentru aparatele de control activ (problemă pe care am încercat să o generalizăm și pentru alte tipuri de microcontacte).

Folosind unele recomandări ale literaturii de specialitate consultate și limitați de posibilitățile uzuale ale instalației utilizate (cu mediu activ solid — sticlă dopată cu neodim) am folosit tensiuni de descărcare pe condensatori între 1600—2000 V și o durată a impulsurilor laser de 1,5 ÷ 4 milisecunde în condițiile unei frecvențe de repetare a impulsurilor de 5—30 secunde.

Experiențele efectuate, deși nu au fost foarte numeroase, permit să se tragă unele concluzii cu privire la factorii de care depind asamblările prin microsudură cu laser în cadrul domeniului studiat.

Astfel, există o dependență strînsă între numărul optim de impulsuri laser repetate în același punct, valoarea tensiunii de descărcare, natura și grosimea materialului sudat și rezistența la tracțiune a asamblării.

Rezultatele obținute din punct de vedere al forței de rupere în cazul folosirii sudurii cu laser sînt prezentate în diagramele din fig. 1 și 2.

Numărul optim de impulsuri repetate în același punct, în condițiile unei tensiuni de descărcare de 1 600—1 800 V și a unei grosimi de 0,05—0,2 mm pentru materialul aflat direct sub acțiunea radiației laser, a rezultat că este între 2—3 impulsuri diagrama fig. 1. La un număr mai mare de impulsuri repetate, apare un crater pronunțat mergînd pînă la străpungerea materialelor.

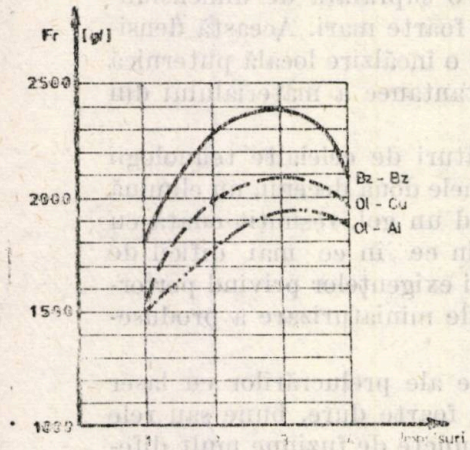


Fig. 1. Diagrama variației forței de rupere a asamblării în funcție de numărul de impulsuri suprapuse.

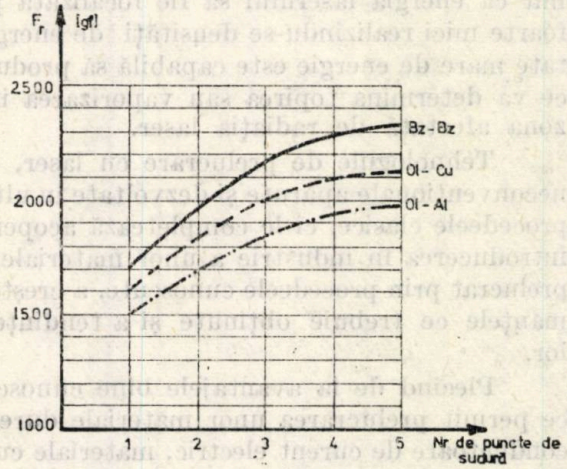


Fig. 2. Diagrama variației forței de rupere a asamblării în funcție de numărul de puncte de sudură.

Analizînd rezistența la rupere a asamblărilor sudate, obținute în condiții favorabile, diagrama din fig. 2, o considerăm mulțumitoare avînd în vedere condițiile reale din exploatare, ale cazurilor discutate unde solicitările la tracțiune sînt de ordinul a cel mult 20—50 gf, față de minimum 800 gf obținute la probele cele mai dezavantajoase.

În privința solicitărilor la încovoiere, în secțiune transversală, asamblarea sudată s-a comportat foarte bine în cazurile în care au fost practicate 4—6 puncte de sudură așazate în serie și paralel.

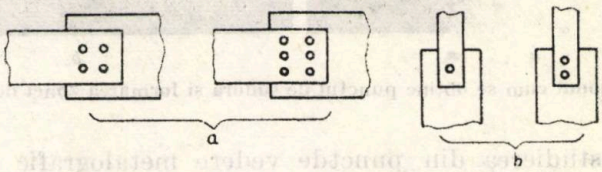


Fig. 3. Diverse moduri de suprapunere a punctelor de sudură.

Din punctul de vedere al solicitării la răsucire a zonei sudate în plan perpendicular pe direcția de acțiune a fasciculului laser s-a obținut cea mai slabă comportare pentru cazul în care s-a practicat un singur punct de sudură sau un șir cu 2—3 puncte fig. 3 b.

Atunci cînd sînt cel puțin 4 puncte de sudură dispuse în serie și paralel pentru grosimi ale materialelor pînă la 0,2 mm s-a ajuns la deformarea materialelor sudate în afara zonei de suprapunere a celor două microbenzi, fără distrugerea asamblării, ceea ce dovedește posibilitatea rezolvării problemei și din acest punct de vedere.

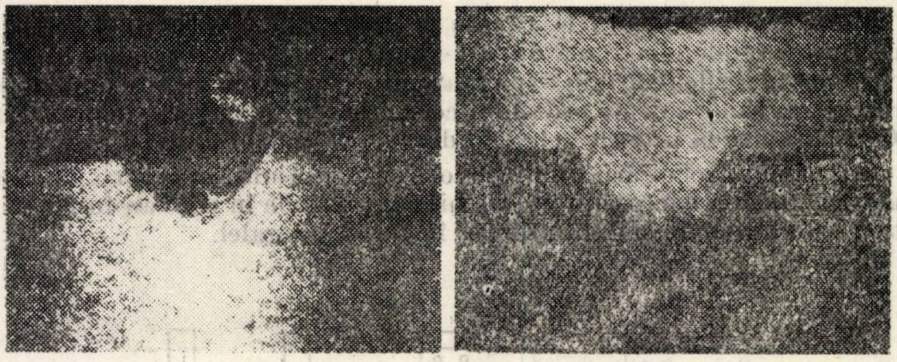
Analizînd rezultatele obținute, se constată că o creștere a numărului punctelor de sudură nu conduce la o creștere direct proporțională a forței de distrugere prin tracțiune a asamblării, mai ales cînd creșterea numărului de puncte se face pe seama dispunerii acestora în serie. Explicația trebuie căutată în acest caz în faptul că nu toate punctele de sudură sînt solicitate simultan.

Din determinările efectuate a reieșit că valoarea efortului unitar la rupere este de circa 0,5—1,7 kgf/mm^2, valori mult acoperitoare pentru solicitările specifice produselor de mecanică fină de tipul celor precizate anterior.

Se recomandă să se practice minim 2—4 puncte de sudură, cu un diametru de minim 0,4 mm, și la un pas corespunzînd la 3—4 ori diametrul punctului de sudură.

În fotografiile din figura 4 a și 4 b se observă modul cum se obține punctul de sudură și zona de contact dintre cele două materiale.

Încercările de microduritate efectuate în zona punctului de sudură, diagramele din figura 5, indică pentru o asamblare oțel Cu-Be, o creștere a durității în banda de oțel și o scădere a durității în banda de Cu-Be, ambele fenomene sînt mai pronunțate în jurul axei conului de sudură.



a *b*

Fig. 4. Modul cum se obţine punctul de sudură şi formarea zonei de contact.

Pentru studierea din punctde vedere metalografic a microzonei punctului de sudură influenţată termic de către radiaţia laser am recurs la investigaţii cu ajutorul microsondei electronice. Analiza microstructurală a fost efectuată asupra mai multor cupluri de microbenzi asamblate. Studiul secţiunilor de sudură cu microsonda electronică a permis pe lîngă observarea imaginii structurale şi stabilirea precisă a compoziţiei zonei punctului de sudură.

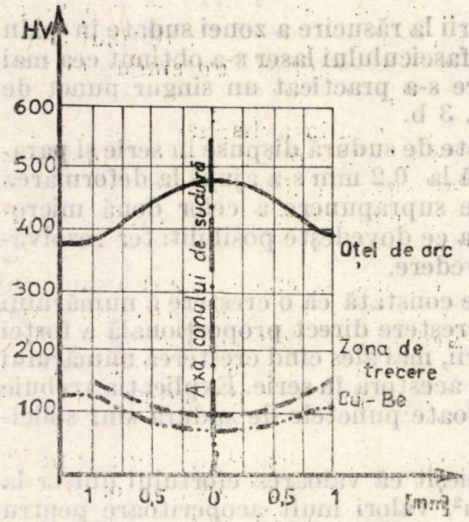


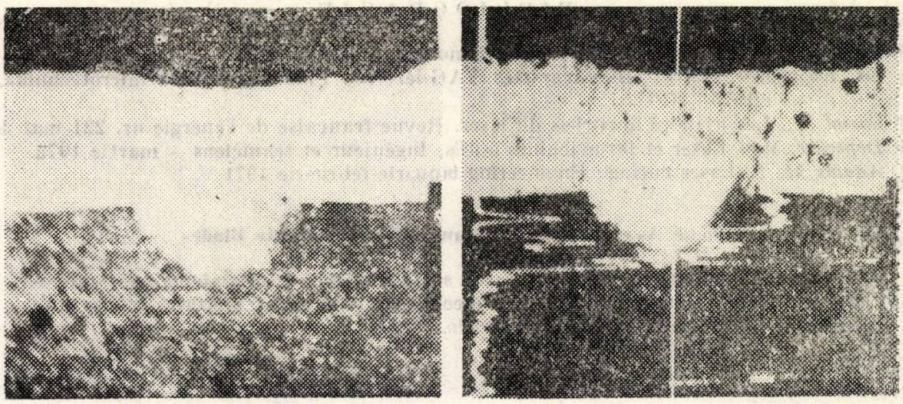
Fig. 5. Diagrama durităţii diverselor zone ale punctului de sudură pentru oţel — CuBe.

Probele analizate cu ajutorul razelor X sînt prezentate în fotografiile din figura 6 în care se observă modul cum variază compoziţia punctului de sudură pentru cuplul de materiale oţel-aluminiu.

Se observă (fig. 6a) conturul „conului" punctului de sudură şi zona de întrepătrundere a celor două elemente din care rezultă o asamblare corespunzătoare.

Imaginile de compoziţie, (fig. 6, b) efectuate pentru aceeaşi zonă de sudură cu suprapunerea liniilor radaţiilor X caracteristice pentru Fe şi Al, indică maximul de Fe în banda de oţel şi micşorarea treptată a conţinutului de Fe în zona corespunzătoare vîrfului conului de sudură şi reciproc pentru Al, acest lucru confirmînd realizarea unei difuzii omogene în zona sudurii.

Examinarea microscopică a mai multor probe a permis şi evidenţierea unor defecte de sudură, a unor zone imperfect sudate sau a unor modificări structurale nefavorabile în zonele sudate ca urmare a unei ten-



a *b*

Fig. 6. Structura şi modul cum variază compoziţia punctului de sudură în cazul sudurii cu laser a unor lamele de oţel şi de aluminiu.

siuni de descărcare necorespunzătoare sau a unui număr prea mare de impulsuri repetate. O astfel de situaţie este prezentată în fotografia din figura 7 obişnuită cu ajutorul microsondei electronice asupra unei asamblări Ol — Cu. Se observă formarea unui crater în ambele materiale însoţită de expulzarea prin evaporare a fierului şi cuprului (se remarcă prezenţa unor fragmente de Cu pe marginile craterului în zona benzii de oţel).

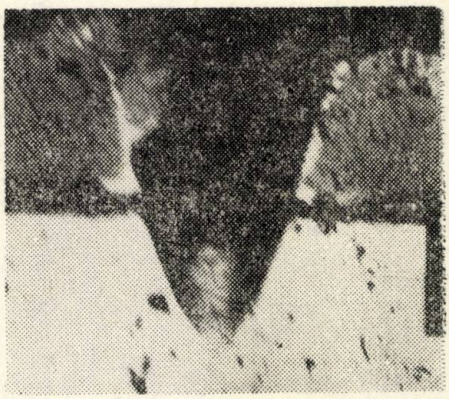


Fig. 7. Evidenţierea prezenţei unui crater în zona unui punct de sudură în cazul unei suduri cu laser necorespunzăzoare.

Din încercările efectuate se poate trage concluzia că sudurile cu laser, care îşi pot găsi multe aplicaţii în domeniul microtehnicii, depind calitativ de mai mulţi factori din care cu o pondere mai mare intervin :

— posibilităţile instalaţiei — deci implicit parametrii fasciculului laser ca putere, focalizare, lungime de undă, perioadă de repetiţie şi durata impulsurilor :

— proprietăţile materialelor de sudat, ca reflectivitate, conductivitate termică, punct de topire, starea suprafeţelor ;

— modul de aşezare a pieselor ce se sudează ;

— numărul şi distribuirea punctelor de sudură practicate ;

— numărul optim de impulsuri laser aplicate în acelaşi punct.

Prin perfecţionarea instalaţiilor laser ca şi a proceselor tehnologice folosind laserul şi datorită avantajelor mari pe care le prezintă sudura cu laser în unele domenii ale microtehnicii, considerăm că în viitorul apropiat se vor deschide noi perspective de utilizare a acestui procedeu de asamblare prin sudură.

BIBLIOGRAFIE

[1] *Lyubavsky Y. U.* Solid — state Laser technology Moscova 1975.
[2] *Dr. Kobayashi, Akira,* Mikrohegesztés YAG-lézerrel. Finommechanika microtechnika, nr 3—1975— RPU.
[3] *Gossot M.*, Les usages industriels du laser. Revue française de l'énergie nr. 221 mai 1970
[4] *Depecker,* M — Laser et les machines outils, Ingénieur et tehniciens — martie 1972.
[5] *Adams M. I.*, Laser cuting ; Engineering ianuarie-februarie 1971

Some Aspects about Microwelding of Mettalic Blades

In this paper there are presented some research results about laser microwelding, there are studied also the mechanical strengh of mettalic blades and hardness of the laser welding materials.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 1

BIOTEHNOLOGIE

MODEL MATEMATIC GENERAL PENTRU STUDIUL EVOLUȚIEI ȘI CONCEPTULUI TERAPEUTIC AL UNEI LEZIUNI DE TIP INFLAMATOR

MIHAIL NICU, SILVIA NICU*

Lucrarea prezintă o aplicație a teoriei sistemelor în biomedicină folosind unele reprezentări matematice.

Modelul analizat, un hidrolizat proteic sau un hormon în corelație cu o leziune inflamatorie, este un caz idealizat dar acest gen de abordare poate fi îmbunătățit pe baza unor studii analitice a rezultatelor experimentale.

Dacă S este un sistem biologic (țesut, organ, glandă endocrină, porțiune corticală etc.) asupra căruia acționează unii factori externi notați în grup F (temperatură, umiditate, radiații, etc) se constată în anumite cazuri apariția unei leziuni L în acest sistem. De obicei factorul F conține și componenta microbiană potențată în urma acțiunii combinate a celorlalți factori. Cînd S face parte dintr-un organism viu se pune problema retransformării leziunii în țesut sănătos. Să considerăm că procesele de reparație se produc în urma unei substanțe care în exemplul pe care-l analizăm poate fi un hidrolizat proteic HPL (un amestec liofilizat de micro și macromolecule organice folosit ca factor terapeutic cu indicații mai largi, propus de dr. Geo Săvulescu). Proporțiile variabile ale greutăților moleculare, determină și efecte diferite.

Vom adopta deci notațiile:

$m_s(t)$ masa sistemului S la momentul t

$m_L(t)$ = masa leziunii L la momentul t

$m_{HP}(t)$ =masa preparatului HP la momentul t

$r(t)$ =raportul dintre masa de micromolecule din HP la momentul t și masa de macromolecule din HP la momentul t.

$m(t)$ =masa de macromolecule la momentul t.

Rezultatele obținute în unele modele experimentale ale autorului H. P au arătat că:

există un interval $(r_1, r_2) \subset (0, \infty)$ astfel că dacă $r(t) \in (r_1, r_2)$, acțiunea produsului HP asupra leziunii este cea mai eficace.

există $0 < T_1 \leqslant T_2 \leqslant T_3$, astfel încît, administrînd hidrolizatul proteic:

— în intervalul $(0, T_1)$ nu se observă nici o ameliorare, deci leziunea crește sau stagnează.

Manuscris predat redacției la data de 19 noiembrie 1980

* Conf. dr., Cercet. șt. pr. dr. Colectivul de Biotehnologie

— în intervalul (T_1, T_2) se constată o anihilare a acţiunii factorilor externi F, deci leziunea stagnează în evoluţie sau chiar manifestă tendinţa de regresie, de reducere, de vindecare.

— în intervalul (T_2, T_3) acţiunea factorului HP devine vizibil pozitivă, leziunea diminuează treptat, pînă la dispariţia totală, sau cu o remisiune masivă dar lăsînd urme (cicatrici, reşute etc)

— după momentul T_3, HP nu mai produce modificări în S.

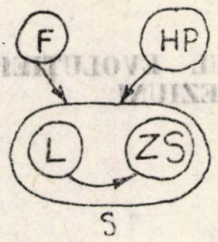


Fig. 1

Aceste consideraţii logice pot conduce la alcătuirea unui model matematic.

Din cele descrise mai sus, rezultă că avem de-a face cu un sistem S = {S, F, HP}, între componentele căruia au loc interacţiuni conform graficului: unde, prin ZS am notat zona sănătoasă, nelezată din S.

Putem determina ecuaţia care descrie variaţia masei leziunii în timp, ca urmare a interacţiunilor din graf.

Acţiunea lui F asupra lui S se traduce matematic printr-o funcţie de timp h, astfel ca la momentul t masa leziunii L se măreşte cu $h(t)\, m_s(t)$.

În ceea ce priveşte acţiunea $L \to ZS$, avem de-a face cu o funcţie g de masa leziunii astfel că la momentul t leziunea creşte cu

$$g(m_L(t))(m_s(t) - m_L(t))$$

Acţiunea hidrolizantului proteic asupra sistemului depinde de masa leziunii şi de raportul dintre cele două componente ale sale (micro şi macro) deci este vorba de o funcţie $K(m_L, r)$. Rezultă că la momentul t se restabileşte o parte din leziune (leziunea scade cu o zonă sănătoasă de masă);

$$K(m_L(t)\ r(t))m_{HP}(t)$$

Ţinînd seama de cele de mai sus, deducem ecuaţia de evoluţie a masei m_2:

$$\frac{dm_L}{dt} = K(m_L(t),\ r(t)m_{HP} + g(m_L(t))(m_s(t) - m_L(t)) + h((t)m_s(t)) \qquad (1)$$

sau, mai condensat:

$$\frac{dm_L}{dt} = f(t,\ m_L,\ m_s) \qquad (2)$$

unde m_s este privită ca un parametru.

Deoarece HPL acţionează asupra lui S un interval finit de timp, considerăm $t \in [0,\ T]$

Condiţia iniţială a acestei ecuaţii, fiind $(0,\ m_L(0))$, considerăm sup. $\cdot |m_L(t) - m_L(0)| \leqslant R$

deci $m_L \in S(m_L(0),\ R)$. Dqcă parametrul m_s variază într-un spaţiu topologic M şi sînt îndeplinite condiţiile:

1) $\|f(t,\ m_L,\ m_s) \leqslant C$ pe $[0,T] \times S(m_L(0)R \times M$;

2) $\|f(t,\ m'_L,\ m_s) - f(t,\ m^{21}_L,\ m_s)\| \leqslant a\|m^1_L - m^2_L\|$ pentru

$t \in [0,\ T]$, $\|m^1_L - m^0_L\| \leqslant R$, $\|m^2_L - m^0_L\| \leqslant R$,

$m_s \in M$, unde $m^0_L = m_L(0)$,

atunci pentru fiecare $m_s \in M$, ecuaţia (2) are o soluţie $m_L(t : m_s)$ continuă în raport cu perechea $(t, m_s) \in [0, T] \times M$.

Pentru o folosire eficientă a modelului, studiem în continuare o formă particulară a ecuaţiei (A) obţinută în urma unor consideraţii asupra termenilor componenţi.

Putem presupune, fără a restrînge prea mult din generalitate, că m_s rămîne constant pe $[0, T]$. Pentru acţiunea $L \to ZS$ este rezonabil să presupunem că pentru m_L mai mare, o mai mare parte din ZS suferă leziuni, deci să admitem o dependenţă proporţională de forma :

$$g(m_L) = bm_L, \quad b \geqslant 0 \tag{3}$$

şi analog : $k(m_L, r) = arm_L$, $a \in R$, cele două constante a, b fiind determinate experimental, la fel şi funcţia h.

Deoarece, $m_{HP}(t) = m(t) + r(t)\ m(t)$.

rezultă că în ipotezele de mai sus ecuaţia (1) devine

$$m_L = ar(1 + r)mm_L + bm_L + hms = f(t)m_L(t) + m_s h(t) \tag{4}$$

unde

$$f(t) = ar(t)\ [(1 + r(t)\ m(t) + b] \tag{5}$$

Ecuaţia (a) fiind o ecuaţie diferenţială de ordinul întîi neomogenă, cu partea omogenă liniară, soluţia sa este :

$$m_L(t) = (m_L(0) + m_s \int_0^t h(\tau) \exp\left(-\int_0^\tau f(s)\, ds\right) mw \cdot d\tau \exp\left(\int_0^t f(\tau)\, dt\right),$$

sau notînd :

$$F(t) = \int_0^t f(\tau)\ d\tau \tag{6}$$

$$m_L(t) = (m_L(0) + m_s \int_0^t h(\tau)\ \exp\ (-F(\tau)\, d\tau)\ \exp\ (F(t) \tag{7}$$

Soluţia ecuaţiei (4) depinde de constantele a, b şi de funcţiile h ; m şi r. Primele trei fiind determinate experimental, m şi r pot fi determinate prin calcul punînd condiţii asupra soluţiei (7)

Dispunînd de o formă explicită a soluţiei, se poate pune problema găsirii acelor condiţii în care timpii T_1 şi T_2 sînt cît se poate de mici (deci acţiunea hidrolizatului proteic să fie cît mai repede eficace).

Ca urmare a celor spuse la descrierea fenomenului, obţinem :

— dacă $t \in [0, T_1]$, m_L este nedescrescătoare ; acest lucru se obţine dacă $m_L \geqslant 0$, pe $[0, T_1]$

— dacă $t \in T_1, T_2$, $m_L(t) = \text{ct}$, deci $m_L = 0$ pe $[T_1, T_2]$

— dacă $t \in [T_2, T_3]$, m_L este descrescătoare, deci $m_L < 0$ pe $[T_2, T_3]$

Deoarece,

$$m_L(t) = F(t)\ \exp(F(t) + m_s F(t)\ \exp(F(t) + m_s\ \exp\ (F(t)h(t)\ \exp\ (-F(t) =$$

$$= f(t)\ \exp(F(t) + m_s f(t) \exp(F(t)) + m_s h(t)$$

rezultă că putem enunța următoarea

Proprietate : Dacă sînt îndeplinite condițiile de existență a soluției ecuației (4) și în plus m și r sînt astfel alese încît :

$$f(t)\exp(F(t)) + m_s f(t)\exp(F(t) + m_s h(t) \begin{cases} \geqslant 0, & t \in [0,\ T_1] \\ = 0, & t \in [T_1,\ T_2] \\ < 0, & t \in [T_2,\ T_3] \end{cases}$$

atunci modelul descris prin ecuația (4) descrie o evoluție de tipul celei constante experimental în interacțiunea dintre componentele sistemului S. In plus, alegerea funcțiilor m și r se poate face astfel ca, T_1 și T_2 să fie minimizați.

Studiul efectuat pînă aici a avut intenția de a arăta, pentru o formă particulară a ecuației (1) ce condiții sînt necesare pentru a obține o descriere cît mai bună a fenomenului cercetat. În funcție de datele experimentale, ecuația (1) poate lua și alte forme particulare, care pot fi tratate asemănător. Desigur, modelul prezentat descrie o idealizare a fenomenului real, dar acesta poate fi îmbunătățit prin determinarea și verificarea experimentală a parametrilor utilizați.

Un set de ecuații aproape identice poate fi conceput și pentru activitățile electrice din Sistemul Nervos în care cele două variabile din exemplul de mai sus pot reprezenta diferențe de potențial.

Modelarea matematică, apare ca un mijloc de studiu utilizabil, ca de pildă în cazul biopotențialelor sau a reprezentării unor structuri cu comportament analog la stimuli produși de surse bivalente studiate eșantionat în corespondența lor spațiotemporală, în funcție de mobilitatea lor structurală.

Credem că abordarea matematică a unor studii privind produși biologici activi, deschide o cale nouă pentru creșterea eficienței terapiei cu acești produși cu rol complex.

Mathematical Model for the Study of the Evolution and of the Therapeutical Concept of an Inflamatory Lesion

The paper shows an application of the system theory in biomedicine, using mathematical model.

The analised model—a proteic hidrolisat, or a hormone—in connection with the evolution of an inflamatory lesion, is an idealised case, but this model may be proved by analitical studies of the experimental results.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 1

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C.Z.: 621.432/436

STEAUA MANIVELELOR ȘI UNGHIUL DINTRE LINIILE DE CILINDRI LA MOTOARELE ÎN V ÎN PATRU TIMPI CU APRINDERI UNIFORM REPARTIZATE

GH. ZĂTREANU, C. SILVESTRU *

În funcție de condițiile generale impuse stelei manivelelor și unghiului dintre liniile de cilindri, la motoarele în V în patru timpi cu aprinderi uniform repartizate, se prezintă metodele de stabilire a stelei manivelelor și se determină numărul de soluții posibile. Se precizează valorile unghiului dintre liniile de cilindri corespunzătoare diferitelor stele ale manivelelor.

Introducere

Cunoașterea stelei manivelelor și a unghiurilor la care se pot cala liniile de cilindri ale unui motor în V este necesară pentru determinarea soluției optime din punct de vedere dinamic.

Pentru motoarele în V în patru timpi cu i cilindri și aprinderi uniform repartizate, în cele ce urmează sînt precizate condițiile generale pe care trebuie să le îndeplinească steaua manivelelor și unghiul γ dintre liniile de cilindri și apoi metodele de stabilire a tuturor stelelor posibile, numărul acestora și valorile corespunzătoare ale unghiului γ.

1. Condiții generale

1). Repartiția uniformă a aprinderilor reclamă plasarea manivelelor pe anumite direcții în jurul axei de rotație a arborelui cotit. Deoarece avansul β la producerea scînteii electrice sau la injecție** este același pentru toți cilindrii, fiecare manivelă ocupă aceeași poziție față de planul format de axele cilindrilor unei linii în momentul producerii aprinderii într-un cilindru din linia considerată. În consecință, pentru doi cilindri care sînt situați într-o linie și au aprinderi consecutive, unghiul dintre manivelele aferente este egal cu unghiul dintre aceste aprinderi. Datorită repartiției uniforme a aprinderilor, unghiul dintre două aprinderi consecutive din aceeași linie este un multiplu al unghiului dintre două

Manuscris predat redacției la data de 29 mai 1980.
* Conf. dr. ing., Șef lucrări ing., Catedra Motoare cu ardere internă.
** Pentru simplitate, expunerea se referă în continuare la producerea aprinderii.

aprinderi consecutive oarecare, de mărime

$$\delta_0 = \frac{4\pi}{i} = \frac{2\pi}{\frac{i}{2}}, \tag{1}$$

unde $\frac{i}{2}$ este numărul de manivele, respectiv de direcţii radiale care pot fi ocupate de manivele. Rezultă astfel că manivelele trebuie plasate pe direcţii uniform distribuite în jurul axei de rotaţie, unghiul dintre două direcţii consecutive fiind egal cu δ_0.

Condiţia precedentă se deduce avînd în vedere mişcarea arborelui cotit în raport cu o singură linie de cilindri, deci este valabilă indiferent de tipul mecanismelor bielă-manivelă. În continuare se admite că aceste mecanisme sînt axate.

2). Repartiţia uniformă a aprinderilor poate fi realizată numai pentru anumite valori ale unghiului γ. Pentru determinarea acestor valori se presupune că aprinderile sînt produse în punctele moarte interioare ($\beta = 0$); această ipoteză nu contravine condiţiei 1, care nu depinde de valoarea avansului β. În plus, se observă că oricare ar fi ordinea de aprindere, se trece cel puţin odată, după o aprindere dintr-o linie de cilindri, la o aprindere în cealaltă linie. Se notează cu q numărul aprinderii dintr-o linie, şi al manivelei corespunzătoare, după care se face trecerea în cealaltă linie. Deoarece $\beta = 0$, în momentul aprinderii q manivela q se află în planul P_1 al liniei considerate *.

Dacă mecanismele bielă-manivelă sînt normale, în momentul aprinderii imediat următoare, manivela $q + 1$ se află în planul P_2 al celeilalte linii. În cazul general, manivelele q şi $q + 1$ sînt diferite, dispuse pe două din cele $\frac{i}{2}$ direcţii uniform distribuite în jurul axei de rotaţie şi separate prin unghiul $\delta = \varkappa\delta_0$, unde $\varkappa$ este un număr întreg. Cum arborele cotit descrie unghiul δ_0 între cele două aprinderi, din constatarea privind poziţiile ocupate în momentele respective de manivelele q şi $q + 1$ rezultă că unghiul dintre linii este $\gamma = (\varkappa + 1)\delta_0$. Astfel, la motoarele în V în patru timpi cu aprinderi uniform repartizate şi ambielaje normale unghiul γ este un multiplu al unghiului dintre două aprinderi consecutive

$$\gamma = \lambda\frac{2\pi}{\frac{i}{2}}, \tag{2}$$

λ fiind un număr întreg pentru care se respectă condiţia constructivă $0 < \gamma \leqslant \pi$.

Dacă bielele sînt articulate şi aprinderea q se produce în linia echipată cu biele principale, în momentul respectiv manivela q trece prin dreptul planului P_1 al acestei linii, însă manivela $q + 1$ trece, cînd se declan-

* Planul P_1 este format de axele cilindrilor respectivi.

șează noua aprindere, prin dreptul unui plan P_s diferit de planul P_2 al celeilalte linii. Astfel, la motoarele în V cu aprinderi uniform repartizate și mecanisme bielă-manivelă cu biele articulate, unghiul γ nu este obligatoriu un multiplu al unghiului dintre două aprinderi consecutive : el ia și alte valori, dacă se obțin puncte moarte interioare în linia cu biele secundare, cînd manivelele se află în planul P_s.

3). Deoarece la motoarele în patru timpi aprinderile sînt uniform repartizate pe două rotații ale arborelui cotit, la un moment dat, cînd există posibilitatea unei aprinderi, această posibilitate nu trebuie să fie unică. Într-adevăr, dacă se presupune că la un moment dat se poate declanșa o singură aprindere și că ea se produce în prima rotație, rezultă că la realizarea aceluiași moment în a doua rotație nu are loc nici o aprindere, deci repartiția uniformă a aprinderilor nu este asigurată. De asemenea, la un moment dat nu trebuie să fie posibile mai mult de două aprinderi, întrucît acest caz antrenează necesitatea de a produce simultan mai multe aprinderi, cînd momentul considerat se obține într-una din cele două rotații. Ca urmare, steaua manivelelor și unghiul γ trebuie să fie în așa fel precizate, încît să ofere două și numai două posibilități de aprindere în același moment, respectiv să realizeze simultan două și numai două puncte moarte interioare. Această condiție are drept consecință imposibilitatea de a plasa mai mult de două manivele în fază.

2. Metodele de stabilire a stelei manivelelor și a unghiului dintre liniile de cilindri

Se consideră că mecanismele bielă-manivelă sînt normale. Conform celor arătate în § 2, valorile stabilite pentru unghiul γ la motoarele cu ambielaje normale, pentru diferite calaje ale manivelelor, trebuie respectate la motoarele cu ambielaje articulate de unghiul dintre planele P_1 și P_s, stelele manivelelor fiind aceleași.

La orice motor, cu orice număr de cilindri *, se poate folosi steaua cu manivelele uniform distribuite în jurul axei de rotație, fiecare direcție radială disponibilă fiind ocupată de o manivelă (fig. 1). Acestei stele i se poate asocia orice unghi γ calculat din (2) pentru valorile λ ce respectă condiția

$$\lambda \leqslant \frac{i}{4}. \tag{3}$$

Alte soluții rezultă plasînd cîte două manivele în fază. Deoarece numărul de manivele este egal cu numărul de direcții radiale disponibile, de fiecare dată cînd o direcție este ocupată de o grupă de două manivele în fază **, una din celelalte direcții rămîne liberă. Pentru a se realiza simultan numai două puncte moarte interioare, este necesar ca direcțiile libere să fie astfel repartizate în steaua manivelelor și unghiul γ să aibă o astfel de valoare încît în momentul cînd o grupă—fază trece prin dreptul unuia din planele P_1 și P_2, prin dreptul celuilalt plan să treacă una din direcțiile libere.

---

* Deoarece motorul este în V, acest număr nu poate fi decît par.

** Pe scurt : grupă-fază

În conformitate cu condiția de mai sus toate stelele posibile care conțin grupe—fază se obțin prin două metode.

1). Fiecare grupă—fază depinde de o singură direcție radială liberă. Pentru aceasta, trebuie ca unghiul δ măsurat în sensul de rotație al arbo-

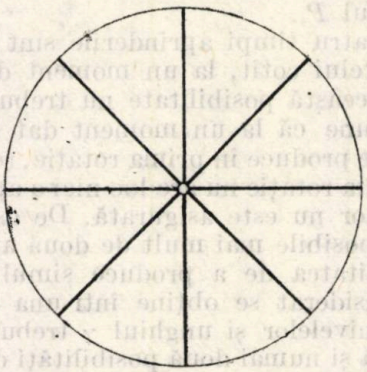


Fig. 1.—Ocuparea tuturor direcțiilor disponibile cu cîte o manivelă.

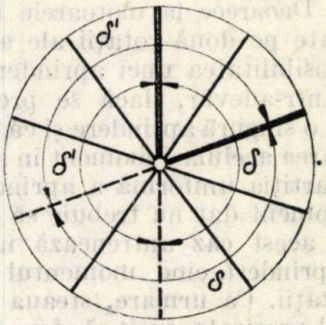


Fig. 2. — Stabilirea condiției pentru care orice grupă de două manivele în fază depinde de o singură direcție radială liberă.

relui cotit între direcția ocupată de o grupă—fază și direcția liberă de care depinde grupa considerată să fie egal cu unghiul δ' măsurat în sens invers între aceleași direcții (fig. 2). Situația se obține cînd

$$\delta = \delta' = \pi, \tag{4}$$

și necesită unghiul $\gamma = \pi$. Se constată că această situație este posibilă numai la motoarele al căror număr de cilindri este un multiplu de patru : dacă $\frac{i}{4}$ nu este un număr întreg, condiția (3) ia forma $\lambda < \frac{i}{4}$, deci din formula (2) se obține $\gamma < \pi$ chiar pentru valoarea maximă a multiplului λ.

Printre stelele astfel obținute se întîlnesc și cele alcătuite din numărul maxim, egal cu $\frac{i}{4}$, de grupe—fază uniform distribuite în jurul axei de rotație. Se poate demonstra că aceste stele admit și alte calaje ale liniilor de cilindri, adică unghiuri $\gamma < \pi$. În acest scop se observă că numărul $\frac{i}{4}$ de grupe—fază uniform distribuite în jurul axei de rotație trebuie să fie impar, pentru că numai astfel se asigură plasarea fiecărei grupe în prelungirea unei direcții libere, adică se îndeplinește condiția (4); de aici rezultă că stelele considerate pot fi realizate doar la motoarele al căror număr de cilindri este un multiplu impar de patru. Întrucît direcțiile libere sînt la rîndul lor uniform distribuite în jurul axei de rotație, iar fiecare dintre ele este în opoziție cu o direcție ocupată, este evident că, pe lîngă valoarea π, unghiul γ poate lua și valorile unghiurilor formate de o grupă—fază cu direcțiile libere cuprinse între grupa considerată și direcția liberă aflată

în prelungirea acesteia. Toate valorile posibile rezultă din relaţia

$$\gamma = \mu\delta_0, \tag{5}$$

în care $\mu = 1, 3, 5, \ldots \frac{i}{4}$ iar δ_0 este dat de (1), şi sînt arătate în figura 3.

Pentru a stabili numărul total de stele ce conţin un număr oarecare m de grupe—fază şi se obţin prin metoda examinată, se consideră că una

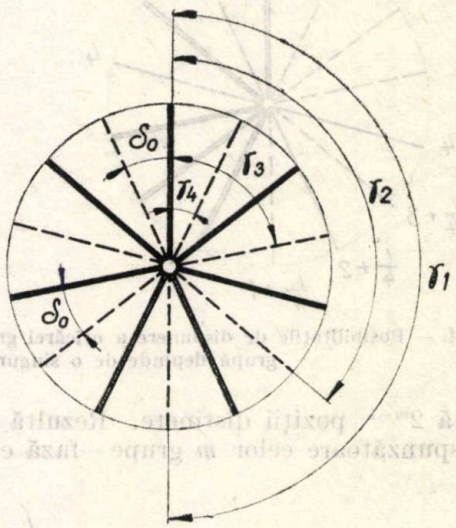


Fig. 3. Valorile posibile ale unghiului γ cînd numărul de cilindri este un multiplu impar de patru, iar fiecare grupă de două manivele în fază depinde de o ingură direcţie radială liberă.

din cele $\frac{i}{4}$ direcţii disponibile este ocupată de o grupă—fază şi se atribuie acestei direcţii numărul de ordine 1. Conform condiţiei $\gamma = \pi$, direcţia $\frac{i}{4} + 1$, aflată în prelungirea direcţiei 1, trebuie să fie liberă. Presupunînd că se plasează celelalte $m - 1$ grupe—fază pe cele $\frac{i}{4} - 1$ direcţii care au numerele 2, 3, 4, $\ldots \frac{i}{4}$, numărul de soluţii ce pot fi obţinute este

$$N_1' = \begin{pmatrix} \frac{i}{4} - 1 \\ m - 1 \end{pmatrix}.$$

Fiecare din aceste $m - 1$ grupe—fază poate ocupa însă şi altă direcţie liberă, şi anume una din direcţiile $\frac{i}{4} + 2, \frac{i}{4} + 3, \ldots \frac{i}{2}$; de exemplu,

grupa de pe direcția 3 (fig. 4) poate fi trecută pe direcția $\frac{i}{4}+3$ schimbîndu-și locul cu direcția liberă aferentă etc.

Pentru fiecare grupă—fază există deci două poziții distincte în steaua manivelelor, iar pentru cele $m-1$ grupe care pot fi manevrate

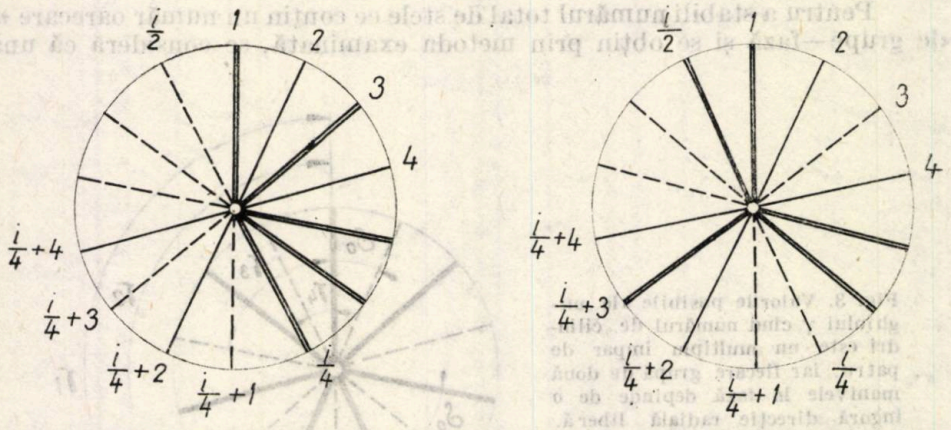


Fig. 4. — Posibilitățile de dispunere a oricărei grupe de două manivele în fază, cînd fiecare grupă depinde de o singură direcție radială liberă.

există 2^{m-1} poziții distincte. Rezultă astfel că numărul total de soluții corespunzătoare celor m grupe—fază este

$$N_1 = 2^{m-1}\binom{\frac{i}{4}-1}{m-1}.$$

Deoarece m este cuprins între 1 și $\frac{i}{4}$, numărul maxim de stele obținute prin metoda propusă este

$$N_{1\max} = \sum_{m=1}^{\frac{i}{4}} 2^{m-1}\binom{\frac{i}{4}-1}{m-1}. \qquad (6)$$

2). Fiecare grupă—fază depinde de două direcții radiale libere: cînd o grupă—fază trece prin dreptul planului P_1 în dreptul planului P_2 se află o direcție liberă, iar cînd aceeași grupă trece prin dreptul planului P_2 în dreptul planului P_1 se găsește altă direcție liberă. Această metodă se aplică numai dacă numărul de grupe-fază este $m \geqslant 2$, întrucît pentru $m = 1$ nu poate exista în steaua manivelelor decît o singură direcție liberă. Fiecare direcție liberă trebuie folosită de două ori, pentru grupe—fază distincte. Ca urmare, rezultă că unghiurile ce separă o direcție liberă oarecare de grupele care depind de ea sînt egale cu unghiul γ.

Se consideră o serie de $2n$ direcții radiale necesare pentru a dispune n grupe-fază, numită serie S_2. Se parcurge această serie într-un sens oarecare, începînd de la o direcție oarecare presupusă liberă (fig. 5). Conform constatării precedente, după descrierea unui unghi egal cu γ se ajunge în dreptul unei direcții care trebuie să fie ocupată de o grupă-fază, căreia i se atribuie numărul 1; această grupă este separată de cea de a doua direcție liberă aferentă ei prin același unghi γ. Pornind de la cea de a doua direcție liberă aferentă grupei 1 și descriind din nou un unghi γ, se întîlnește grupa-fază 2, apoi, după alt unghi γ, se ajunge la cea de a doua direcție liberă de care depinde grupa 2 ș.a.m.d. Unghiurile dintre două grupe-fază consecutive sînt deci egale cu 2γ.

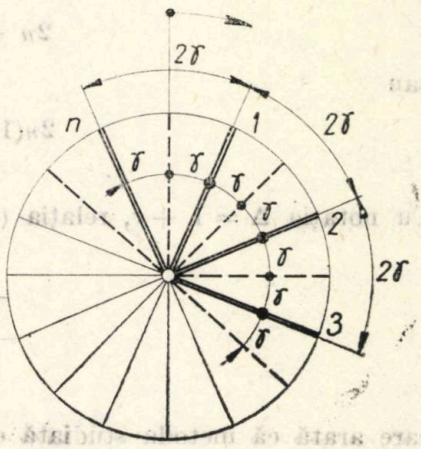


Fig. 5. — Particularitățile unei serii S_2.

Procedînd ca mai sus, la un moment dat se întîlnește ultima grupă-fază ce poate fi plasată în seria S_2, adică grupa n. Pentru ea s-a identificat pînă în momentul respectiv numai una din direcțiile libere aferente, adică direcția decalată în urmă cu unghiul γ față de această grupă. Cea de a doua direcție liberă folosită pentru grupa n nu poate fi decît direcția de la care s-a început parcurgerea seriei, întrucît ea este singura direcție liberă pentru care s-a prevăzut numai una din grupele dependente (grupa 1). Ca urmare, această direcție trebuie să fie separată de grupa n prin unghiul γ, pe care-l formează și cu grupa 1, ceea ce înseamnă că unghiul dintre grupele n și 1 este egal cu unghiul 2γ dintre două grupe-fază, respectiv că cele n grupe-fază sînt uniform distribuite în jurul axei de rotație. Deoarece o grupă-fază oarecare ocupă o poziție simetrică față de cele două direcții libere aferente ei, rezultă următoarele: orice serie S_2 are n direcții uniform distribuite în jurul axei de rotație ocupate cu cîte o grupă-fază; celelalte n direcții ale oricărei serii S_2 sînt tot uniform distribuite în jurul axei de rotație, se dispun simetric față de direcțiile ocupate și rămîn libere; în cadrul celor $\frac{i}{2}$ direcții disponibile al căror ansamblu este numit în continuare steaua $\frac{i}{2}$, există serii S_2 numai cînd

$$n \geqslant 2, \tag{7}$$

deoarece pentru $n = 1$ nu pot fi respectate caracteristicile menționate ale acestor serii.

Se cercetează posibilitățile de identificare a seriilor S_2 în steaua $\frac{i}{2}$.

Dat fiind că direcțiile fiecărei serii S_2 fac parte din direcțiile stelei $\frac{i}{2}$

și că atît direcțiile seriilor S_2 cît și cele ale stelei $\frac{i}{2}$ sînt uniform distribuite în jurul axei de rotație, între două direcții consecutive oarecare ale fiecărei serii S_2 se află același număr r de direcții ale stelei $\frac{i}{2}$. Ca urmare se poate scrie

$$2n + 2nr = \frac{i}{2},$$

sau

$$2n(1 + r) = \frac{i}{2}. \tag{8}$$

Cu notația $\Delta = 1 + r$, relația (8) ia forma

$$\frac{\frac{i}{2}}{\Delta} = 2n, \tag{9}$$

care arată că metoda studiată este utilizabilă cînd $\frac{i}{2}$ admite divizori pentru care rezultatul diviziunii este un număr par, adică la motoare al căror număr de cilindri este un multiplu de patru

$$i = 4\nu. \tag{10}$$

Întrucît din relația (10) se deduce

$$\frac{i}{2} = 2\nu, \tag{11}$$

se constată că dacă $\frac{i}{2}$ are mai mulți divizori care conduc la un număr par, metoda poate fi aplicată pentru oricare din ei, cu excepția divizorului

$$\Delta = \nu; \tag{12}$$

într-adevăr, din (11) și (12) se obține

$$\frac{\frac{i}{2}}{\Delta} = 2, \tag{13}$$

iar prin identificarea relațiilor (9) și (13) rezultă $n = 1$, ceea ce revine la nerespectarea condiției (7).

Constatarea precedentă conduce și la concluzia că multiplul ν din (10) poate lua orice valoare, în afară de valoarea $\nu = 1$: pentru $\nu = 1$, din (10) se deduce $\frac{i}{2} = 2$, iar singurul divizor care asigură în acest caz rezultat par este $\Delta = 1$, adică $\Delta = \nu$, deci divizorul care nu permite constituirea seriilor S_2.

Se poate arăta că divizorul Δ trebuie să îndeplinească o condiție suplimentară. În acest scop se consideră valorile n_1 și n_2 ale numărului n din (9), legate între ele prin relația

$$n_1 = \xi n_2, \tag{14}$$

în care ξ este un număr întreg. Din (14) se constată că fiecare serie de cîte $2n_1$ direcții uniform distribuite este compusă din ξ serii a cîte $2n_2$ direcții uniform distribuite. În consecință, pentru $\Delta_2 = \frac{\frac{i}{2}}{2n_2}$ se obțin soluții stabilite și pentru $\Delta_1 = \frac{\frac{i}{2}}{2n_1}$. Precizarea soluțiilor geometric distincte impune deci ca dintre divizorii $\Delta \neq \nu$ ai numărului $\frac{i}{2}$ pentru care rezultatul diviziunii este par să fie considerați doar divizorii cărora le corespund numere n prime între ele.

La motoarele ce nu respectă condiția (10) se poate folosi numai steaua cu manivele uniform distribuite, deoarece nici metoda care presupune că fiecare grupă-fază depinde de o singură direcție radială liberă nu este aplicabilă.

În cazul general, steaua manivelelor nu conține numai manivele în fază, ci și manivele plasate pe direcții distincte, care fac și ele parte din direcțiile stelei $\frac{i}{2}$. Deoarece toate direcțiile stelei $\frac{i}{2}$ sînt uniform distribuite, iar relația (9) arată că numărul lor este un multiplu de $2n$, înseamnă că aceste direcții pot fi organizate în Δ serii a cîte $2n$ direcții uniform distribuite fiecare. Din totalul Δ o parte sînt serii S_2, iar celelalte au direcțiile ocupate cu cîte o singură manivelă. Aceste din urmă serii sînt numite în continuare serii S_1.

Pentru a obține soluții geometric distincte se consideră că o grupă-fază este fixă : evident, seria S_2 din care face parte această grupă este și ea fixă. Unghiul dintre două direcții consecutive ale seriei fixe este $\frac{2\pi}{2n} = \frac{\pi}{n}$, iar unghiul dintre direcțiile consecutive ale stelei $\frac{i}{2}$ este $\frac{2\pi}{i}$. În consecință, între două direcții consecutive ale seriei fixe există $\frac{\pi}{n} : \frac{2\pi}{\frac{i}{2}} =$

$= \frac{\frac{i}{2}}{2n} = \Delta$ sectoare cu unghiul la centru $\frac{2\pi}{\frac{i}{2}}$, deci $\Delta - 1$ direcții ale stelei $\frac{i}{2}$. Fiecare din aceste $\Delta - 1$ direcții aparțin unei serii distincte, și anume uneia din cele $\Delta - 1$ serii rămase în afara seriei fixe, fiindcă

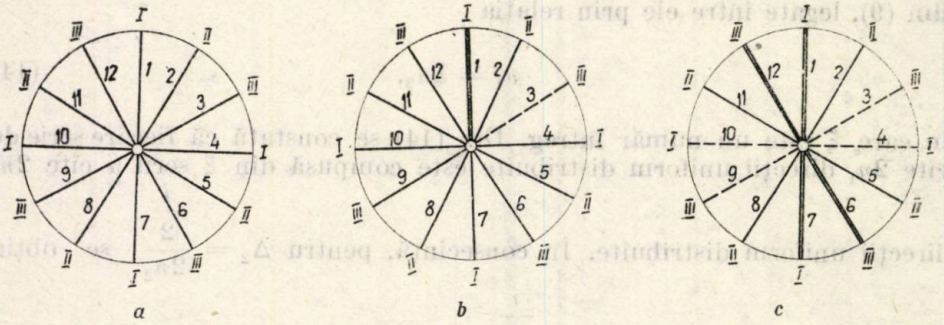


Fig. 6. — Împărțirea stelei $\frac{i}{2}$ în serii.

direcțiile consecutive ale oricărei serii formează între ele unghiuri egale cu $\frac{\pi}{n}$. Pentru stabilirea stelei manivelelor este deci suficient să se precizeze destinația cîte unei direcții din fiecare serie. De exemplu, steaua $\frac{i}{2}$ ale cărei direcții sînt numerotate în figura 6,a cu 1, 2, 3, ... 12 conține $\Delta = 3$ serii notate cu I, II, III, seria I, care are pe direcția 1 o grupă-fază (fig. 6, b), fiind fixă ; între direcțiile 1 și 4 ale seriei fixe se găsesc $\Delta - 1 = 2$ direcții disponibile, 2 și 3, aparținînd seriilor II și respectiv III. Dacă pe direcția 2 se plasează o singură manivelă (seria II fiind de tipul S_1), iar direcția 3 rămîne liberă (seria III fiind de tipul S_2 ca și seria fixă), se obține steaua manivelelor din figura 6, c.

Fie s numărul de direcții situate între două direcții consecutive ale seriei fixe și atribuite seriilor S_2. Acest număr satisface condiția evidentă $0 \leqslant s \leqslant \Delta - 1$. Pentru o valoare dată a lui s și un anumit divizor Δ, posibilitățile distincte de plasare relativă a seriilor de cele două tipuri sînt

$$N = \binom{\Delta - 1}{s}.$$

Fiecare din cele s direcții poate fi liberă sau ocupată cu o grupă-fază. Deoarece fiecare variantă de utilizare a oricăreia din direcțiile s poate fi asociată cu orice variantă a destinației altei direcții, numărul de soluții pentru valorile considerate ale lui s și Δ este

$$N_2' = 2^s \binom{\Delta - 1}{s},$$

iar numărul total de soluţii pentru aceste valori rezultă

$$N_2 = \sum_{s=0}^{\Delta-1} 2^s \binom{\Delta-1}{s}.$$

Notînd cu t numărul de divizori Δ care satisfac condiţiile menţionate anterior, se constată că numărul maxim de stele ale manivelelor stabilite prin metoda examinată este

$$N_{2\max} = t \sum_{s=0}^{\Delta-1} 2^s \binom{\Delta-1}{s}, \tag{15}$$

Pentru orice stea a manivelelor realizată după această metodă, unghiul γ trebuie să aibe o valoare care să convină tuturor seriilor. La seriile S_2 valorile posibile sînt multipli impari ai unghiului $\frac{\pi}{n}$ dintre două direcţii consecutive ale seriei. La seriile S_1 valorile posibile sînt toţi multiplii unghiului dintre două direcţii consecutive ale seriei. Rezultă că numai unghiurile γ care convin seriilor S_2 sînt acceptate şi de seriile S_1, deci

$$\gamma = (2\rho - 1)\frac{\pi}{n}, \tag{16}$$

unde ρ este un număr întreg care poate lua numai valorile stabilite în continuare. În acest scop se observă că metoda cercetată presupune $\gamma < \pi$ întrucît cazul $\gamma = \pi$ a fost considerat anterior (metoda 1). Pentru a exclude valoarea $\gamma = \pi$ este necesar ca multiplul ρ să satisfacă condiţia

$$\rho < \rho_{\max} = \frac{n+1}{2},$$

în care $\rho_{\max}$ rezultă din (16) pentru $\gamma = \gamma_{\max} = \pi$. Dacă n este impar $\rho_{\max}$ este un număr întreg şi deci

$$\rho = 1, 2, 3, \ldots \frac{n-1}{2};$$

dacă n este par, rezultă $\rho_{\max}$ fracţionar, ceea ce revine la domeniul

$$\rho = 1, 2, 3, \ldots \frac{n}{2}.$$

Concluzii

La motoarele în V în patru timpi cu i cilindri şi aprinderi uniform repartizate se precizează următoarele în legătură cu steaua manivelelor şi cu unghiul γ dintre liniile de cilindri.

1). Pentru orice valoare a numărului i se poate folosi steaua cu manivelele uniform distribuite în jurul axei de rotație și orice unghi γ calculat cu relația (2) pentru valorile multiplului λ care respectă condiția (3).

2). Dacă i este un multiplu de patru sînt posibile și stele cu grupe de cîte două manivele în fază. O parte din aceste stele totalizează numărul de soluții exprimat prin (6), iar fiecăreia dintre ele i se pot asocia unghiurile γ care îndeplinesc condiția (5). Numărul celorlalte soluții cu grupe de cîte două manivele în fază se calculează cu relația (15) și pentru oricare dintre ele se poate folosi orice unghi γ care este calculat cu (16) în condițiile specificate în § 3.

BIBLIOGRAFIE

1. *Apostolescu, N.* ș.a. O teorie a echilibrajului motoarelor în V., Metalurgia și construcția de mașini, 1960, nr. 7, pag. 618—631.

L'étoile des manivelles et l'angle d'entre les lignes de cylindres aux moteurs en V à quatre temps et à allumages uniformément réparties

En fonction des conditions générales imposées à l'étoile des manivelles et à l'angle d'entre les lignes de cylindres, aux moteurs en V à quatre temps et à allumages uniformément réparties, on présente les méthodes d'établir l'étoile des manivelles et on détermine le nombre des solutions possibles. On précise les valeurs de l'angle d'entre les lignes de cylindres correspondantes aux différentes étoiles de manivelles.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 1

C.Z.: 621.43

UNELE CONSIDERAȚII PRIVIND UTILIZAREA HIDROGENULUI LA MOTORUL CU APRINDERE PRIN SCINTEIE

N. NEGURESCU, C. PANĂ, G. M. POPA*

În lucrare se prezintă unele procedee care pot fi aplicate pentru evitarea manifestărilor de ardere anormală a hidrogenului în motorul cu aprindere prin scînteie, punînd problema performanței de putere litrică a motorului.

Utilizarea unei noi surse de energie, pentru a constitui o alternativă viabilă, trebuie să soluționeze cele două mari probleme cu care este confruntată în prezent omenirea: dependența de combustibilii de origine petrolieră și poluarea mediului înconjurător. În următorii ani se are în vedere restrîngerea și eliminarea treptată a utilizării produselor de origine petrolieră în procesele de ardere și destinarea lor chimizării. Amploarea acestei acțiuni apare dacă ținem seama că în structura actuală, numai 20% din consumul de energie se face sub forma energiei electrice, restul de 80% fiind sub formă de căldură și tocmai acestei părți i se acordă în prezent atenție sporită în alternativele privind înlocuirea combustibililor fosili.

Estimările actuale privind rezervele mondiale de petrol sînt diferite, în ceea ce privește durata de exploatare, de la 20 — 30 ani în medie pe glob la 55—100 ani pentru unele țări. Dar abundența sau lipsa pe plan local a combustibililor va influența probabil mai mult decît volumul livrărilor globale asupra situației energetice. Problemele existente la nivelul economiilor naționale și situației politice mondiale, vor dicta probabil necesitatea elaborării tehnologiilor pentru noi surse de energie. Creșterea prețului petrolului (în perioada 1970—1980 a crescut de peste 16 ori), va face ca alte surse de energie, neconvenționale să devină competitive.

Datorită avantajelor pe care le oferă: este elementul cel mai răspîndit în natură, se poate depozita și transporta și nu este poluant, specialiștii și-au îndreptat atenția asupra hidrogenului ca viitoare sursă de energie [1].

Dificultățile întîmpinate la utilizarea hidrogenului drept combustibil în motoarele cu ardere internă, privesc pe de o parte instalația de alimentare și posibilitățile de stocare în condiții de siguranță la bordul autovehiculului, iar pe de altă parte controlarea procesului de ardere.

Această ultimă problemă privește evitarea manifestărilor de ardere anormală:

— viteza mare de creștere a presiunii pe diagrama indicată în faza principală de ardere (datorită vitezei mari de ardere [2]);

Manuscris predat redacției la data de 18 septembrie 1980

* Șef lucr. dr. ing.; șef lucr. dr. ing.; șef lucr. ing. — Catedra de Motoare cu ardere internă

— aprinderea spontană, urmată de rateuri în admisie, sau preaprindere, care duce la o creştere rapidă a presiunii pe cursa de comprimare, cu efect negativ asupra lucrului mecanic produs (are limite de inflamabilitate foarte largi şi necesită o energie de aprindere mult mai redusă decît alţi combustibili [3]).

Manifestările de ardere anormală semnalate, sînt frecvente în cazul utilizării dozajelor steochiometrice, unde întîrzierea la aprindere este foarte redusă. iar viteza de ardere este mare [4].

La utilizarea unor dozaje mai sărace în hidrogen ($\lambda = 1{,}7-2$) fenomenele de ardere anormală dispar, dar în acest caz puterea litrică a motorului este puternic afectată.

Măsurile de principiu care pot fi aplicate pentru evitarea fenomenelor de ardere anormală, au drept scop :

— înlăturarea eventualelor surse de aprindere nedorite (răcirea punctelor clade şi a gazelor de ardere reziduale din cilindru, utilizînd un agent de răcire);

— evitarea formării unor amestecuri inflamabile în zone unde aprinderea s-ar putea produce de la alte surse decît aprinderea comandată (alimentarea cu hidrogen prin circuit separat în galeria de aspiraţie sau în camera de ardere);

— reducerea vitezei de creştere a presiunii (controlarea vitezei de degajare a căldurii prin intermediul vitezei de ardere şi prin caracteristica camerei de ardere).

Procedeele prin care se concretizează aceste măsuri, pot afecta puterea litrică a motorului, determinînd cantitatea de amestec combustibil ce evoluează pe ciclu. Astfel, în cazul folosirii unor substanţe inhibitoare (ca agent de răcire sau moderator al proceselor de ardere) prin aport de substanţă necombustibilă se accentuează scăderea puterii litrice — ceea ce nu poate fi acceptat mai ales în cazul motoarelor de cilindree mică şi medie.

Pentru a analiza comparativ puterea motorului alimentat cu hidrogen, faţă de cazul alimentării cu benzină, se consideră că funcţionează la dozaj stoechiometric ($\lambda = 1$) şi la aceeaşi turaţie.

Presiunea medie indicată (p_i) depinde de puterea calorică a amestecului combustibil (H_i), cantitatea de amestec combustibil pe ciclu (G_i) şi randamentul indicat (η_i) :

$$p_i = H_i \cdot G_i \cdot \eta_i \cdot \frac{1}{V_s} \tag{1}$$

Notînd cu ( )* mărimile ce se referă la hidrogen, raportul presiunilor medii în cele două cazuri este :

$$\frac{p_i}{p_i^*} = \frac{H_i}{H_i^*} \cdot \frac{G_i}{G_i^*} \cdot \frac{\eta_i}{\eta_i^*} \tag{2}$$

Se consideră că în cilindrul motorului evoluează aceeaşi cantitate de amestec combustibil, exprimată în unităţi de volum (presiunea şi temperatura la sfîrşitul admisiei fiind aceleaşi în cele două cazuri).

Pentru motorul alimentat cu benzină, considerăm că amestecul aspirat este format din aer şi combustibil lichid sub formă de picături fin pulve-

rizate, al cărui volum este însă neglijabil:

$$G_i = G_{aer} + G_{comb.} \tag{3}$$

$$G_{aer} = V_S \cdot \eta_V \cdot \gamma_{aer}; \qquad G_{comb.} = \frac{G_{aer}}{\lambda \cdot G_t} \tag{4}$$

unde: η_V — coeficientul de umplere;
V_S — cilindreea motorului;
$G_t, (G_t^*)$ — cantitatea minimă de aer necesară arderii complete ($G_t = 14.7$ kg aer/1 kg benzină; $G_t^* = 34{,}32$ kg aer/kg H_2)
γ_{aer} — greutatea specifică a aerului

$$G_i = V_S \cdot \eta_V \cdot \frac{p_0}{R_a \cdot T_0} \cdot \left(1 + \frac{1}{\lambda \cdot G_t}\right) \tag{5}$$

unde: p_0, T_0 — presiunea, respectiv temperatura aerului atmosferic;
R_a — constanta aerului.

În cazul alimentării cu hidrogen (motorul aspiră amestec aer-hidrogen) cantitatea de aer ce evoluează pe ciclu, este redusă cu volumul ocupat, de hidrogen (la dozaj stoechiometric participaţia volumetrică a hidrogenului este 1/3,38):

$$G_i^* = G_{aer}^* + G_{H_2} \tag{6}$$

$$G_i^* = V_S \cdot \left[\left(1 - \frac{1}{3{,}38}\right) \cdot \frac{p_0}{R_a \cdot T_0} + \frac{1}{3{,}38} \cdot \frac{p_0}{R_{H_2} \cdot T_0}\right] \cdot \eta_V \tag{7}$$

unde s-a considerat că hidrogenul are presiunea şi temperatura aerului atmosferic (R_{H_2} = constant hidrogenului).

În aceste condiţii:

$$\frac{G_i}{G_i^*} = 1{,}48 \tag{8}$$

Din calculul unui ciclu teoretic, pentru cei doi combustibili s-a obţinut:

— temperatura la sfîrşitul arderii în cazul utilizării hidrogenului este aproximativ egală cu cea găsită în cazul utilizării benzinei: $T_z / T_z^* \simeq 0{,}97$. Acest lucru se explică prin reducerea numărului de moli, deşi căldura degajată este mai mică;

— presiunea maximă este mai redusă pentru hidrogen, comparativ cu benzina: $p_z / p_z^* \simeq 1{,}23$;

— randamentul indicat pentru ciclul în care s-a ars hidrogen este mai redus în comparaţie cu ciclul în care s-a ars benzină; $\eta_i / \eta_i^* \simeq 1{,}12$.

Cu aceste valori din relaţia (2) se obţine ($H_i = 2617$ KJ/kg; $H_i^* = 3375$ KJ/Kg)

$$\frac{p_i}{p_i^*} = 1{,}29 \tag{9}$$

De unde rezultă că puterea litrică a motorului alimentat cu hidrogen este cu circa 30% mai mică decît pentru motorul cu benzină, în cazul în care hidrogenul este introdus prin admisie în amestec cu aerul (admisie normală).

Din relaţia (2) se deduc posibilităţile de mărire a puterii litrice pentru motorul alimentat cu hidrogen:

1) creşterea cantităţii de amestec combustibil care evoluează pe

ciclu : a)prin supraalimentare (în cazul alimentării cu amestec aer-hidrogen, se măreşte presiunea la aspiraţie) ;

b) prin mărirea cantităţii de aer aspirat.Aceasta presupune în cazul admisiei normale, formarea amestecului în interiorul cilindrului.

Prin introducerea hidrogenului în cilindrul motorului după închiderea supapei de admisie (în cursa de admisie în circindru a intrat numai aer), cantitatea de amestec ce evoluează pe ciclu creşte ($G^*_{aer} - G_{aer}$).
Astfel, raportul :

$$\frac{G_i}{G_i^*} = \frac{1 + \frac{1}{G_t}}{1 + \frac{1}{G_t^*}} = 1{,}036 \qquad (10)$$

considerînd că raportul randamentelor rămîne la valoarea estimată în exemplul dat (în realitate diferenţele se reduc), din relaţia (2) se obţine : $p_i/p_i^* \simeq 0{,}9$, ceea ce înseamnă o creştere a puterii litrice a motorului alimentat cu hidrogen prin acest procedeu comparativ cu motorul cu benzină [5].

2) Mărirea randamentului indicat prin utilizarea unor rapoarte mari de comprimare [6].

Din datele prezentate, metoda alimentării cu hidrogen pe cursa de comprimare, prezintă o serie de avantaje :

— permite creşterea puterii litrice a motorului cu circa 10% lucru deosebit de important în cazul motoarelor de cilindree mică sau medie, unde orice reducere de putere este greu de acceptat ;

— prin introducerea hidrogenului după aspirarea întregii cantităţi de aer ce evoluează pe ciclu, se creează condiţiile evitării aprinderii spontane, fiind răcite părţile fierfiniţi din cilindrul motorului (în acest scop nu necesită un alt agent de răcire) ;

— prin introducerea hidrogenului la începutul cursei de comprimare se utilizează o presiune relativ scăzută, în sistemul de alimentare cu hidrogen (circa 2 at), fără a pune probleme dificile pentru asigurarea securităţii.

BIBLIOGRAFIE

[1] *C. Aramă, N. Apostolescu, B. Grünwald,* — Poluarea aerului de către motoarele cu ardere internă, E. T., Buc., 1975.

[2] *C. Aramă, B. Grünwald,* Motoare cu ardere internă, procese şi caracteristici, E. T., Buc. 1966.

[3] *William J. D. Escher, E. Eugene Ecklund,* Recent Progress in the Hydrogen Engine, June 7—10, 1976. SAE Paper 760 571.

[4] *A. Van Tiggelen* ş. a. Oxidation et combustions, Thermodynamique de la combustion et notions d'aérothermochimie, Revue de l'institut Français du Petrole, Junin, 1966,

[5] *N. Negurescu* Cercetări în legătură cu alimentarea motoarelor cu aprindere prin scinteie cu hidrogen, Teză de doctorat, IPB, 1980.

[6] Brevet invenţie nr. 7122 736, 22 June, 1971, F. 2643/00, F 02 275/00.

Einige Betrachtungen betreffs Wasserstoffbetrieb bei Otto-Verbrennungsmotoren.

In der Arbeit werden einige Verfahren vorgestellt, die angewendet werden können um die Erscheinungen der anormalen Wasserstoffverbrennung im Otto-Motor zu vermeiden, ohne Verminderung der spezifischen Leistung.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 1

C.Z.: 621.433

CALCULUL PROCESULUI DE SCHIMB DE GAZE LA MOTOARELE IN 4 TIMPI CU ADMISIE NORMALA

ȘERBAN MINCULESCU, DINU TARAZA*

În lucrare se elaborează un model fizico-matematic al procesului de schimb de gaze la motoarele în 4 timpi, cu admisie normală, care permite calculul presiunii și temperaturii fluidului din cilindru în această parte a ciclului și a coeficientului de umplere al ciclului respectiv. Se stabilesc ecuațiile generale care descriu procesul de lucru din cilindrul motorului. Se obține astfel un sistem de ecuații diferențiale, care se scrie apoi sub formă de diferențe finite și se integrează numeric, aplicînd metoda Runge-Kutta. Se elaborează programul de calcul în limbaj FORTRAN și se verifică apoi un caz particular.

Determinarea prin calcul a ciclului de lucru pentru un motor cu ardere internă, vizează posibilitatea de a preestima performanțele reale ale acestuia, în sensul stabilirii lucrului mecanic indicat, a puterii indicate și a variației acesteia cu turația, a coeficientului de umplere și, legat de acestea, a fazelor optime de distribuție etc.

În principal, o metodă de calcul viabilă ar trebui să permită proiectantului corelarea desfășurării procesului de ardere cu arhitectura camerei de ardere și cu particularitățile procedeelor de formare a amestecului și a aprinderii, precum și corelarea procesului de umplere a cilindrului cu fazele de distribuție. ale motorului. Metoda de calcul trebuie să evalueze în mod cît mai fidel natura reală a procesului de lucru reducînd la minimum posibil utilizarea ipotezelor simplificatoare. Aceasta implică utilizarea calculatoarelor electronice pentru integrarea numerică a ecuațiilor diferențiale care descriu procesul din cilindrul motorului.

Problema stabilirii gradului de umplere a cilindrului nu diferă esențial pentru cele două tipuri de motoare cu ardere internă: cu aprindere prin scînteie și cu aprindere prin comprimare. Ca urmare, se poate dezvolta pentru această porțiune a ciclului de lucru, o metodă unică de calcul.

Procesele de admisie și evacuare, cunoscute și studiate împreună ca procese de schimb de gaze, strîns legate unul de altul, se condiționează reciproc și au ca element comun desfășurarea lor în conformitate cu legile

*, Manuscris predat redacției la data de 12 august 1980
* Șef lucrări ing. Catedra de Geometrie descriptivă și desen tehnic; Conf. dr. ing. Catedra de Motoare cu ardere internă.

dinamicii gazelor. Studiul procesului de schimb de gaze urmărește, în regimul sarcinii totale, sporirea cantității de încărcătură proaspătă care intră în cilindru, corelată bineînțeles cu o golire cît mai perfectă a acestuia de gazele arse din ciclul precedent, în final aceasta acționînd sensibil asupra puterii motorului.

Pentru elaborarea modelului stau la dispoziție relațiile exprimate de conservarea energiei, conservarea masei și ecuația de stare a gazelor. În cazul cel mai general, cînd ambele supape sînt deschise, ecuația diferențială care descrie această situație este:

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}Q_p}{\mathrm{d}t} - Ap\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} + \frac{h_a}{M_a}\frac{\mathrm{d}G_a}{\mathrm{d}t} - \frac{h_e}{M_e}\frac{\mathrm{d}G_e}{\mathrm{d}t}, \tag{1}$$

unde energia internă se poate scrie:

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(Nu)}{\mathrm{d}t} = N\frac{du}{\mathrm{d}t} + u\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}. \tag{2}$$

Avînd în vedere relația de definire a entalpiei specifice molare, relația (2) devine:

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = N\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t} - A\mathcal{R}\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} + (h - A\mathcal{R}T)\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}. \tag{3}$$

Ținînd cont că: $N = \frac{pV}{\mathcal{R}T}$, rezultă:

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \frac{V}{\mathcal{R}T}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} + \frac{p}{\mathcal{R}T}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} - \frac{pV}{\mathcal{R}T^2}\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}. \tag{4}$$

Înlocuind în expresia (2) și grupînd convenabil, se obține:

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \frac{pV}{\mathcal{R}T}\left(c_p - \frac{h}{T}\right)\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} + \frac{uV}{\mathcal{R}T}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} + \frac{up}{\mathcal{R}T}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}. \tag{5}$$

Ecuația (1) devine astfel:

$$\frac{pV}{\mathcal{R}T}\left(c_p - \frac{h}{T}\right)\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} + \frac{uV}{\mathcal{R}T}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}Q_p}{\mathrm{d}t} - \left(Ap + \frac{up}{\mathcal{R}T}\right)\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} + \frac{h_a}{M_a}\frac{\mathrm{d}G_a}{\mathrm{d}t} - \frac{h_e}{M_e}\frac{\mathrm{d}G_e}{\mathrm{d}t}. \tag{6}$$

Ecuației (6) i se poate asocia ecuația rezultată prin diferențierea, în raport cu timpul, a ecuației de stare a gazelor perfecte :

$$p\frac{dV}{dt} + V\frac{dp}{dt} = RG\frac{dT}{dt} + RT\frac{dG}{dt} \tag{7}$$

Rezolvarea problemei presupune determinarea în fiecare moment de timp a presiunii p și a temperaturii T a fluidului din cilindru, precum și a debitelor elementare de fluid care pătrund sau ies din cilindru, $\frac{dG}{dt} = \frac{dG_a}{dt} - \frac{dG_e}{dt}$. Avînd în vedere că $R = \frac{\mathcal{R}}{M}$, ecuația (7) se scrie :

$$-\frac{pV}{T}\frac{dT}{dt} + V\frac{dp}{dt} = -p\frac{dV}{dt} + \frac{\mathcal{R}T}{M}\left(\frac{dG_a}{dt} - \frac{dG_e}{dt}\right). \tag{8}$$

Sensul curgerii gazelor între cilindru și cele două colectoare este determinat de diferența de presiune existentă, într-un anumit interval de timp curgînd, fie gaze arse, fie încărcătură proaspătă. Pentru motorul cu admisie normală, dacă se face abstracție în primă instanță de existența undelor de presiune în colectoare, se pot produce trei situații caracteristice (figura 1, tabelul 1) :

$$I \begin{cases} p > p_{ce} \\ p > p_{ca} \end{cases}, \tag{9}$$

situație ce caracterizează de regulă perioada de sfîrșit a evacuării, din momentul în care începe deschiderea supapei de admisie. Condițiile (9) precizează faptul că gazele arse părăsesc cilindrul atît prin supapa de admisie, (G^e_{ag}), cît și prin supapa de evacuare, (G_e).

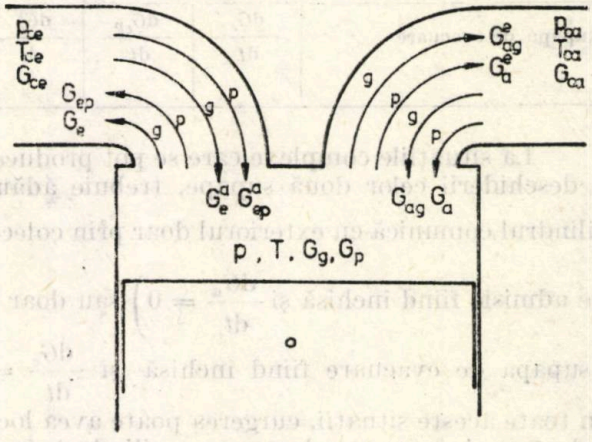


Fig. 1

$$II \begin{cases} p < p_{ce} \\ p > p_{ca} \end{cases} \tag{10}$$

Această situație se poate produce atunci cînd faza de închidere a supapei de evacuare nu este optimizată pentru regimul de lucru la care se efectuează calculele. Condițiile (10) arată că gazele arse continuă să părăsească cilindrul, pătrunzînd în colectorul de admisie (G^e_{ag}),

în timp ce în cilindru pătrund înapoi, gaze arse din colectorul de evacuare (G_e^a).

$$\text{III} \begin{cases} p < p_{ce} \\ p < p_{ca} \end{cases}, \tag{11}$$

situaţie care se poate produce la începutul admisiei propriu-zise în cilindru, în condiţiile unei întîrzieri exagerate a închiderii supapei de evacuare. Relaţiile (11) precizează că în cilindru pătrund gazele arse din colectorul de admisie, introduse aici în condiţiile corespunzătoare cazurilor I şi II, (G_{ag}), dar şi din colectorul de evacuare (G_e^a). După ce întreaga cantitate de gaze arse scăpate în colectorul de admisie a fost aspirată în cilindru, în acesta începe să pătrundă încărcătură proaspătă, (G_a).

Totalitatea acestor situaţii posibile şi condiţiile în care se pot produce, pe baza notaţiilor din figura 1, a fost sintetizată în tabelul 1.

Tabelul 1

Situaţia	I		II		III	
Condiţiile de definire	$\begin{cases} p > p_{ce} \\ p > p_{ca} \end{cases}$ (9)		$\begin{cases} p < p_{ce} \\ p > p_{ca} \end{cases}$ (10)		$\begin{cases} p < p_{ce} \\ p < p_{ca} \end{cases}$ (11)	
Fluidul în mişcare / Supapa	gaze arse	fluid proaspăt	gaze arse	fluid proaspăt	gaze arse	fluid proaspăt
Supapa de admisie	$\frac{dG_{ag}^e}{dt}$	$\frac{dG_a^e}{dt}$	$\frac{dG_{ag}^e}{dt}$	$\frac{dG_a^e}{dt}$	$\frac{dG_{ag}}{dt}$	$\frac{dG_a}{dt}$
Supapa de evacuare	$\frac{dG_e}{dt}$	$\frac{dG_{ep}}{dt}$	$\frac{dG_e^a}{dt}$	$\frac{dG_{ep}^a}{dt}$	$\frac{dG_e^a}{dt}$	$\frac{dG_{ep}^a}{dt}$

La situaţiile complexe care se pot produce pe durata de suprapunere a deschiderii celor două supape, trebuie adăugate şi perioadele în care cilindrul comunică cu exteriorul doar prin colectorul de evacuare (supapa de admisie fiind închisă şi $\frac{dG_a}{dt} = 0$) sau doar prin colectorul de admisie (supapa de evacuare fiind închisă şi $\frac{dG_e}{dt} = 0$).

În toate aceste situaţii, curgerea poate avea loc între starea 1 cilindru (sau colector) şi starea 2 colector (sau cilindru), în condiţii critice, dacă :

$$\frac{p_2}{p_1} < \left(\frac{2}{\chi+1}\right)^{\frac{\chi}{\chi-1}}, \tag{12}$$

sau în condiții subcritice, dacă :

$$\frac{p_2}{p_1} > \left(\frac{2}{\chi+1}\right)^{\frac{\chi}{\chi-1}}, \tag{13}$$

fluidul care curge putînd fi încărcătură proaspătă sau gaze arse.

În formă generală, debitele elementare de fluid schimbate de cilindru cu exteriorul, în cazul curgerii din starea 1 cilindru (sau colector) în starea 2 colector (sau cilindru), vor putea fi exprimate pentru curgere în condiții critice (v. rel. (12)) prin :

$$\frac{\mathrm{d}G^*}{\mathrm{d}t} = \mu_2 f_2 \frac{1}{v_2}\sqrt{2g\frac{\chi}{\chi+1}p_1 v_1}, \tag{14}$$

unde :

$$v_1 = \frac{\mathcal{R}T_1}{p_1 M} \quad \text{și} \quad v_2 = v_{cr} = \frac{\mathcal{R}T_{cr}}{p_{cr}M},$$

iar pentru curgere în condiții subcritice (v. rel. (13)) prin :

$$\frac{\mathrm{d}G}{\mathrm{d}t} = \mu_2 f_2 \frac{1}{v_2}\sqrt{2g\frac{\chi}{\chi-1}p_1 v_1\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}}\right]}, \tag{15}$$

unde :

$$v_1 = \frac{\mathcal{R}T_1}{p_1 M} \quad \text{și} \quad v_2 = \frac{\mathcal{R}T_2}{p_2 M}.$$

Valorile concrete pe care le iau mărimile implicate în relațiile (12), (13), (14), (15) sînt precizate în tabelul 2.

Cantitatea elementară de căldură schimbată de gazele din cilindru cu pereții acestuia se exprimă prin intermediul unei relații care neglijează neomogenitatea termică a gazelor din cilindru :

$$\frac{dQ_p}{\mathrm{d}t} = S\alpha_c(T - T_p), \tag{16}$$

valoarea coeficientului de transfer convectiv, α_c, putînd fi exprimată cu ajutorul uneia din relațiile prezentate în tabelul 3, [2].

Sistemul de ecuații diferențiale rezultat din ecuațiile (6) și (8) este :

$$\begin{cases} \dfrac{pV}{\mathcal{R}T}\left(c_p - \dfrac{h}{T}\right)\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} + \dfrac{uV}{\mathcal{R}T}\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{dQ_p}{\mathrm{d}t} - \left(Ap + \dfrac{up}{\mathcal{R}T}\right)\dfrac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} + \\ \qquad + \dfrac{h_a}{M_a}\dfrac{\mathrm{d}G_a}{\mathrm{d}t} - \dfrac{h_e}{M_e}\dfrac{\mathrm{d}G_e}{\mathrm{d}t} \\ -\dfrac{pV}{T}\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} + V\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = -p\dfrac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} + \dfrac{\mathcal{R}T}{M}\left(\dfrac{\mathrm{d}G_a}{\mathrm{d}t} - \dfrac{\mathrm{d}G_e}{\mathrm{d}t}\right) \end{cases} \tag{17}$$

Tabelul 2

Supapa	Poziţa	Condiţii		Felul gazului	p_1	p_2	T_1	T_2	χ	M	Felul curgerii	$\frac{dG_a}{dt}$	$\frac{dG_e}{dt}$
Supapa de admisie	deschisă	$p < p_{ca}$	$G_{ag} > 0$	g	p	p_{ca}	T	T_{ca}	χ_g	M_g	cr	$\frac{dG^*_{ag}}{dt}$	—
											s	$\frac{dG_{ag}}{dt}$	—
			$G_{ag}=0$	p_r	p	p_{ca}	T	T_{ca}	χ_p	M_p	cr	$\frac{dG^*_a}{dt}$	—
											s	$\frac{dG_a}{dt}$	—
		$p > p_{ca}$		g	p_{ca}	p	T_{ca}	T	χ_g	M_g	cr	$\frac{dG^{e*}_{ag}}{dt}$	—
											s	$\frac{dG^e_{ag}}{dt}$	—
				p_r	p_{ca}	p	T_{ca}	T	χ_p	M_p	cr	$\frac{dG^{e*}_a}{dt}$	—
											s	$\frac{dG^e_a}{dt}$	—
	închisă	—									—	—	—
Supapa de evacuare	deschisă	$p < p_{ce}$		g	p	p_{ce}	T	T_{ce}	χ_g	M_g	cr	—	$\frac{dG^{a*}_e}{dt}$
											s	—	$\frac{dG^a_e}{dt}$
				pr	p	p_{ce}	T	T_{ce}	χ_p	M_p	cr	—	$\frac{dG^{a*}_{ep}}{dt}$
											s	—	$\frac{dG^a_{ep}}{dt}$
		$p > p_{ce}$		g	p_{ce}	p	T_{ce}	T	χ_g	M_g	cr	—	$\frac{dG^*_e}{dt}$
											s	—	$\frac{dG_e}{dt}$
				pr	p_{ce}	p	T_{ce}	T	χ_p	M_p	cr	—	$\frac{dG^*_{ep}}{dt}$
											s	—	$\frac{dG_{ep}}{dt}$
	închisă	—									—	—	—

Notă : *cr* — critic ; *s* — subcritic ; *g* — gaze arse ; *pr* — încărc. proaspătă ;

Tabelul 3

Relația de calcul	Autorul
$\alpha_c = 0{,}99(1 + 1{,}24\, w_{pm})\sqrt[3]{p^2T}$	Nusselt
$\alpha_s = 0{,}99(2{,}45 + 0{,}185\, w_{pm})\sqrt[3]{p^2T}$	Brilling
$\alpha_c = (3{,}19 + 0{,}885\, w_{pm})\sqrt[3]{p^2T}$	Van Tijen
$\alpha_s = 2{,}1\sqrt[3]{w_{pm}}\sqrt{pT}$	Eichelberg
$\alpha_c = C_a n^{0,8}\left(\frac{\tau_{iV}}{\mu_{sa} A^L_{SA}}\right)^{0,9} \cdot p^{0,58} V^{-0,1} T^{0,57}$	Apostolescu si Grünwald

Pentru explicitarea derivatelor $\frac{dp}{dt}$ și $\frac{dT}{dt}$, se aplică metoda reducerii, înmulțind prima ecuație cu $\frac{1}{\mathcal{R}}\left(c_p - \frac{h}{T}\right)$ și apoi a doua cu $\left(-\frac{u}{\mathcal{R}T}\right)$. Ținînd cont că $\frac{c_P}{c_V} = \chi$, restrîngînd convenabil termenii și introducînd în locul variabilei timp, variabila unghi de rotație al arborelui cotit, (θ):

$$\theta = 6 \text{ nt, pentru } t \text{ în secunde} \tag{18}$$

și

$$\theta = 21600 \text{ nt, pentru } t \text{ în ore,} \tag{19}$$

rezultă:

$$\begin{cases} \dfrac{dp}{d\theta} = -\dfrac{1}{21600\, n}\dfrac{\mathcal{R}}{Vc_V}\dfrac{dQ_p}{dt} - \dfrac{\chi p}{V}\dfrac{dV}{dt} + \dfrac{1}{6n}\dfrac{\mathcal{R}}{Vc_V}\left[\left(\dfrac{h_a}{M_a} - \dfrac{u}{M} + \right.\right. \\ \left. + \dfrac{c_V T}{M}\right)\dfrac{dG_a}{dt} - \left(\dfrac{h_e}{M_e} - \dfrac{u}{M} + \dfrac{c_V T}{M}\right)\dfrac{dG_e}{dt}\Big] \end{cases} \tag{20}$$

$$\begin{cases} \dfrac{dT}{d\theta} = -\dfrac{1}{21600\, n}\dfrac{\mathcal{R}T}{pVc_V}\dfrac{dQ_p}{dt} - \dfrac{A\mathcal{R}T}{Vc_V}\dfrac{dV}{dt} + \dfrac{1}{6n}\dfrac{\mathcal{R}T}{pVc_V}\left[\left(\dfrac{h_a}{M_a} - \right.\right. \\ \left. - \dfrac{u}{M}\right)\dfrac{dG_a}{dt} - \left(\dfrac{h_e}{M_e} - \dfrac{u}{M}\right)\dfrac{dG_e}{dt}\Big]. \end{cases} \tag{21}$$

Ecuațiile diferențiale (20) și (21) se reduc la forme particulare fiecărei situații caracteristice care poate apare pe durata procesului de schimb

de gaze prin introducerea în relaţiile respective a expresiilor $\frac{dG_a}{dt}$, $\frac{dG_e}{dt}$, h_a, h_e, u_a, u_e, M_a, M_e, χ, în conformitate cu precizările tabelului 2.

Sistemul de ecuaţii diferenţiale care trebuie rezolvat prin metode numerice va fi:

$$\begin{cases} \frac{dQ_p}{d\theta} = F_Q(\theta,\ S,\ p,\ T) \\ \frac{dG_a}{d\theta} = Fw_a(\theta,\ p,\ T,\ f_a) \\ \frac{dG_e}{d\theta} = Fw_e(\theta,\ p,\ T,\ f_e) \\ \frac{dT}{d\theta} = F_T\left(\theta,\ V, \frac{dV}{d\theta}, p,\ T,\ c_V\ u,\ F_Q,\ Fw_a\ Fw_e\right) \\ \frac{dp}{d\theta} = F_p\left(\theta,\ V, \frac{dV}{d\theta}, p,\ T, c_V, u,\ F_Q, Fw_a,\ Fw_e\right). \end{cases} \tag{22}$$

Rezolvarea concretă a problemei schimbului de gaze presupune soluţionarea sistemului (22). În acest scop se aplică o metodă de calcul numeric, pentru transformarea ecuaţiilor diferenţiale în ecuaţii cu diferenţe finite. Folosind metoda Runge-Kutta [1] pentru intervalul de calcul $(\theta_j - \theta_{j+1})$, valorile necunoscutelor la sfîrşitul intervalului vor fi:

$$\begin{cases} (Q_p)_{j+1} = (Q_p)_j + \frac{\Delta\theta}{6}(F_{Q_1} + 2F_{Q_2} + 2F_{Q_3} + F_{Q_4}) \\ (G_a)_{j+1} = (G_a)_j + \frac{\Delta\theta}{6}(Fw_{a_1} + 2Fw_{a_2} + 2F\omega_{a_3} + F\omega_{a_4}) \\ (G_e)_{j+1} = (G_e)_j + \frac{\Delta\theta}{6}(Fw_{e_1} + 2Fw_{e_2} + 2Fw_{e_3} + Fw_{e_4}) \\ (T)_{j+1} = (T)_j + \frac{\Delta\theta}{6}(F_{T_1} + 2F_{T_2} + 2F_{T_3} + F_{T_4}) \\ (p)_{j+1} = (p)_j + \frac{\Delta\theta}{6}(F_{p_1} + 2F_{p_2} + 2F_{p_3} + F_{p_4}). \end{cases} \tag{23}$$

Cantitatea de gaze prezentă în cilindru la un moment dat, rezultă din rezolvarea progresivă a sistemului (22). Astfel, can titatea de gaze arse

este:

$$(N_g)_{j+1} = (N_g)_j + (N_g^a)_{j+1} - (N_g^e)_{j+1}, \tag{24}$$

iar cea de încărcătură proaspătă:

$$(N_p)_{j+1} = (N_p)_j + (N_p^a)_{j+1} - (N_p^e)_{j+1} \tag{25}$$

Presiunea calculată prin integrarea $\frac{dp}{d\theta}$, $(p)_{j+1}$, poate fi verificată cu ajutorul celei calculate din ecuația de stare scrisă pentru amestecul de gaze aflat în cilindru, pe baza relațiilor (24) și (25):

$$(p)_{j+1}^{\text{verif.}} = \frac{(N)_{j+1}\mathcal{R}(T)_{j+1}}{V_{j+1}}, \tag{26}$$

unde $(N)_{j+1}$ este numărul de kilomoli de amestec (gaze arse și încărcătură proaspătă) existent în cilindru la finele pasului $(\theta_j - \theta_{j+1})$:

$$(N)_{j+1} = (N_g)_{j+1} + (N_p)_{j+1}. \tag{27}$$

Eroarea de calcul poate fi apreciată prin diferența relativă a valorilor furnizate de relațiile (23) și (26):

$$\varepsilon_{j+1} = \frac{(p)_{j+1} - (p)_{j+1}^{\text{verif.}}}{(p)_{j+1}} \tag{28}$$

Întrucît eroarea de calcul a metodei Runge-Kutta este proporțională cu $(\Delta\theta)^5$, dacă eroarea calculată cu relația (28) depășește o valoare limită admisă, calculul pe intervalul respectiv se reia, micșorînd la jumătate pasul de integrare $\Delta\theta$.

Schema logică a programului de calcul, scris în limbaj FORTRAN, este prezentată în figura 2. Calculele se declanșează în momentul deschiderii supapei de evacuare, mărimile de stare pentru acest moment, care constituie începutul primului interval de integrare. se determină, în primă aproximație pornind de la un ciclu idealizat, calculat pe baza metodelor recomandate în literatura de specialitate. Se dă valoarea corespunzătoare parametrului SCW care direcționează calculul pe ciclu mas sau mac, se fac alocările inițiale și se intră în blocul 8, de calcul al curgerii prin supapa de evacuare, precizîndu-se dacă supapa de evacuare este deschisă și sensul de curgere. Se calculează debitele elementare de gaze arse sau încărcătură proaspătă care pot curge prin supapa de evacuare $\left(\frac{dG_e}{dt}, \frac{dG_e^a}{dt}, \frac{dG_{ep}}{dt}, \frac{dG_{ep}^a}{dt}\right)$, după care se trece la blocul 40, de calcul al curgerii prin supapa de admisie, care se încheie cu precizarea unuia din debitele elemen-

tare $\frac{dG_a}{dt}$, $\frac{dG_{ag}}{dt}$, $\frac{dG_a^e}{dt}$, $\frac{dG_{ag}^e}{dt}$. Se procedează apoi la determinarea primei aproximate a soluției sistemului (22) și iterarea soluțiilor pînă ce sînt satisfăcute condițiile de precizie impuse (blocul 140), atribuindu-se caracter de soluție finală valorile obținute în ultima iterație, se face veri-

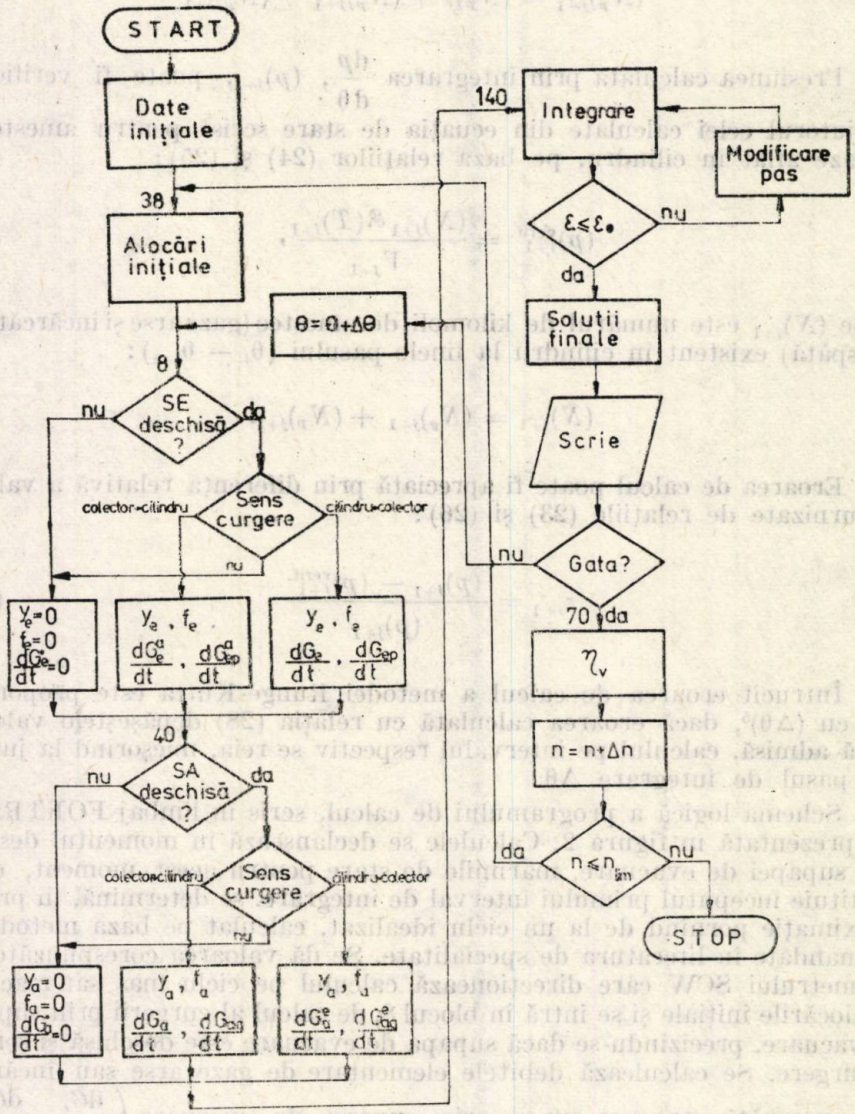


Fig. 2

ficarea erorii și se scriu valorile finale pentru pasul respectiv. Se verifică dacă a fost parcursă toată perioada de schimb de gaze. Dacă nu au fost parcurse toate intervalele de calcul se reia întreaga suită de operații începînd cu blocul 8. În caz contrar se declanșează pe ramura 70 calculul coefi-

cientului de umplere și modificarea turației motorului, reluîndu-se operațiile prezentate, începînd cu blocul 38, pînă la atingerea turației minime impuse, moment în care programul este stopat.

Programul principal apelează la 10 subrutine, pentru calculul mărimilor specifice molare (c_v, c_p, χ, u, M) ale gazelor arse și ale încărcăturii proaspete, pentru calculul secțiunii reale oferite de cele două supape, a regimului de curgere (critic sau subcritic) și a debitelor elementare cît și pentru reprezentarea grafică, în funcție de unghiul de rotație al arborelui cotit a mărimilor finale pe pas (p, T, G_{gc}, G_{pc}). În final, aceeași subrutină reprezintă grafic coeficientul de umplere în funcție de regimul de turație.

Programul de calcul a fost particularizat pentru un motor cu aprindere prin comprimare, rapid avînd alezajul 80 mm, cursa 77 mm și raportul de comprimare 23.

S-au considerat parametrii de stare ai fluidului motor în momentul deschiderii supapei de evacuare ca fiind: $p = 5$ kgf/cm² și $T = 1250$°K. În acest moment, în cilindru se găsesc gaze arse avînd compoziția corespunzătoare unui coeficient de exces de aer $\lambda = 1{,}35$. Mărimile de stare ale gazelor din cele două colectoare sînt: $p_{ce} = 1{,}15$ kgf/cm² și $T_{ce} = 900$°K, pentru evacuare și $p_{ca} = 0{,}9$ kgf/cm² și $T_{ca} = 310$ °K, pentru admisie. Coeficienții de debit prin orificiile comandate de cele două supape se consideră, în prima aproximație, constanți: $\mu_a = \mu_e = 0{,}7$. Căldurile specifice ale gazelor ce evoluează pe ciclu se calculează pentru fiecare temperatură în parte, cu ecuații aproximative de tip polinominal, cu o eroare maximă de 1%, [6].

S-au efectuat rulări pentru turațiile 2 000, 3 000, 4 000 și 5 000 rot/min, diagramele de pompaj rezultate fiind reprezentate în figurile 3, 4, 5, 6, iar în figura 7 a fost reprezentată variația coeficientului de umplere cu turația. Analizînd aceste figuri se observă că rezultatele obținute

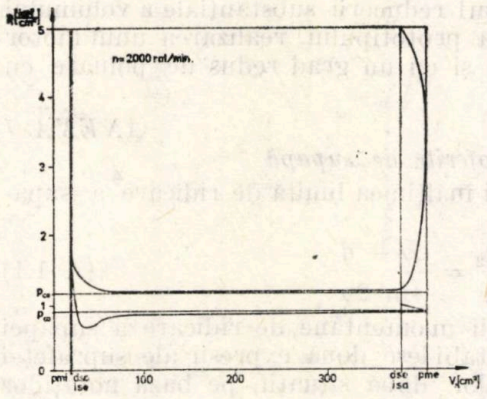


Fig. 3

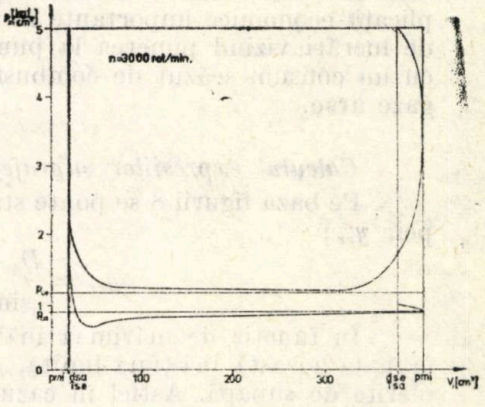


Fig. 4

sînt comparabile cu cele prezentate în literatura de specialitate, pe baza determinărilor experimentale. Pentru a conferi acestui program de calcul valabilitatea necesară cazului particular al unui motor studiat, este necesar să se compare direct acest valori cu cele determinate prin măsurători

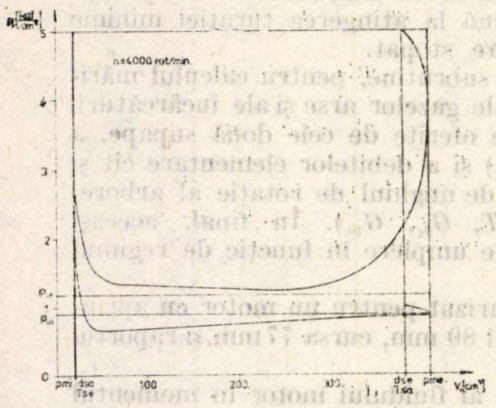


Fig. 5

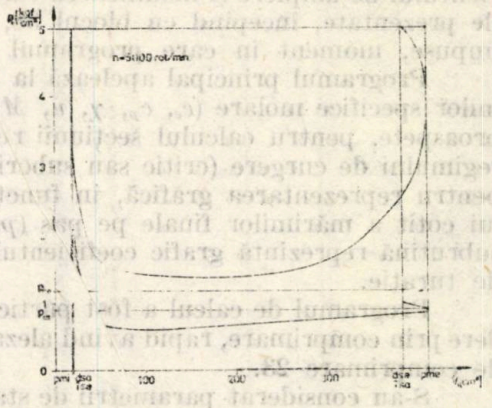


Fig. 6

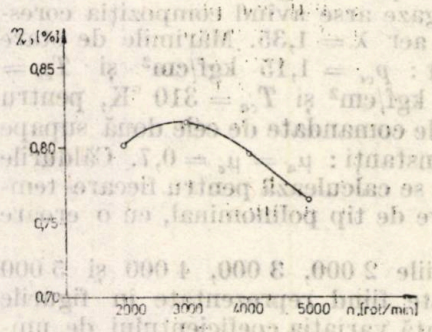


Fig. 7

experimentale și să se ajusteze în mod corespunzător valorile unor parametri (starea fluidului motor în momentul deschiderii supapei de evacuare, starea gazelor din cele două colectoare, ceoficienții de debit ai supapelor etc.) astfel încît rezultatele de calcul să se apropie cu o precizie corespunzătoare de cele obținute direct la standul de probe. În acest caz metoda de calcul propusă devine un instrument deosebit de util pentru proiectant, permițînd optimizarea formulei constructive a motorului, încă din faza de proiectare, cu implicații economice importante în sensul reducerii substanțiale a volumului de lucrări vizînd punerea la punct a prototipului, realizarea unui motor cu un consum scăzut de combustibil și cu un grad redus de poluare cu gaze arse.

ANEXA 1

Calculul expresiilor suprafeței oferite de supapă

Pe baza figurii 8 se poate stabili înălțimea limită de ridicare a supapei, y_{cr};

$$y_{cr} \simeq \frac{D_4 - D_2}{\sin 2\alpha} = \frac{D - d}{\sin 2\alpha} \qquad \text{(A 1.1)}$$

În funcție de mărimea înălțimii momentane de ridicare a supapei față de această înălțime limită, se stabilesc două expresii ale suprafeței oferite de supapă. Astfel în cazul celor două situații, pe baza notațiilor din figura 8, rezultă:

I $y \leqslant y_{cr}$, pentru care: $f = \pi \overline{A_1 B_2} \left(\frac{\overline{B_2 B_2'}}{2} + \frac{\overline{A_1 A_1'}}{2} \right)$, sau:

$$f = \frac{\pi}{2} y \cos \alpha (D_1 + D_2 + y \sin 2\alpha)^2, \qquad \text{(A 1.2)}$$

sau: $$f \simeq \pi y \cos \alpha (d + y \sin \alpha \cos \alpha). \quad \text{(A 1.3)}$$

II $y > y_{cr}$, pentru care: $f = \pi \overline{A_3 B} \left(\frac{\overline{BB'}}{2} + \frac{\overline{A_3 A_3'}}{2} \right)$. sau:

$$f = \frac{\pi}{2} \sqrt{\left(\frac{D_4 + D_2}{2} \right)^2 + \left(y - \frac{D_4 - D_2}{2} \operatorname{tg} \alpha \right)^2}, \quad \text{(A. 1.4)}$$

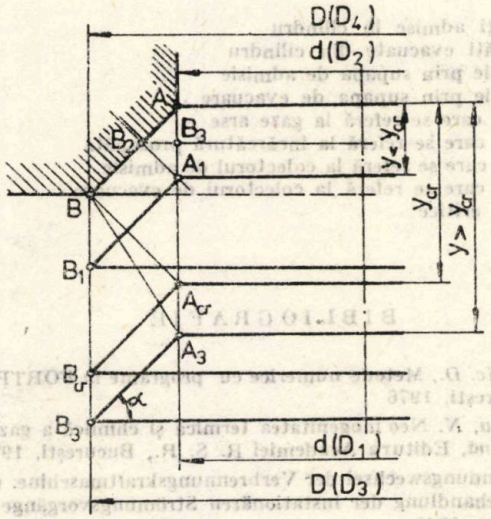


Fig. 8

sau: $$f \simeq \frac{\pi}{2} (D + d) \sqrt{\left(\frac{D - d}{2} \right)^2 + \left(y - \frac{D - d}{2} \operatorname{tg} \alpha \right)^2}. \quad \text{(A 1.5)}$$

Simboluri și notații utilizate

A — echivalentul termic al lucrului mecanic
$c_v (c_p)$ — căldura specifică la volum (presiune) constant(ă)
d, D — diametrele orificiului controlat de supapă
f — suprafața de curgere oferită de supapă
G — cantitatea de gaze arse, încărcătură proaspătă sau amestec, [kgf]
h — entalpia specifică molară
M — greutatea moleculară
n — turația motorului
N — cantitatea de gaze arse, încărcătură proaspătă sau amestec, [kmol]
p — presiunea gazelor, [kgf/ m^2]
dQ_p — variația cantității la căldură schimbată cu peretele
$\mathcal{R}$ — constanta universală a gazelor
R — constanta fizică a gazului
S — suprafața de schimb de căldură
t — timpul
T — temperatura absolută a gazelor, [K]
T_p — temperatura peretelui cilindrului, [K]
u — energia internă specifică molară
U — energia internă
v — volumul specific
V — volumul momentan al cilindrului ocupat de gaz
w_{pm} — viteza medie a pistonului

α — unghiul talerului supapei
α_c — coeficientul de convecție
λ — coeficientul de exces de aer
μ — coeficientul de debit al orificiului controlat de supapă
χ — exponentul adiabatic
θ — unghiul de rotație al arborelui cotit

Indici

superiori : *a* — cantități admise în cilindru
e — cantități evacuate din cilindru
inferiori : *a* — circulație prin supapa de admisie
e — circulație prin supapa de evacuare
g — mărimi care se referă la gaze arse
p — mărimi care se referă la încărcătură proaspătă
ca — mărimi care se referă la colectorul de admisie
ce — mărimi care se referă la colectorul de evacuare
cr — mărimi critice

BIBLIOGRAFIE

Dorn, W. S., Cracken, Mc. D., Metode numerice cu programe în FORTRAN IV, Editura tehnică, București, 1976

Grünwald, B., Apostolescu, N. Neo mogenitatea termică și chimică a gazelor din motoarele cu *ardere internă*, Editura Academiei R. S. R., București, 1975

List, H., Reyl, G., Der Landungswechsel der Verbrennungskraftmaschine. Grundlagen. Die rechnerische Behandlung der instationären Strömungsvorgänge am Motor. Springer-Verlag, Wien, 1949

List, H., Der Ladungswechsel der Verbrennungskraftmaschine. Die Viertakt Ausnützung der Abgasenergie für den Ladungswechsel, Springer-Verlag, Wien, 1952

Popa, B., Vintila, C., Termotehnică și mașini termice, Edit. didactică și pedagogică, București, 1977

Taraza, D., Belei, A., Minculescu, S., Posibilități de determinare a legii de degajare a căldurii într-un motor cu cameră de ardere divizată, Buletinul IPB, Seria Mecanică, Tomul XL, nr. 1 și 2

The Calculation of the Cylinder Gas-Exchange Process for Four Stroke Internal Combustion Engines with Natural Admission

The paper presents a physico-mathematical model of the gas changing process for a four-stroke, naturaly aspirated internal combustion engine fallowing calculation of pressure and temperature of the working fluid and the volummetric efficiency of the respective cycle. The general equations, describing the flowing processes are derived and, in order to solve the problem, the system of differential equations is numerically integrated by means of the Runge-Kutta method. The flow-chart of the program, written in FORTRAN, is presented together with the results obtained for a particular case.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 1

AERONAVE

C.Z.: 629.13:621.43
621.43:629.13

O METODĂ DE CALCUL ANALITIC A CARACTERISTICII DE TURAȚIE A MOTOARELOR TURBOREACTOARE

VIRGIL STANCIU*

În lucrare se tratează o metodă analitică mai precisă de calcul a caracteristicii de turație a motoarelor turboreactoare, pornind de la observația că legea de variație a entalpiei maxime a gazelor de ardere, este o funcție rațională în raport cu pătratul turației.

Introducere

Calculul caracteristicii de turație a motoarelor aeroreactoare constituie, cel mai bun prilej de studiere a comportării acestora la regimuri diferite de cel nominal (de calcul).

Precizarea performanțelor de bază ale motoarelor turboreactoare, forța de tracțiune și consumul specific de combustibil, permit stabilirea regimurilor economice de zbor ale avionului precum și analizarea mai în detaliu a tuturor regimurilor caracteristice, luînd ca parametru turația motorului. Caracteristica de turație reprezintă variația forței de tracțiune F și a consumului specific de combustibil C_{sp} în funcție de turația motorului n, în condițiile în care regimul de zbor al avionului caracterizat prin înălțimea de zbor H, și viteza de zbor V, nu se modifică.

Deci se poate exprima caracteristica de turație astfel:

$$F = F(n)_{H,\,V} = \text{constant}$$

$$c_{sp} = c_{sp}(n)_{H,\,V} = \text{constant}$$

În general calculul caracteristicii de turație are la bază variația cu turația a parametrilor funcționali de bază ai motorului:

— debitul de aer, $\dot{M}a$;
— lucrul mecanic de comprimare al compresorului, l_c^*;
— entalpia maximă a gazelor de ardere în fața turbinei, i_3^*;

Manuscris predat redacției la data de 4 noiembrie 1980
* Asistent ing., Catedra Aeronave

Metodele cunoscute de calcul apelează, pentru calculul acestor parametri, la următoarele relații:

$$\dot{M}a = \dot{M}a_n \cdot \bar{n} \tag{2}$$

$$l_c^* = l_{c_n}^* \cdot \bar{n}^2 \tag{3}$$

$$i_3^* = i_{3n}^* \cdot \bar{n}^2 \tag{4}$$

În aceste relații s-a notat cu indicele „n" regimul nominal sau de calcul al motorului, și prin $\bar{n}$, raportul dintre o turație oarecare și turația nominală a motorului, adică, $\bar{n} = \frac{n}{n_n}$.

În cele ce urmează se urmărește corectarea legii de variație a entalpiei maxime a gazelor de ardere în fața turbinei motorului, prin înlocuirea relației (4) cu o funcție rațională de pătratul turației, care să corespundă proceselor reale prin motor. Se va ține seama că la turații reduse entalpia maximă, i^*_3 crește tinzînd către valoarea corespunzătoare regimului de calcul, lucru de loc evident în relația (4).

Calculul variației entalpiei maxime cu turația

Se presupune funcționarea motorului la punct fix, situație în care destinderea gazelor poate fi completă, adică $P_5 = P_0$ (P_5 reprezintă presiunea gazelor în secțiunea de ieșire din motor). În această situație forța specifică a motorului devine:

$$F_{sp} = \varphi_{ar}\sqrt{2\left\{i_3^*\left[1 - \left(\frac{1}{\sigma_{da}^* \cdot \pi_c^* \cdot \sigma_{ca}^*}\right)^{\frac{k'-1}{k'}}\right] - \frac{l_c^*}{\eta_T^*}\right\}} \tag{5}$$

unde i_3^*, l_c^*, au semnificațiile cunoscute, iar φ_{ar}, reprezintă coeficientul de pierdere de viteză în ajutajul de reacție, σ_{da}^*, σ_{ca}^* sînt coeficienți de pierdere de presiune în dispozitivul de admisie, respectiv, camera de ardere a motorului, η_T^*, randamentul turbinei, k' constanta adiabatică a gazelor de ardere, iar π_c^*, reprezintă gradul de comprimare al compresorului. Evident în relația (5) i_3^*, π_c^*, l_c^*, sînt funcții de turație:

$$\pi_c^* = [1 + \bar{n}^2(\pi_{c_n}^{*\frac{k'}{k'-1}} - 1)]^{\frac{k'}{k'-1}}, \quad k' \text{ fiind} \tag{6}$$

constanta adiabatică a aerului.
Se presupune o situație limită în funcționarea motorului turboreactor și anume aceea în care forța specifică este nulă. În acest caz:

$$i_c^* = \frac{l_c^*}{\eta_T^*} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{1}{\sigma_{da}^* \cdot \sigma_{ca}^* \cdot \pi_c^*}\right)^{\frac{k'-1}{k'}}} \tag{7}$$

Dacă se notează cu:

$$\alpha = \left(\frac{1}{\sigma^*_{da} \cdot \sigma^*_{ca}}\right)^{\frac{k'-1}{k'}}; \qquad \beta = \pi^{*\frac{k-1}{k}}_{c_n} - 1 \quad \text{și} \quad \gamma = \frac{1}{\eta^*_T},$$

atunci expresia (7) devine, ținînd seama și de relația (6),

$$i^*_3 = \frac{\gamma \cdot \bar{n}^2}{1 - \frac{\alpha}{1 + \bar{n}^2 \cdot \beta}} \cdot l^*_{c_n}$$

După cîteva operații simple obținem:

$$i^*_3 = \frac{\gamma \bar{n}^2 (1 + \bar{n}^2 \cdot \beta)}{1 - \alpha + \bar{n}^2 \beta} \cdot l^*_{c_n}$$

sau notînd mai departe prin a, b, c_1 expresiile:

$$a = \frac{1}{\beta}; \quad b = \frac{1 - \alpha}{\beta}; \quad c_1 = \nu \cdot l^*_{c_n}$$

se obține pentru entalpia maximă expresia:

$$i^*_{3Fsp=0} = c_1 \cdot \frac{\bar{n}^2 (\bar{n}^2 + a)}{\bar{n}^2 + b} \tag{8}$$

Rezultă deci o lege de variație rațională în pătratul turației.

Din relația (8) entalpia minimă la regim nominal este

$$i^*_{3\min_n} = c_1 \cdot \frac{1 + a}{1 + b} \quad \text{sau} \quad i^*_{3\min_n} = \frac{1 + a}{1 + b} \cdot \frac{l^*_{c_n}}{n^*_T}.$$

Se presupune pentru entalpia gazelor de ardere în fața turbinei o lege de variație de aceeași formă:

$$i^*_3 = c \cdot \frac{\bar{n}^2 (\bar{n}^2 + a)}{\bar{n}^2 + b}$$

în care constanta c se va determina din condiția ca la regim nominal $\bar{n} = 1$, $i^*_3 = i^*_{3_n}$.

Atunci:

$$c = i^*_{3_n} \cdot \frac{1 + b}{1 + a}.$$

iar entalpia maximă devine:

$$i^*_3 = i^*_{3_n} \cdot \frac{1 + b}{1 + a} \cdot \frac{\bar{n}^2 (\bar{n}^2 + a)}{\bar{n}^2 + b} \tag{9}$$

Pentru exemplificare se consideră cazul unui motor turboreactor la punct fix, la care se cunosc:

$$\sigma^*_{da} = = 0{,}97\,; \quad \sigma^*_{ca} = 0{,}97\,; \quad \eta^*_T = 0{,}85\,; \quad \eta^*_{ic} = 0{,}8\,; \quad \pi^*_{c_n} = 10\,;$$

$$i^*_{3_n} = 1450\,\frac{KJ}{Kg}\,; \quad i_0 \simeq 288\,\frac{KJ}{Kg}\,; \quad k' = 1{,}33 \text{ şi } k = 1{,}4$$

Rezultă:

$$\alpha = 1{,}015\,; \qquad \beta = 0{,}93$$

şi:

$$a = 1{,}075\,; \; b = -0{,}016$$

Deci:

$$i^*_3 = 689 \cdot \frac{\bar{n}^2(\bar{n}^2 + 1{,}075)}{\bar{n}^2 - 0{,}016} \tag{10}$$

Pentru diferite valori $n = 0{,}2-1$ se obţine tabelul următor:

n	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$i^*_3\left[\frac{KJ}{\text{kg}}\right]$	1292	978	948	975	1036	1115	1212	1325	1450
i^*_3 clasic $\left[\frac{KJ}{Kg}\right]$	58	131	232	363	522	710	928	1174	1450

În tabel s-au trecut pe linia a treia valorile entalpiei i^*_3 corespunzătoare legii clasice de variaţie (4).
Pentru comparaţie s-au reprezentat grafic ambele variaţii în fig. 1.

Calculul caracteristicii de turaţie

Cunoscînd toate legile de variaţie ale principalelor mărimi, se poate trece la calculul cracteristicii de turaţie ştiind că:

$$F = F_{sp} \cdot \dot{M}a \tag{11}$$

$$F_{sp} = \varphi_{ar} \cdot \bar{n} \cdot$$

$$\cdot \sqrt{2\left(\frac{1+b}{1+a}\right)(i^*_{3_n} - i^*_{3\min_n})} \tag{12}$$

$$\dot{M}a = \dot{M}a_n \cdot \bar{n}$$

iar consumul specific :

$$c_{sp} = \frac{3600}{P_{ci} \cdot \xi_{ca}} \cdot \frac{i_3^* - i_2^*}{F_{sp}} \tag{13}$$

în care :

— P_{ci} reprezintă puterea calorică inferioară a combustibilului ;

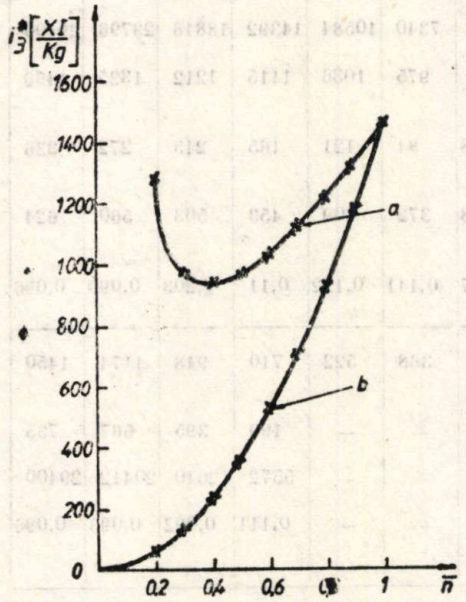


Fig. 1. Variația entalpiei maxime a gazelor de ardere în fața turbinei în funcție de turație.
a. metoda de față ;
b. metoda clasică.

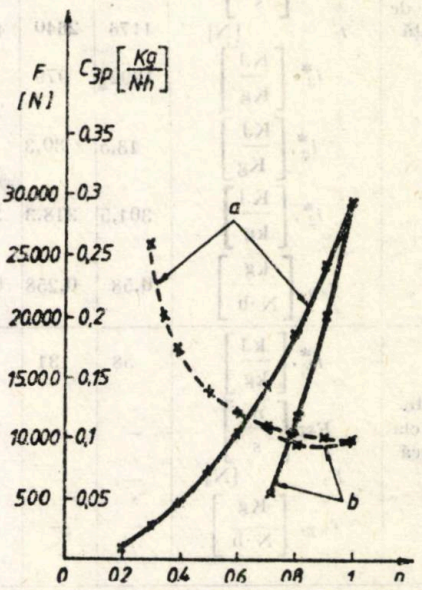


Fig. 2 Caracteristica de turație a unui motor turboreactor.
a. metoda de față
b. metoda clasică
— × — forța de tracțiune
– – × – – consumul specific de combustibil

— ζ_{ca}, coeficientul de perfecțiune a arderii iar i^*_2 entalpia aerului după compresor ($i_2^* = i_1^* + l_c^*$).

Bineînțeles $i_1^* = i_H^*$ sau la punct fix $i_1^* = i_0$.

Ca aplicație vom considera cazul tratat în paragraful precedent.

Admitem pentru noile mărimi valorile :

$$P_{ci} = 43500 \frac{\text{KJ}}{\text{Kg}}; \quad \xi_{ca} = 0{,}96; \quad \dot{M}a_n = 40 \text{ kg/s};$$

$$i^*_{3\,\min_n} = 832 \text{ kJ/kg}; \quad F_{sp} \text{ devine : } F_{sp} = 735 \cdot \bar{n}.$$

Rezultatele sînt cuprinse în tabelul următor :

	n	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Metoda de față	$Fsp, \left[\frac{m}{s}\right]$	147	220	294	367	441	514	588	661	735
	$\dot{M}a, \left[\frac{kg}{s}\right]$	8	12	16	20	24	28	32	36	40
	F [N]	1176	2640	4704	7340	10584	14392	18816	23796	29400
	$i_3^*, \left[\frac{KJ}{Kg}\right]$	1292½	979	948	975	1036	1115	1212	1325	1450
	$l_c^*, \left[\frac{KJ}{Kg}\right]$	13,5	30,3	53,8	84	121	165	215	272	336
	$i_2^*, \left[\frac{KJ}{kg}\right]$	301,5	318,3	341,8	372	409	453	503	560	624
	$c_{sp} \left[\frac{kg}{N \cdot h}\right]$	0,58	0,258	0,177	0,141	0,122	0,11	0,203	0,099	0,096
Metoda clasică	$i_{3c}^*, \left[\frac{kJ}{kg}\right]$	58	131	232	368	522	710	918	1174	1450
	$Fsp \left[\frac{m}{s}\right]$	—	—	—	—	—	199	395	567	735
	F, [N]	—	—	—	—	—	5572	12640	20412	29400
	$c_{sp}, \left[\frac{Kg}{N \cdot h}\right]$	—	—	—	—	—	0,111	0,092	0,093	0,096

Reprezentarea grafică a rezultatelor obținute se face în figura 2.

Concluzii

Din analiza rezultatelor obținute se constată că metoda expusă asigură o precizie mult mai mare decît metoda clasică, în toată gama regimurilor de funcționare ale motorului turboreactor. Ca alură curba de variație a entalpiei maxime a gazelor de ardere în fața turbinei, este mult mai apropiată de variațiile obținute prin încercări la bancul de probă al acestor tipuri de motoare.

BIBLIOGRAFIE

[1] *V. Pimsner, Ç. A. Vasilescu, G. A. Rădulescu* — Energetica turbonotoarelor cu ardere internă, Editura Academiei, 1964

[2] *E. M. Freidman*, Teoria motoarelor de avion, Editura tehnică, 1957.

A Method of Analytic Calculation of the Turbo-jet Engines Characteristics versus Rotation

The paper treats a more precise analytic method of calculation reffering to the turbo — jet engine characteristics versus rotation having in mind that the variation law of the burning gas maximum enthalpy is a rational function in relation with the rotation square.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 1

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

C.Z.: 621.314.26
621.3.029
621.396

RESONANCE PHENOMENA IN LOSSY MAGNETOSTRICTIVE TRANSDUCERS
Part II. POWER OPERATION OF MAGNETOSTRICTIVE TRANSDUCERS

D. STANOMIR, GH. CSAPO*

In this part of the paper we discuss the optimality of the power operation of the ultrasonic magnetostrictive transducers at the two resonant frequencies, ω_A and ω_B.

1. Introduction

In the first part of this paper we have shown how one can introduce two resonant frequencies ω_A and ω_B, which are of major interest in the study of the magnetostrictive transducers.

Theoretical and practical investigations, /1/, /3/, have led to the conclusion that the electromechanical efficiency attains a maximum for a frequency which is near to ω_B.

Here we shall discuss the optimality of the power operation, at ω_A or at ω_B, taking into account more factors : efficiency, reliability of operation and the power transfer versus the acoustical load resistance. The discussion will be referred to both supplying situations : the transducer is fed by an ideal voltage source or by an ideal current source.

2. Power operation at the frequency ω_A

Let the transducer be operated at the frequency ω_A. In /6/ we have shown that the total electrical impedance of the transducer, Z_{et}, evaluated at ω_A, may be written as

$$\begin{cases} Z_{et}(\omega_A) = R_{et}(\omega_A) + jX_{et}(\omega_A), \\ R_{et}(\omega_A) = \omega_A L_{0A} \sin \varphi_A + R_{M0} \cos 2\varphi_A \\ X_{et}(\omega_A) = \omega_A L_{0A} \cos \varphi_A - R_{M0} \sin 2\varphi_A \end{cases} \tag{1}$$

Manuscript received 31 May 1980
* Associate Professor, Chair of Radiocommunications, Assistant Professor, Chair of Technology

where L_{0A} is the equivalent inductance and R_{M0} is the motional resistance, which is given by

$$R_{M0} = \frac{k_{0A}^2}{R_{mp} + R_r} \approx \frac{k_{0A}^2}{R_m} \tag{2}$$

In (2) k_{0A} represents the electromechanical coupling coefficient, R_{mp} the mecanical resistance due to the internal friction and R_r the radiation resistance.

The equivalent electrical circuit corresponding to (1) is given in Fig. 1.

Now, let us tune the transducer by inserting a capacity C_A, connected in series. Doing so, we get that the impedance viewed at electrical terminals reduces to $R_{et}(\omega_A)$, which may be written as

$$R_{et}(\omega_A) = \omega_A L_{0A} \sin \varphi_A + \cos 2\varphi_A \left[\frac{R_{mp} + R_r}{k_{0A}^2}\right]^{-1} \tag{3}$$

We ask the following question : under what conditions the electrical source feeding the transducer, can be considered as being connected directly across the motional resistance R_{M0}?. This is possible if the following inequality holds

$$\omega_A L_{0A} \sin \varphi_A \ll \frac{k_{0A}^2 \cos 2\varphi_A}{R_m} \tag{4}$$

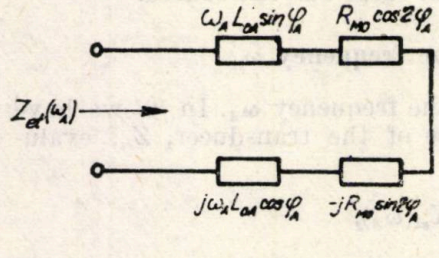


Fig. 1

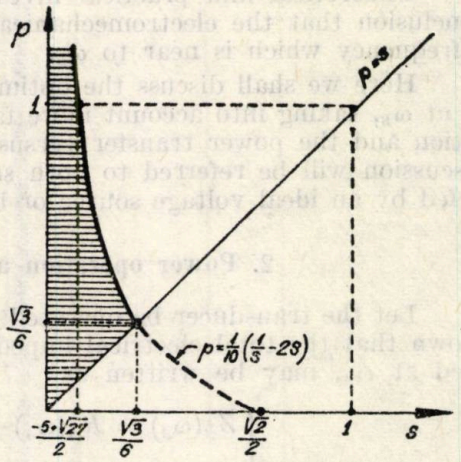


Fig. 2

We can therefore take

$$\omega_A L_{A0} \sin \varphi_A < \frac{k_{0A}^2 \cos 2\varphi_A}{10 R_m} \tag{4}'$$

To get the conditions which must be satisfied by the angle φ_A we use (25) of /6/ together with (4)'.

Denoting as in /6/

$$p = \frac{\omega_A L_{0A}}{R_{M0}} = \frac{\omega_A L_{0A} R_m}{k_{0A}^2}, \quad s = \sin \varphi_A$$

we obtain the following simultaneous inequalities

$$\begin{cases} s < p, \quad s > 0 \\ p < \dfrac{1}{10}\left(\dfrac{1}{s} - 2s\right), \quad p > 0 \end{cases} \tag{5}$$

which give the solution of the problem.

The solution of (5) is plotted graphically in Fig. 2 (the shaded area in the s-p plane).

Referring to Fig. 2, the following conclusions are valid:

a) For small acoustic loads,

$$p < p_1 = \frac{1}{2\sqrt{3}} = 0{,}288, \quad R_m < 0{,}288 \frac{k_{0A}^2}{\omega_A L_{0A}} \tag{6}$$

the passivity condition, $s < p$, (rel. (25) of /6/)is more severe than the condition (4)', so that in the range given by (6) the solution of (5) may be written as

$$\sin \varphi_A < p, \quad 0 < \varphi_A < \text{arc sin}(p_1) \tag{7}$$

(p has a fixed value in the range (6))

Consequently, for small acoustic loads the conditions (5) are fulfilled if φ_A obeys to (7). It is seen that φ_A increases together with acoustical load and cannot exceed the value

$$(\varphi_A)_M = \text{arc sin } (0{,}288) = 16°44' \tag{8}$$

b) For middle acoustical loads,

$$\begin{gathered} 0{,}288 < p < 1 \\ 0{,}288 \frac{k_{0A}^2}{\omega_A L_{0A}} < R_m < \frac{k_{0A}^2}{\omega_A L_{0A}}, \end{gathered} \tag{9}$$

the condition (4)' is more severe than the passivity condition, $s < p$, so that in the range given by (9), the solution of (5) may be written as

$$\sin \varphi_A < s_1, \; s_1 = \frac{1}{2}\left(-5p + \sqrt{25\,p^2 + 2}\right) \tag{10}$$

(p has a fixed value in the range (9)).

Consequently, for middle acoustic loads the conditions (5) are fulfilled if φ_A obeys to (10). It is seen that φ_A must decreases from $(\varphi_A)_M = 16°44'$ to

$$(\varphi_A)_M = \arcsin\left(\frac{-5+\sqrt{27}}{2}\right) = 5°38'$$

as p increases from 0,288 to 1.

c) For large acoustic loads

$$p>1,\ R_m > \frac{k_{0A}^2}{\omega_A L_{0B}} \tag{11}$$

the condition (4)' is more severe than the passivity condition, so that in the range given by (11) the solution of (5) may be written as (approximatively)

$$\sin\varphi_A < \frac{1}{10p},\ (\varphi_A)(\text{rad}) < \left(\frac{1}{10p}\right) \tag{12}$$

(p has a fixed value in the range (11)).

Consequently, for large acoustic loads the conditions (5) are fulfilled if φ_A obeys to (12). It is seen that φ_A must decrease from 5°38' to 0° as p increases from 1 to infinity.

The conclusion of the calculation heretofore presented is that the input impedance of a magnetostrictive transducer at the frequency ω_A may be represented as a parallel connection of two resistances $\cos 2\varphi_A \cdot k_{0A}^2/R_{mp}$ and $\cos 2\varphi_A \cdot k_{0A}^2/R_r$ if φ_A obey to some constraints. As the acoustic load increases, the admissible internal angle φ_A can increase to 16°44' and then decrease to zero.

For ceramic magnetostrictive transducers, the real internal angle seldom exceeds 5° so that the afore mentioned conditions are fulfilled. We shall discuss the power operation taking that neglection condition is fulfilled.

In various operation cases, the magnitude of R_{mp} is practically constant while the magnitude of R_r varies largely.

If the transducer is fed by an ideal voltage source U_g (what is to say that the source has a very small internal impedance), the current entering the coil of the transducer is

$$I = \frac{U_g}{R_{M0}} = \frac{U_g(R_{mp}+R_r)}{k_{0A}^2\cos 2\varphi_A} \tag{13}$$

while the various powers are given by

$$P_{ab}^{\wedge} = \left|\frac{U_g}{k_{0A}}\right|^2 \cdot \frac{R_{mp}+R_r}{\cos 2\varphi_A} \tag{14}$$

the total electrical power entering the transducer;

$$P_{\text{dis}}^{A} = \left|\frac{U_g}{k_{0A}}\right|^2 \cdot \frac{R_{mp}}{\cos 2\varphi_A} \tag{15}$$

the power dissipated in the ferromagnetic core;

$$P_{ac}^{A} = \left| \frac{U_g}{k_{0A}} \right|^2 \cdot \frac{R_r}{\cos 2\varphi_A} \tag{16}$$

the power transferred to the surrounding medium.

From the relations (14), (15), (16), it is seen that in the afore mentioned conditions, the acoustic power increases linearly with R_r (acoustic load) while the dissipated power remains practically constant The three powers are plotted versus R_r in Fig. 3.

If the transducer is included in a technological apparatus, then the power variation in terms of acoustic load impedance (R_r) has to be of the form given in Fig. 3, this is because it is desirable that the dissipated power be constant while the acoustic power increase linearly with R_r. In most applications due to the feedback, the power amplifiers behave as ideal voltage generators. That is why the above analysis is valuable.

3. Power operation at the frequency ω_B

Now, let the transducer be operated at the frequency ω_B. Taking into account that ω_B is always, greater than ω_A but their relative deviation is wery small, in /6/ we have shown that the total admittance $Y_{et} = Z_{et}^{-1}$, evaluated at ω_B, may be written as

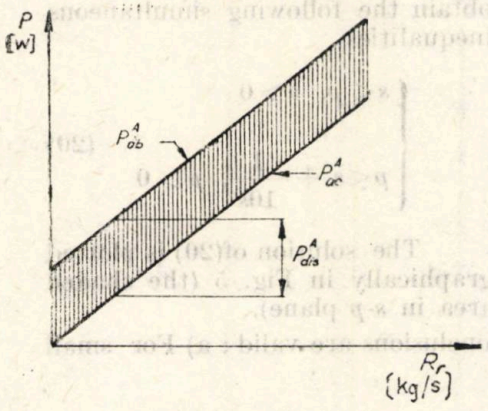


Fig. 3

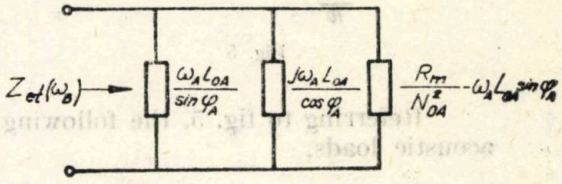


Fig. 4

$$\begin{cases} Y_{et}(\omega_B) = G_{et}(\omega_B) + jB_{et}(\omega_B) \\ G_{et}(\omega_B) = \dfrac{\sin\varphi_A}{\omega_A L_{0A}} + \left(\dfrac{R_m}{N_{0A}^2} - \omega_A L_{0A} \sin\varphi_A \right)^{-1} \\ B_{et}(\omega_B) = -\dfrac{\cos\varphi_A}{\omega_A L_{0A}}, \end{cases} \tag{17}$$

where N_{0A} is given by

$$N_{0A} = \frac{k_{0A}}{\omega_A L_{0A}} \tag{18}$$

The equivalent electrical circuit corresponding to (17) is given in Fig. 4.

Let us tune the transducer by connecting a capacitor C_B in parallel to the transducer coil. Doing so, we get that the admittance viewed at electric terminals reduces to $G_{el}(\omega_B)$.

We ask the following question: under what conditions the electrical source, supplying the transducer, can be considered as being connected to the resistance $(R_m/N_{0A}^2 - \omega_A L_{0A} \sin \varphi_A)$ only?

This is possible if the following inequality holds,

$$\frac{\omega_A L_{0A}}{\sin \varphi_A} \gg \frac{R_m}{N_{0A}^2} - \omega_A L_{0A} \sin \varphi_A \tag{19}$$

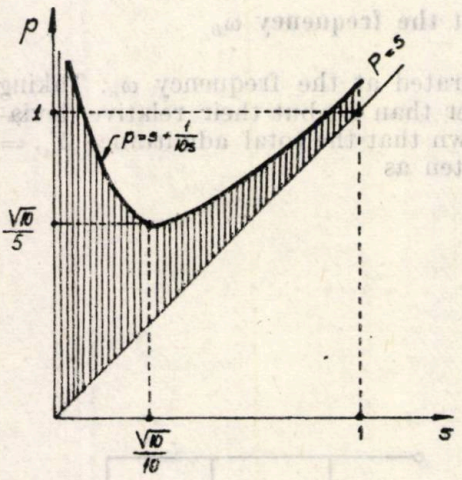


Fig. 5

we can therefore take

$$\frac{\omega_A L_{0A}}{\sin \varphi_A} > 10 \left(\frac{R_m}{N_{0A}^2} - \omega_A L_{0A} \sin \varphi_A \right) \tag{19}'$$

By use of the same notations, we obtain the following simultaneous inequalities

$$\begin{cases} s < p, \quad s > 0 \\ p < s + \dfrac{1}{10s}, \quad p > 0 \end{cases} \tag{20}$$

The solution of(20) is plotted graphically in Fig. 5 (the shaded area in s-p plane).

Referring to fig. 5, the following conclusions are valid: a) For small acoustic loads,

$$p < p_2 = \frac{\sqrt{10}}{5} = 0{,}632, \quad R_m < 0{,}632 \frac{k_{0A}^2}{\omega_A L_{0A}} \tag{21}$$

the passivity condition, $s<p$, (rel. (25) of /6/) is more severe than the condition (19)', so that in the range given by (20) the solution of (20) is just the condition of passivity, i. e.

$$s < p \tag{22}$$

(p has a fixed value in the range (21)).

b) For middle acoustic loads

$$0{,}632 < p < 1, \qquad 0{,}632\,\frac{k_{0A}^2}{\omega_A L_{0A}} < p < \frac{k_{0A}^2}{\omega_A L_{0A}} \tag{23}$$

it is seen that there are two solutions : for one of them, φ_A decreases as p increases to 1, while for the other, φ_A increases to $\pi/2$ with p increasing. Although both solutions are mathematically valid, we claim that the physically valid solution is the first, i. e. that for which φ_A decreases as p increases.

If the second solution would be considered then we would obtain that for $\varphi_A \simeq \pi/2$ the reactive component of the impedance is negligible. Therefore in the range given by (23) φ_A decreases from

$$(\varphi_A)_3 = \text{arc sin}\,\frac{\sqrt{10}}{10} = 18°26' \tag{24}$$

$$(\varphi_A)_4 = \text{arc sin}\,\frac{5-\sqrt{15}}{10} = 6°28' \tag{25}$$

as p increases from 0,632 to 1.

c) For large acoustic loads

$$p > 1, \quad R_m > \frac{k_{0A}^2}{\omega_A L_{0A}} \tag{26}$$

there exists only one solution of (20) for which φ_A decreases from $(\varphi_A)_4$ to zero as p increases from 1 to infinity. Here φ_A may be written as

$$\sin\varphi_A < \frac{1}{10p}, \quad (\varphi_A)(\text{rad}) < \frac{1}{10p} \tag{27}$$

which is identical to (12).

We will consider that the transducer, operated at the frequency ω_B, is fed by an ideal voltage source. For this case the various powers are given by :

$$P_{ab}^B = |U_g N_{0A}|^2 \cdot \frac{1}{R_{mm} + R_r} \tag{28}$$

the total electrical power entering the transducer ;

$$P_{\text{dis}}^B = |U_g N_{0A}|^2 \cdot \frac{R_{mm}}{(R_{mm} + R_r)^2} \tag{29}$$

the power dissipated in the ferromagnetic core ;

$$P_{ac}^B = |U_g N_{0A}|^2 \cdot \frac{R_r}{(R_{mm} + R_r)^2} \tag{30}$$

the power transferred to the surrounding medium.

In (28), (29), (30), U_g is the rms voltage while R_{mm} is given by

$$R_{mm} = R_{mp} - \frac{k_{0A}^2 \sin \varphi_A}{\omega_A L_{0A}} \tag{31}$$

The three powers versus R_r are plotted in Fig. 6.

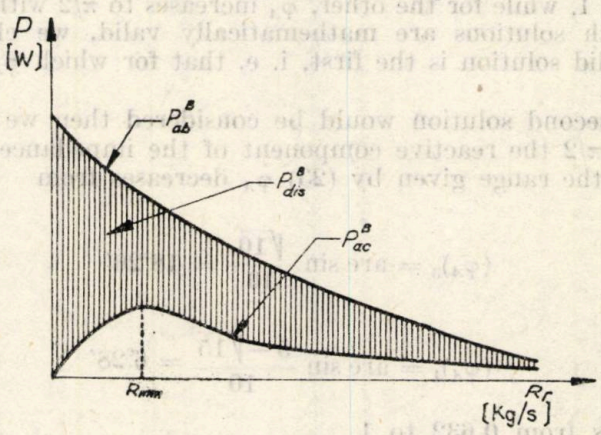


Fig. 6

Conclusions

We have discussed the behaviour of tuned transducers at the two main resonance frequencies ω_A and ω_B In order to decide at which frequency the transducer must be operated one must keep in mind that in most practical situations the supplying generator have a small internal resistance. If the acoustical load has large variation then the operation at the frequency ω_A must be chosen in order to insure constant dissipated power. On the other hand if the acoustical load is nearly constant, then the operation at the frequency ω_B is to be chosen, in order to insure a high electromechanical efficiency.

REFERENCES

[1] *Kikuchi Y.* Ultrasonic transducers. Tohoku University, Electronic Series, Corona Publishing Co., Tokio, 1969.
[2] *Stanomir D.* Electroacustica. Editura didactică şi pedagogică Bucureşti, 1970.
[3] *Csapo Gh.* Traductoare magnetostrictive. Referat de doctorat, Bucureşti, 1979
[4] *Meirovich L.* Elements of vibrational analysis. Mc Graw-Hill, New York, 1975.
[5] *Stanomir D, Csapo Gh.* Twoport description for lossy transducers (to be published)
[6] *Stanomir D, Csapo Gh.* Resonance phenomena in lossy magnetostrictive transducers. Part I Resonance frequencies, Bul. I.P.B., XLII, 4, (1980).

Fenomene de rezonanţă în transductoarele magnetostrictive cu pierderi. II. Funcţionarea în regim de putere

În această parte a lucrării se prezintă cîteva criterii pentru alegerea frecvenţei de lucru optime a traductorului ultrasonic magnetostrictiv, dintre cele două frecvenţe de rezonanţă ω_A şi ω_B.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 1

C.Z.: 621.96

STUDIUL INFLUENȚEI JOCULUI DINTRE POANSON ȘI PLACA ACTIVĂ ASUPRA CALITĂȚII PIESELOR ȘTANȚATE

F. DRĂGĂNESCU, GH. SINDILĂ, GH. ZGURĂ*

În lucrare se prezintă o metodă simplă de determinare a jocului optim între poanson și placa activă în vederea îmbunătățirii calității pieselor ștanțate. Metoda folosește un număr restrîns de determinări și permite stabilirea legăturii dintre jocul relativ și calitatea pieselor ștanțate caracterizată prin valoarea maximă a bavurii și săgeții datorită încovoierii. Se prezintă modul de stabilire a determinărilor, stabilirea legăturii căutate, verificarea preciziei acestei legături.

Este cunoscut că în procesul de ștanțare, pentru un material dat avînd anumite caracteristici fizico-mecanice și o anumită grosime, există un anumit joc care asigură ștanțarea cu forța minimă numit joc optim. Un joc mai mic decît cel optim conduce la o forță de ștanțare mai mare și la apariția bavurilor pe partea superioară a piesei decupate, iar un joc mai mare decît cel optim, pe lîngă forța de ștanțare mai mare și apariția bavurilor conduce și la o încovoiere spațială pronunțată a piesei decupate. Ținînd seama că atît bavurile cît și curbura înrăutățesc precizia de formă și dimensională a piesei ștanțate, în ansamblu calitatea acesteia, în lucrarea de față s-a urmărit stabilirea acelui joc de ștanțare care să asigure curbura și bavurile minime piesei ștanțate. Cunoscînd acest joc, se poate aprecia corectitudinea execuției unei ștanțe și corecta, în caz de nevoie, jocul efectiv al ștanței astfel încît să se asigure o calitate superioară pieselor ștanțate.

Mărimea curburii piesei ștanțate se poate aprecia prin săgeata maximă a acesteia, iar mărimea bavurilor prin înălțiea lor maximă. Suma formată din săgeata maximă și bavura maximă este notată cu h (fig. 1).

Întrucît pentru un material dat, jocul este strîns legat de grosimea semifabricatului, în studiul de față se va folosi jocul relativ notat cu j_r în %, dat de raportul dintre jocul de ștanțare j și grosimea g a semifbricatului ștanțat.

$$j_r = \frac{j}{g} \cdot 100 \ (\%) \tag{1}$$

În consecință este necesar să se stabilească un model matematic al înălțimii h, la piesele decupate în funcție de jocul relativ, de forma:

$$h = b_0 + b_1 j_r + b_{11} j_r^2 \tag{2}$$

Manuscris predat redacției la data de 16 aprilie 1980
* Șef lucrări ing., Asist. ing., Prof dr. ing. Catedra T.C.M.

care să poată fi folosit pentru optimizarea jocului de ştanţare. Acest model se poate stabili pe cale experimentală ştanţînd un număr de piese cu o

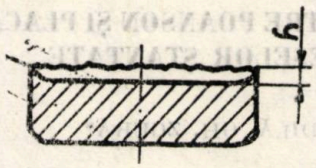


Fig. 1. Deformaţia maximă a piesei decupate.

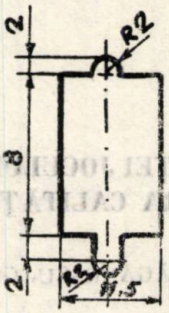


Fig. 2. Schiţa pieselor decupate din semifabricate de diferite grosimi

ştanţă cu un joc dat, folosind semifabricate din acelaşi material de diferite grosimi.

Pentru a exclude influenţa uzurii muchiilor active ale ştanţei, asupra înălţimii bavurii pieselor ştanţate, s-a folosit o ştanţă bine ascuţită.

Pentru determinarea pe cale experimentală a coeficienţilor modelului (2) s-a folosit programarea statistică a experienţelor [1], care reduce la minimum numărul de experienţe, asigurînd în acelaşi timp toate informaţiile necesare analizei statistice a modelului obţinut.

Programarea experimentului constă în alegerea unor valori fixe, numite niveluri, pe care să le ia variabila independentă în timpul experienţelor. Aceste valori se aleg astfel încît să acopere domeniul de experimentare propus şi să fie egal depărtate de un nivel mediu formînd astfel o progresie aritmetică.

Folosind o ştanţă pentru decuparea piesei avînd forma şi dimensiunile date în figura 2, cu un joc $j = 0{,}06$ mm, s-au ales cinci grosimi de material de 0,75 ; 0,85 ; 1,0 ; 1,20 şi 1,50 mm, care asigură jocului relativ j_r valorile de 8,00 ; 7,06 ; 6,00 ; 5,00 şi 4,00%, constituind cinci niveluri de variaţie ale acestuia.

Pentru uşurinţa calculelor necesare estimării coeficienţilor modelului (2), valorile naturale ale variabilei independente j_r se codifică folosind relaţia de transformare :

$$x = \frac{2(j_r - 7)}{7 - 5} + 1 \qquad (3)$$

în care introducînd succesiv cele cinci valori ale variabilei j_r se obţin valorile celor cinci nveluri ale variabilei codificate x egale cu -2, -1, 0, $+1$, $+2$.

Programul experimental va conţine şase experienţe, din care cinci, se obţin dînd variabilei independente valorile coresunzătoare celor cinci niveluri de variaţie, iar a şasea fiind repetarea experienţei nr. 5, efectuată la nivelul mediu corespunzător centrului experimentului, în scopul determinării erorii experimentale.

Experienţele s-au efectuat în laboratorul de ştanţare şi matriţare la rece a Catedrei T. C. M. pe o presă cu excentric PE 6. Regularea presei s-a făcut astfel încît poansonul să împingă piesele decupate prin placa de

tăiere pînă ce acestea cad. Ordinea efectuării experiențelor a fost întîmplătoare pentru asigurarea caracterului aleator al erorii experimentale.

La fiecare pisă ștanțată s-a măsurat săgeata împreună cu bavura maximă, notată cu h, cu ajutorul unui ortotest, după schema din figura 3.

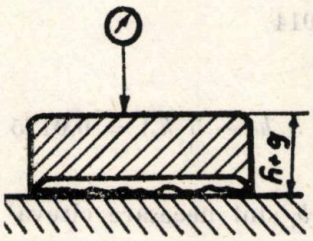


Fig. 3. Schema de măsurare a deformației maxime a piesei.

Tabelul 1

Programul experimental și răspunsurile măsurate pentru fiecare experiență

Nr. exp.	Valorile variabilei independente		Răspunsurile măsurate, h mm
	reale, j_r%	codificate x	
1	5,00	−1	0,17
2	7,06	1	0,21
3	4,00	−2	0,26
4	8,00	2	0,17
5	6,00	0	0,15
6	6,00	0	0,17

Programul experimental cu răspunsurile măsurate pentru fiecare experiență este dat în tabelul 1. Valorile înscrise în coloana răspunsurilor măsurate, reprezintă media aritmetică a valorilor găsite prin măsurarea a cîte trei piese ștanțate în aceleași condiții.

Estimarea coeficienților modelului (2) s-a făcut, folosind metoda celor mai mici pătrate, cu relația matricială

$$B = (X^T X)^{-1} X^T H \tag{4}$$

în care:

B — vectorul coeficienților b_i;
X și X^T — matricea variabilelor independente respectiv transpusa ei;
$X^T X$ — matrice produs;
$(X^T X)^{-1}$ — inversa matricei produs;
H — vectorul răspunsurilor măsurate.

Matricea variabilelor independente X și vectorul răspunsurilor măsurate H fiind:

$$X = \begin{matrix} x_0 & x & x^2 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad H = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_1 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \\ h_6 \end{bmatrix};$$

în urma efectuării operaţiilor necesare din expresia (4), relaţiile de calcul ale coeficienţilor modelului (2) sînt :

$$b_0 = \frac{1}{52}(12\ h_1 + 12\ h_2 - 3\ h_4 + 17\ h_5 + 17\ h_6) = 0{,}1675$$

$$b_1 = \frac{1}{10}(-h_1 + h_2 - 2\ h_3 + 2\ h_4) = -\ 0{,}014$$

$$b_{11} = \frac{1}{52}(-2\ h_1 - 2\ h_2 + 7\ h_3 + 7\ h_4 - 5\ h_5 - 5\ h_6) = 0{,}0125$$

Se constată că pentru obţinerea coficienţilor b_i sînt necesare cîteva calcule algebrice simple.

Modelul cu variabile codificate, obţinut este :

$$h = 0{,}1675 - 0{,}014x + 0{,}0125\ x^2 \qquad (5)$$

Pentru analiza statistică a modelului (5) obţinut este necesar să se determine :

— suma totală a pătratelor

$$STP = \sum_{i=1}^{6} h_i^2 = 0{,}2209$$

— suma pătratelor coeficienţilor

$$SP(b) = B^T\ X^T\ H = 0{,}217485$$

— suma pătratelor rezidualelor

$$SP_{rz} = STP - SP\ (b) = 0{,}003415$$

— pătratul mediu al rezidualelor

$$PM_{rz} = \frac{SP_{rz}}{f_{rz}} = 0{,}0011383$$

în care $f_{rz} = N - M - 1$ este numărul gradelor de libertate atribuite lui SP_{rz}, iar N şi M reprezintă numărul total de experienţe din programul experimental, respectiv numărul coeficienţilor modelului (2) exclusiv b_0;

— suma pătratelor erorii experimentale

$$SP_{er} = \sum_{i=1}^{2} (h_{0i} - \bar{h}_0)^2 = 0{,}0002$$

în care h_{0i} sînt răspunsurile măsurate în centrul experimentului, iar h_0 este media aritmetică a acestor răsunsuri.

— pătratul mediu al erorii experimentale

$$PM_{er} = \frac{SP_{er}}{f_{er}} = 0{,}0002$$

în care $f_{er} = N_0 - 1$ este numărul gradelor de libertate atribuite lui SP_{er}, iar N_0, numărul experiențelor repetate în centrul experimentului,

— suma pătratelor de inadecvanță

$$SP_{in} = SP_{rz} - SP_{er} = 0{,}003215$$

— pătratul mediu de inadcvanță

$$PM_{in} = \frac{SP_{in}}{f_{in}} = 0{,}0016075$$

în care $f_{in} = N - M - N_0$ este numărul gradelor de libertate atribuite lui SP_{in}.

Pentru a verifica valabilitatea folosirii modelului (5), se aplică testul de inadecvanță, care constă în determinarea raportului :

$$F_{ci} = \frac{PM_{in}}{PM_{er}}$$

și compararea lui cu statistica $F_{T(f_{in},\, f_{er},\, 95\%)}$. Dacă $F_{ci} < F_T$ modelul este adecvat și reproduce corect datele experimentale, în caz contrar se caută cauzele inadecvanței. Calculînd raportul F s-a găsit valoarea 8,0375, iar din tabelele distribuției F s-a găsit pentru $F_{T(2;\,1;\,95\%)}$ valoarea 200. Fiind îndeplinită inegalitatea de mai sus, rezultă că modelul este adecvat.

Verificarea semnificației coeficienților se face în scopul stabilirii termenilor modelului care au influență asupra răspunsului prezis de acesta precum și a ordinei în care-l influențează. Această verificare constă în calculul raportului F_{cs} între pătratul mediu al fiecărui coeficient $PM(b_i)$ și pătratul mediu al rezidualelor PM_{rz} și compararea lui cu valorile corespunzătoare distribuției $F_{T(1;\, f_{rz};\, (1-\alpha)100)}$. Dacă $F_{cs} > F_T$, coeficientul este semnificativ și trebuie reținut. Valorile calculate ale lui F_{cs} și verificarea semnificației coeficienților sînt date în tabelul 2.

Din examinarea acestui tabel rezultă ca semnificativi coeficienții b_0 și b_{11}, adică termenul liber și termenul de ordinul doi, termenul de ordinul întîi avînd o influență nesemnificativă.

Tabelul 2

Verificarea semnificației coeficienților modelului determinat.

Coeficientul		Pătratul mediu $PM(b_i)$	Raportul F_{cs}	$F_T(1; 3; (1-\alpha)\%)$	
Simbol	Valoare			0,05	0,01
				10,1	34,1
b_0	0,1675	0,189275	166,273792		
b_1	0,014	0,00196	1,721815		
b_{11}	0,0125	0,02625	23,060029		

Aprecierea preciziei cu care sînt determinați coeficienții modelului (5), deci și h, se face de obicei prin stabilirea intervalelor de încredere 95% pentru fiecare experiență din programul experimental. Aceste intervale sînt date în tabelul 3.

Tabelul 3

Intervalele de încredere 95% pentru h.

Nr. exp.	h măsurat mm	$\hat{h}$ calculat mm	$\frac{\hat{h}-h}{\hat{h}} \cdot 100$ %	Intervalele de încredere 95% pentru h
1	0,17	0,194	−12,37	0,136—0,252
2	0,21	0,166	26,51	0,108—0,224
3	0,26	0,2455	5,91	0,232—0,259
4	0,17	0,1895	−10,29	0,176—0,203
5	0,15	0,1675	−10,45	0,106—0,229
6	0,17	0,1675	1,49	0,106—0,229

Examinînd aceste intervale de încredere se constată că încadrează bine toate răspunsurile măsurate. Erorile răspunsurilor măsurate față de cele prezise cu modelul stabilit, date în același tabel, sînt sub 13%, excepție făcînd experiența 2 unde eroarea este dublă.

Modelul cu variabila naturală se obține înlocuind pe x din modelul (5) cu relația de transformare (3)

$$h = 0{,}7015 - 0{,}164\ j_r + 0{,}0124\ j_r^2 \qquad (6)$$

Pentru stabilirea jocului relativ optim se determină extremul funcției (6)

$$\frac{dh}{dj_r} = 0 \text{ rezultă } (j_r)_{opt} = 6{,}56\%$$

Făcînd derivata a 2-a

$$\frac{d^2h}{dj_r^2} = 0{,}025 > 0$$

rezultă că extremul este un minim. Înlocuind $(f_r)_{opt}$ în (6) se găsește $h_{min} = 0{,}16358$ mm.

Folosind modelul (6) s-a trasat graficul de variație al lui h în funcției de j_r (fig. 4). Din acest grafic rezultă influența puternică a termenului de ordinul doi și existența unui minim pentru h.

Ținînd seamă de relația (1) rezultă jocul optim

$$j_{opt} = 0{,}0656\ g\ (mm) \tag{7}$$

În tabelul 4 sînt date valorile jocului optim calculate cu relația (7) pentru două grosimi ale semifabricatului, împreună cu limitele recomandate în lucrările de specialitate [2].

Tabelul 4

Jocul optim determinat și limitele recomandate în literatura de specialitate.

Grosimea g, mm	j_{opt} mm	j recomandat mm
1,0	0,07	0,06—0,10
1,5	0,10	0,10—0,16

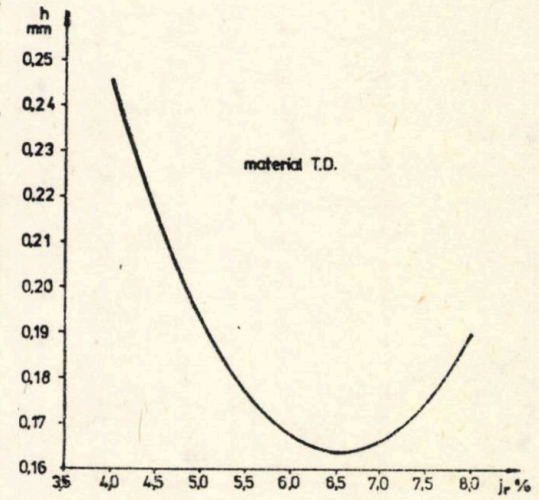


Fig. 4. Variația deformației maxime în funcție de jocul relativ.

Comparînd valorile găsite pentru jocul optim cu cele recomandate, se constată că ele se încadrează între valorile maxime și minime recomandate, fiind mai apropiate de cele minime.

Concluzii

Cu metodologia propusă se pot determina cu ușurință valorile jocului optim dintre poanson și placa activă pentru diferite materiale cu proprietăți fizico-mecanice și grosimi diferite.

Se poate verifica, și eventual corecta, jocul efectiv la o ștanță dată în raport cu jocul optim, făcînd un număr redus de determinări și asigurînd astfel îmbunătățirea calității pieselor ștanțate.

BIBLIOGRAFIE

[1] *O. L. Davies* : The Design and Analysis of Industrial Experiments. Oliver and Boyd, London, 1963.

[2] V. P. *Romanovski* : Staționarea și matrițarea la rece. Ed. tehnică, București, 1970

On the Influence of the Clearance between Punch and Active Plate upon the Quality of Stamped Parts

The paper presents a simple method of determining the optimum clearance between the punch and the active plate, with a view to improving the quality of stamped parts. The method employs a limited number of determinations and enables a relation to be established between the relative clearance and the quality of stamped parts, characterized by the maximum value of ridge and camber due to buckling. The ways of making the determinations, establishing the relation looked for and checking it for accuracy are shown.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICA
Tomul XLIII — 1981, Numărul 1

C.Z.: 621.6
66.02
62–213

UTILAJ CHIMIC

CONSIDERAȚII ASUPRA CALCULULUI FLANȘELOR INELARE SUDATE, ÎN FAZA DE MONTAJ

RADU I. IATAN *

În această lucrare se prezintă o metodă originală pentru calculul stării de eforturi unitare din inelul și din virola cilindrică a flanșelor inelare sudate, considerînd deplasarea radială a inelului, comprimarea excentrică a garniturii de etanșare și efectul curbării șuruburilor, în faza de montaj.

Aplicarea rezultatelor teoretice se realizează pe un număr de cazuri date.

Pe plan mondial, și chiar național, se manifestă tot mai mult tendința de realizare a utilajelor tehnologice cu gabarite din ce în ce mai mari și care, implicit, să lucreze la parametri (presiune, temperatură etc.) de regim cu valori tot mai ridicate. Această stare de lucruri impune, din considerente economice, și o „*cură de slăbire*" a construcțiilor industriale, în limite tehnice acceptabile (deci reducerea valorilor maselor metalice proprii), adoptîndu-se în funcție de situația concretă, una sau alta dintre posibilitățile :

— perfecționarea metodelor de calcul;

— utilizarea unor materiale de construcție cu caracteristici mecanice tot mai ridicate (simultan cu ridicarea valorii prețului utilajului);

— introducerea unor noi soluții constructive.

Îmbinarea demontabilă cu flanșe, în multe cazuri practice nu poate fi evitată, motiv pentru care și în cercetările ce se efectuează trebuie să i se acorde atenția cuvenită. Acest lucru este cu atît mai evident și necesar, cu cît nu trebuie uitat că securitatea recipientelor sub presiune și a personalului ce le deservește depinde în mare măsură de modul cum lucrează îmbinarea.

Nu trebuie trecut cu vederea faptul că nu este suficient un calcul corect privind evaluarea solicitării mecanice a îmbinării cu flanșe, dacă nu există *o corelare perfectă între cercetare, proiectare, execuție, montaj, întreținere și explotare.*

Manuscris predat redacției la data de 28 august 1980

* Șef lucrări dr. ing. Catedra Utilaj chimic

Încărcarea inelului flanșei

Considerînd o presare uniformă pe circumferință a garniturii de etanșare, între inelele flanșelor plate inelare, sudate de virole cilindrice (fig. 1), forța de deformare a garniturii, în această situație, se poate calcula cu ajutorul formulei [1]

$$P_{20} = \pi(r_{eg}^2 - r_{ig}^2)q. \tag{1}$$

Avînd în vedere echilibrul static al elementelor îmbinării cu flanșe și neglijînd efectul diferențial al deformărilor elastice corespunzătoare, se poate aprecia pentru calculele practice $P_{s0} = P_{20}$.

Datorită rotirii (exagerat indicată în figura 2) inelelor flanșelor sub acțiunea sarcinilor exterioare, cu unghiul ϑ_{f0}, garnitura de etanșare este comprimată excentric, iar șuruburile (prezoanele) sînt curbate. În acest mod se dezvoltă momentele încovoietoare m_{g0} și m_{s0} (fig. 2), care pot fi calculate avînd în vedere expresiile [2 ; 3]

$$m_{g0} = \frac{E_g c_g^3 (r_{eg} - r_{ig})^3}{6h_g}\vartheta_{f0}; \tag{2}$$

$$m_{s0} = \frac{nE_s d_s^4}{32 l_s r_s^*} k_\vartheta^{(s)} \vartheta_{f0}, \tag{3}$$

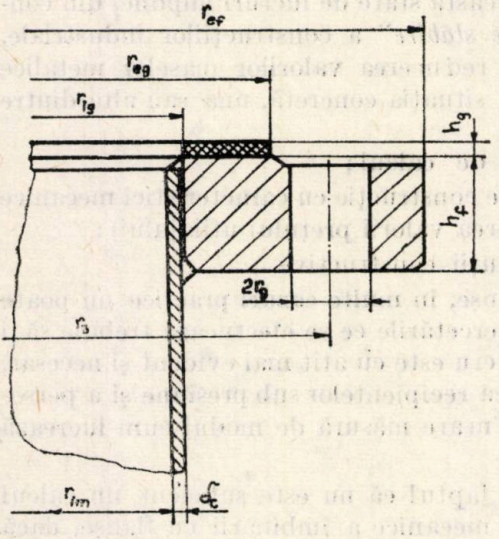


Fig. 1

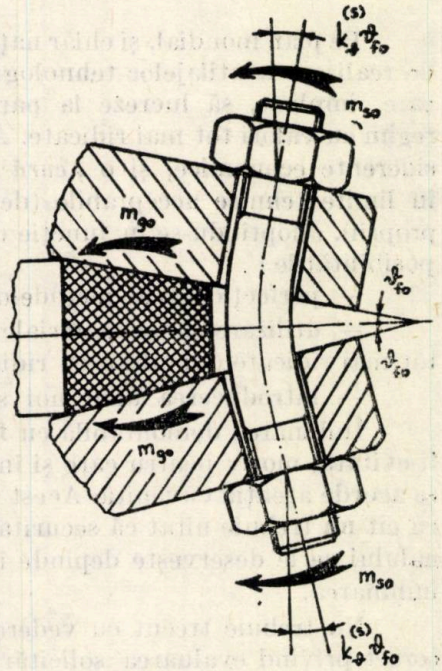


Fig. 2

unde $k_\vartheta^{(s)}$ este un coeficient ce ține seama de rotirea mai redusă a șuruburilor (prezoanelor) datorită deformațiilor elastice produse între piuliță (șaibă) și inelul flanșelor, pe de o parte, și între capetele șuruburilor și

inele, pe de altă parte. Coeficientul de „*reducere*" a lăţimii iniţiale ($r_{eg} - r_{ig} = b_0$) a garniturii de etanşare se poate determina avînd în vedere recomandările din [4] sau cele din [5].

În relaţia (3) s-a notat cu r_s^* raza „*corectată*" a circumferinţei pe care acţionează forţa P_{s0} (fig. 3), calculată cu formula [4]

$$r_s^* = \frac{1-(n/8)(r_g/r_{ef})^2}{1+(n/8)(r_g/r_{ef})^2} r_{ef} \tag{4}$$

ţinîndu-se seamă, în acest fel, de rigiditatea „*modificată*" a inelului flanşei datorită prezenţei găurilor pentru şuruburi.

Rotaţia inelului flanşei

Considerînd că inelul flanşei roteşte rigid şi uniform (în direcţie circumferenţială) în jurul fibrei medii (neutre) de rază r_{0f}, pentru determinarea valorilor rotaţiei, sub acţiunea sarcinilor exterioare şi a celor de legătură, se utilizează formula

$$\vartheta_{f0} = \frac{12 m_{00} r_{0f}}{E_f h_f^3 \ln (r_{ef}/r_{im})}, \tag{5}$$

unde

$$r_{0f} = 0{,}5(r_{ef} + r_{im}) \tag{6}$$

În această situaţie expresia momentului încovoietor echivalent m_{00}, ce acţionează în lungul circumferinţei de rază r_{0f}, se prezintă sub forma

$$m_{00} = k_{m1}\vartheta_{f0} + k_{m2} M_{01}^{(0)} + k_{m3} P_{01}^{(0)} + k_{m4}, \tag{7}$$

în care

$$k_{m1} = -\frac{n E_s d_s^4}{32 l_s r_{0f}} k_\vartheta^{(s)} - \frac{r_{mg}}{r_{0f}} \cdot \frac{E_g c_g^3 (r_{eg} - r_{ig})^3}{6 h_g};$$

$$k_{m2} = -\frac{r_{mc}}{r_{0f}}; \quad k_{m3} = \frac{r_{mc}}{r_{0f}} \cdot \frac{h_f}{2}; \quad k_{m4} = \frac{P_{20}}{2\pi}\left(\frac{1}{r_{mg}} - \frac{1}{r_s^*}\right) r_{0f}. \tag{8}$$

Substituind relaţia (7) în (5) şi ţinînd seama de expresiile (8) rezultă

$$\vartheta_{f0} = k_{m2}^* M_{01}^{(0)} + k_{m3}^* P_{01}^{(0)} + k_{m4}^* \tag{9}$$

unde s-au notat

$$k_{m2}^* = \bar{k}_{m1} \cdot k_{m2}; \quad \bar{k}_{m3}^* = \bar{k}_{m1} \cdot k_{m3}; \quad k_{m4}^* = \bar{k}_{m1} \cdot k_{m4};$$

$$\bar{k}_{m1} = \frac{12 r_{0f}}{E_f h_f^3 \ln (r_{ef}/r_{im}) - 12 r_{0f} k_{m1}}. \tag{10}$$

Determinarea sarcinilor de legătură

Pentru acest lucru se separă discul flanșei de virola cilindrică (fig. 3) introducîndu-se pentru echilibru, sarcini de legătură — momente încovoietoare și eforturi tăietoare. Se scriu, în continuare, ecuațiile de compatibilitate a deformațiilor — deplasări radiale și rotații — , obținîndu-se un sistem prin a cărui rezolvare rezultă necunoscutele problemei (sarcinile de legătură).

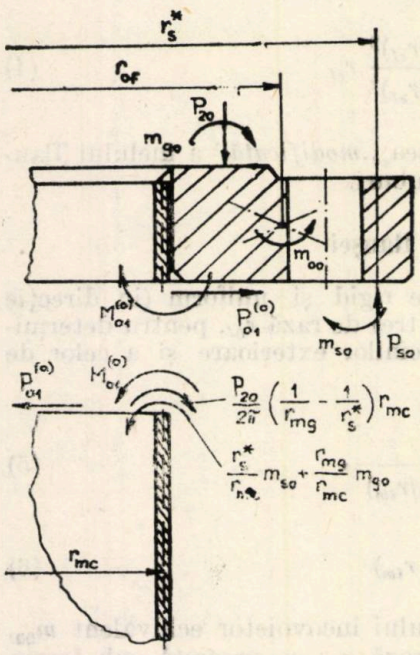


Fig. 3

Pentru acest caz, ecuațiile de continuitate a deformațiilor se prezintă sub forma

$$-\frac{1}{2}h_f\vartheta_{f0}=w_c^{(P_{01}^{(0)})}+w_c^{(M_{01}^{(0)})}+ \\ +w_c^{(P_{20})}+w_c^{(m_{go},\,m_{so})}; \tag{11}$$

$$\vartheta_{f0}=\vartheta_c^{(P_{01}^{(0)})}+\vartheta_c^{(M_{01}^{(0)})}+\vartheta_c^{(P_{20})}+\vartheta_c^{(m_{go},m_{so})},$$

în care s-au notat (pentru sarcinile cu sensul indicat în figura 3)

$$w_c^{(P_{01}^{(0)})}=\frac{1}{2k_c^3D_c}P_{01}^{(0)};\quad w_c^{(M_{01}^{(0)})}=\frac{1}{2k_c^2D_c}M_{01}^{(0)};$$

$$w_c^{(P_{20})}=\frac{P_{20}}{4\pi k_c^2D_c}\left(\frac{1}{r_{mg}}-\frac{1}{r_s^*}\right)r_{mc};$$

$$w_c^{(m_{go},\,m_{so})}=\frac{1}{2k_c^2D_c}\left[\frac{nE_sd_s^4}{32l_sr_{mc}}k_\vartheta^{(s)}+\frac{r_{mg}}{r_{mc}}\cdot\frac{E_gc_g^3(r_{eg}-r_{ig})^3}{6h_g}\right]\vartheta_{f0}; \tag{12}$$

$$\vartheta_c^{(P_{01}^{(0)})}=\frac{1}{2k_c^2D_c}P_{01}^{(0)};\quad \vartheta_c^{(M_{01}^{(0)})}=\frac{1}{k_cD_c}M_{01}^{(0)};\quad \vartheta_c^{(P_{20})}=-\frac{P_{20}}{2\pi k_cD_c}\left(\frac{1}{r_{mg}}-\frac{1}{r_s^*}\right)r_{mc};$$

$$\vartheta_c^{(m_{go},\,m_{so})}=\frac{1}{k_cD_c}\left[\frac{nE_sd_s^4}{32l_sr_{mc}}k_\vartheta^{(s)}+\frac{r_{mg}}{r_{mc}}\cdot\frac{E_gc_g^3(r_{eg}-r_{ig})^3}{6h_g}\right]\vartheta_{f0}.$$

Substituind expresiile (12) în egalitățile (11) rezultă, în urma calculelor corespunzătoare.

$$P_{01}^{(0)}=\frac{a_{13}a_{22}-a_{12}a_{13}}{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}}; \tag{13}$$

$$M_{01}^{(0)}=\frac{a_{11}a_{23}-a_{13}a_{21}}{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}},$$

unde

$$a_{11} = \frac{1}{k_c} + f_1 k^*_{m3}; \quad a_{12} = 1 + f_1 k^*_{m2};$$

$$a_{13} = \frac{P_{s0}}{2\pi r^*_s}(r^*_s - r_{mc}) - \frac{P_{20}}{2\pi r_{mg}}(r_{mg} - r_{mc}) - f_1 k^*_{m4}; \tag{14}$$

$$a_{21} = \frac{1}{2k_c} + f_2 k^*_{m3}; \quad a_{22} = 1 + f_2 k^*_{m2};$$

$$a_{23} = \frac{P_{s0}}{2\pi r^*_s}(r^*_s - r_{mc}) - \frac{P_{20}}{2\pi r_{mg}}(r_{mg} - r_{mc}) - f_2 k^*_{m4}.$$

Dacă se consideră $P_{s0} = P_{20}$, atunci mărimile a_{13} şi a_{23} iau forma

$$a_{13} = \left(\frac{r_{mc}}{r_{0f}} - f_1 \bar{k}_{m1}\right) k_{m4}; \qquad a_{23} = \left(\frac{r_{mc}}{r_{0f}} - f_2 \bar{k}_{m1}\right) k_{m4}. \tag{15}$$

În relaţiile (14) şi (15) s-au notat

$$f_1 = f_3 + k_c^2 D_c h_f; \quad f_2 = f_3 + k_c D_c; \tag{16}$$

$$f_3 = \frac{nE_s d_s^4}{32 l_s r_{mc}} k^{(s)}_{\vartheta} + \frac{r_{mg}}{r_{mc}} \cdot \frac{E_g c_g^3 (r_{eg} - r_{ig})^3}{6h_g}.$$

Eforturi unitare în inelul flanşei

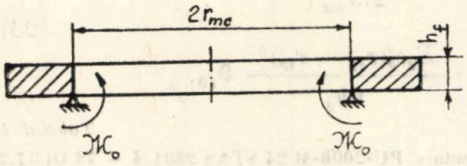


Fig. 4

Pentru evaluarea stării de eforturi unitare dezvoltată în inelul flanşei, în faza de montaj, se determină mai întîi expresia momentului încovoietor echivalent, care acţionează în lungul circumferinţei de rază r_{mc} (zonă de legătură, cu virola cilindrică), aşa cum reiese şi din figura 4. În final rezultă

$$\mathcal{M}_0 = M^{(0)}_{01} - 0{,}5 h_f P^{(0)}_{01} + \frac{P_{20}}{2\pi r_{mg}}(r_{mg} - r_{mc}) - \frac{P_{s0}}{2\pi r^*_s}(r^*_s - r_{mc}) +$$

$$+ \frac{nE_s d_s^4}{32 l_s r_{mc}} k^{(s)}_{\vartheta} \vartheta_{f0} + \frac{r_{mg}}{r_{mc}} \cdot \frac{E_g c_g^3 (r_{eg} - r_{ig})^3}{6h_g} \vartheta_{f0}. \tag{17}$$

Şi în acest caz se consideră o încărcare axial simetrică, astfel încît, sub acţiunea momentului încovoietor M_0, în inelul flanşei se dezvoltă momentele încovoietoare radiale şi inelare ale căror expresii se prezintă sub forma

$$\mathcal{M}_{rf0} = \frac{\mathcal{M}_0}{1 - \bar{\beta}_f^2}\left(1 - \frac{\bar{\beta}_f^2}{\rho^2}\right); \quad \mathcal{M}_{\omega f0} = [\mathcal{M}_0/(1 - \bar{\beta}_f^2)](1 + \bar{\beta}_f^2/\rho^2), \tag{18}$$

unde

$$\bar{\beta}_f = 4\beta^*_s/(3 + \beta_c); \quad \rho = r/r_{mc}. \tag{19}$$

Analizînd variația momentului încovoietor radial $\mathfrak{M}_{rf0}$ și a momentului încovoietor inelar $\mathfrak{M}_{\omega f0}$ se remarcă

$$\text{la } r = r_{mc}; \quad \mathfrak{M}_{rf0} = -\mathfrak{M}_0 = \mathfrak{M}_{rf\max}; \quad \mathfrak{M}_{\omega f0} = -1{,}67\ \mathfrak{M}_0 = \mathfrak{M}_{\omega f\max}; \tag{20}$$

$$\text{la } r = r_s^*; \quad \mathfrak{M}_{rf0} = 0; \quad \mathfrak{M}_{\omega f0} = -0{,}67\ \mathfrak{M}_0.$$

Se constată, în acest fel, că solicitarea maximă a inelului flanșei se găsește pe circumferința caracterizată de raza r_{mc}, iar aici, fibrele cele mai solicitate sînt cele de deasupra și cele de dedesubtul inelului (la $\pm 0{,}5h_f$) Rezultă

$$\sigma_{rf\max}^{(\mathfrak{M}_0)} = \pm 6\mathfrak{M}_{rf\max}/h_f^2 = \pm 6\mathfrak{M}_0/h_f^2;$$

$$\sigma_{\omega f\max}^{(\mathfrak{M}_0)} = \pm 6\mathfrak{M}_{\omega f\max}/h_f^2 = \pm 10\mathfrak{M}_0/h_f^2. \tag{21}$$

Eforturile unitare echivalente, pe fața superioară respectiv suprafața inferioară a inelului flanșei se determină cu formula

$$\sigma_{echf}^{(\mathfrak{M}_0)} = \sqrt{(\sigma_{rf\max}^{(\mathfrak{M}_0)})^2 + (\sigma_{\omega f\max}^{(\mathfrak{M}_0)})^2 - (\sigma_{rf\max}^{(\mathfrak{M}_0)})(\sigma_{\omega f\max}^{(\mathfrak{M}_0)})}. \tag{22}$$

Eforturi unitare în virola cilindrică

Momentul încovoietor total care acționează asupra virolei cilindrice, în planul de separare de inelul flanșei, se calculează cu formula

$$M_{vc} = M_{01}^{(0)} - \frac{P_{s0}}{2\pi r_s^*}(r_s^* - r_{mc}) - \frac{P_{20}}{2\pi r_{mg}}(r_{mg} - r_{mc}) + \frac{nE_s d_s^4}{32 l_s r_{mc}} k_\vartheta^{(s)} \vartheta_{f0} + \frac{r_{mg}}{r_{mc}} \cdot \frac{E_g c_g^3 (r_{eg} - r_{ig})^3}{6h_g} \vartheta_{f0}, \tag{23}$$

Tabelul 1

Starea de eforturi unitare în flanșa plată pentru sudare PU-2000-M 24 STAS 9801/4 — 79/OL37.2

Mărimi cunoscute						
$r_{im} = 1{,}0$ [m]; $\delta_c = 0{,}011$ [m]; $r_{ef} = 1{,}011$ [m]; $h_f = 0{,}085$ [m]; $r_s = 1{,}045$ [m]; $r_g = 0{,}013$ [m]; $r_{eg} = 1{,}030$ [m]; $r_{ig} = 1{,}0025$ [m]; $h_g = 0{,}003$ [m]; $n = 80$ bucăți; $p_n = 0{,}5$ [MPa]; garnitură C 2 000 — M 24 STAS 9801/3—79						
Mărimi ajutătoare						
$P_{20} = P = 1\,965\,673$ [N]; $b_0 = r - r = 0{,}0275$ [m] > $0{,}0063$ [m]; $b = 0{,}079\sqrt{b_0} = 0{,}0131$ [m]; $c_g = b/b_0 = 0{,}476$; $r_{mg} = 1{,}01625$ $r = 1{,}035$ [m]; $r^* = 1{,}0668$ [m]; $r = 1{,}0055$ [m]; $k_c = 12{,}218$ [m^{-1}]; $D = 25\,596$ [Nm].						
Nr. crt.	Mărimea	U.M.	$\vartheta_\vartheta^{(s)}$			
			1,0	0,9	0,8	0,7
1	2	3	4	5	6	7
1	$a_{11} \cdot 10^2$	[m]	11,630	11,589	11,545	11,494
2	a_{12}	[—]	0,189	0,199	0,209	0,221

Tabelul 1 (continuare)

1	2	3		4	5	6	7
3	$a_{13} \cdot 10^{-3}$	[N]		2,072	2,219	2,382	2,567
4	$a_{21} \cdot 10^{2}$	[m]		7,512	7,471	7,426	7,374
5	a_{22}	[—]		0,195	0,205	0,216	0,228
6	$a_{23} \cdot 10^{-3}$	[N]		2,161	2,312	2,480	2,670
	Eforturi tăietoare şi momente încovoietoare de legătură						
7	$P_{01}^{(0)} \cdot 10^{-3}$	[N/m]		—0,592	—0,589	—0,593	—0,590
8	$M_{01}^{(0)} \cdot 10^{-3}$	[Nm/m]		11,300	11,500	11,702	11,906
	Rotaţia inelului flanşei						
9	$\vartheta_{f0} \cdot 10^{3}$	[rad.]		2,008	2,009	2,008	2,006
10	ϑ_{f0}	[grade]		0,115	0,115	0,115	0,115
	Momente încovoietoare datorite rotaţiei						
11	$m_{s0} \cdot 10^{-3}$	[Nm/m]		1,895	1,706	1,516	1,325
12	$m_{g0} \cdot 10^{-3}$	[Nm/m]		0,751	0,751	0,751	0,750
13	$M_{vc} \cdot 10^{-2}$	[Nm/m]		—6,035	—4,027	—2,013	—0,004
14	$\mathfrak{M}_0$	[Nm/m]		—580,12	—779,49	—982,70	—1185,70
	Eforturi unitare dezvoltate în inelul flanşei						
15	$\sigma_{rf\max}^{(\mathfrak{M}_0)}$	[MPa]	s	+0,482	+0,647	+0,816	+0,985
			j	—0,482	—0,647	—0,816	—0,985
16	$\sigma_{\omega f\max}^{(\mathfrak{M}_0)}$	[MPa]	s	+0,803	+1,078	+1,360	+1,642
			j	—0,803	—1,078	—1,360	—1,642
17	$\sigma_{echf}^{(\mathfrak{M}_0)}$	[MPa]	s/j	0,700	0,940	1,186	1,431
	Eforturi unitare dezvoltate în virola cilindrică						
18	σ_{xc}	[MPa]	i	+29,9	+20,0	+10,0	+0,0
			e	—29,9	—20,0	—10,0	—0,0
19	$\sigma_{\omega c}$	[MPa]	i	+26,8	+18,3	+ 9,8	+1,3
			e	+ 8,8	+ 6,3	+ 3,8	+1,3
20	σ_{echc}	[MPa]	i	28,5	19,2	9,9	1,3
			e	35,1	23,8	12,3	1,3

Semnificaţiile indicilor din coloana U.M. (unitate de măsură), pentru eforturi unitare sînt următoarele : s — faţa superioară (dinspre garnitura de etanşare) a inelului flanşei ; j — faţa de jos a inelului flanşei ; i — suprafaţa interioară a virolei cilindrice ; e — faţa exterioară a virolei cilindrice.

Tabelul 2

Starea de eforturi unitare în flanșa plată pentru sudare PU — 3200 — M 24 STAS 9801/4—79/OL 37.2

Mărimi cunoscute

$r_{im} = 1{,}6$ [m]; $\delta_c = 0{,}011$ [m]; $r_{ef} = 1{,}67$ [m]; $h_f = 0{,}105$ [m]; $r_s = 1{,}645$ [m]; $r_g = 0{,}013$ [m]; $r_{eg} = 1{,}63$ [m]; $r_{ig} = 1{,}60$ [m]; $h_g = 0{,}003$ [m]; $n = 128$ bucăți; $p_n = 0{,}4$ [MPa]; garnitura C 3200 — M 24 STAS 9801/3—79

Mărimi ajutătoare

$P_{20} = P_{s0} = 3\,407\,779$ [N]; $b_0 = r_{eg} - r_{ig} = 0{,}03$ [m] > $0{,}0063$ [m]; $b = 0{,}079\sqrt{b_0} = 0{,}0137$ [m]; $c_g = b/b_0 = 0{,}456$; $r_{mg} = 1{,}615$ [m]; $r_{0f} = 1{,}635$ [m]; $r_s^* = 1{,}667$ [m]; $r_{mc} = 1{,}6055$ [m]; $k_c = 9{,}669$ [m^{-1}]; $D_c = 25\,596$ [Nm]

Nr. crt.	Mărimea	U.M.	$k_\vartheta^{(s)}$			
			1,0	0,9	0,8	0,7
1	2	3	4	5	6	7
1	$aa_{11} \cdot 10^2$	[m]	14,741	14,707	14,656	14,606
2	a_{12}	[—]	0,162	0,170	0,178	0,188
3	$a_{13} \cdot 10^{-3}$	[N]	2,194	2,328	2,477	2,640
4	$a_{21} \cdot 10^2$	[m]	9,559	9,518	9,473	9,423
5	a_{22}	[—]	0,164	0,172	0,181	0,190
6	$a_{23} \cdot 10^{-3}$	[N]	2,231	2,367	2,519	2,683
	Eforturi tăietoare și momente încovoietoare de legătură					
7	$P_{01}^{(0)} \cdot 10^{-3}$	[N/m]	—0,152	—0,150	—0,174	—0,154
8	$M_{01}^{(0)} \cdot 10^{-3}$	[Nm/m]	13,679	13,845	14,034	14,184
	Rotația inelului flanșei					
9	$\vartheta_{f0} \cdot 10^3$	[rad.]	2,067	2,068	2,055	2,067
10	ϑ_{f0}	[grade]	0,118	0,119	0,118	0,118
	Momente încovoietoare datorite rotației					
11	$m_{s0} \cdot 10^{-3}$	[Nm/m]	1,622	1,461	1,291	1,135
12	$m_{g0} \cdot 10^{-3}$	[Nm/m]	0,882	0,883	0,877	0,882
13	$M_{vc} \cdot 10^{-2}$	[Nm/m]	—5,032	—4,024	—2,298	—0,651
14	$\mathfrak{M}_0$	[Nm/m]	—500,50	—501,18	—494,09	—500,40

Tabelul 2 (continuare)

1	2	3		4	5	6	7
	Eforturi unitare dezvoltate în inelul flanşei						
15	$\sigma_{rf\max}^{(\mathfrak{M}_0)}$	[MPa]	s	+0,272	+0,273	+0,269	+0,272
			j	−0,272	−0,273	−0,269	−0,272
16	$\sigma_{\omega f\max}^{(\mathfrak{M}_0)}$	[MPa]	s	+0,453	+0,455	+0,448	+0,453
			j	−0,453	−0,455	−0,448	−0,453
17	$\sigma_{echf}^{(\mathfrak{M}_0)}$	[MPa]	s	0,395	0,397	0,931	0,395
			j				
	Eforturi unitare dezvoltate în virola cilindrică						
18	σ_{xc}	[MPa]	i	+25,0	+20,0	+11,4	+3,2
			e	−25,0	−20,0	−11,4	−3,2
19	$\sigma_{\omega c}$	[MPa]	i	+21,7	+17,4	+10,2	+3,2
			e	+ 6,7	+ 5,4	+ 3,4	+1,2
20	σ_{echc}	[MPa]	i	23,5	18,8	10,8	3,2
			e	28,9	23,2	13,4	3,9

Observaţie : A se vedea nota de la tab. 1.

iar eforturile unitare cu relaţiile

$$\sigma_{xc} = \pm\, 6M_{vc}/\delta_c^2\,; \qquad \sigma_{\omega c} = \pm\, 6\mu M_{vc}/\delta_c^2 + N_{\omega 0}/\delta_c, \tag{24}$$

unde

$$N_{\omega 0} = N_{\omega 0}^{(Mvc)} + N_{\omega 0}^{(P_{01}^{(0)})}, \tag{25}$$

în care

$$N_{\omega 0}^{(Mvc)} = 2k_c^2 r_{mc}\,|M_{vc}|(\operatorname{sign} M_{vc})\,; \qquad N_{\omega 0}^{(P_{01}^{(0)})} = 2k_c r_{mc}\,|P_{01}^{(0)}|(\operatorname{sign} P_{01}^{(0)}). \tag{26}$$

În relaţiile (26) semnul (sign) sarcinilor M_{vc} şi $P_{01}^{(0)}$ se consideră pozitiv (dezvoltă eforturi unitare de întindere) atunci cînd acestea tind să mărească raza suprafeţei neutre a virolei cilindrice.

Eforturile unitare echivalente, corespunzătoare suprafeţei interioare respectiv suprafeţei exterioare a virolei cilindrice, se calculează cuformula

$$\sigma_{echc} = \sqrt{\sigma_{xc}^2 + \sigma_{\omega c}^2 - \sigma_{xc}\cdot\sigma_{\omega c}}. \tag{27}$$

În relaţiile anterioare s-au mai notat

$$k_c = \sqrt{3(1-\mu)^2}/\sqrt{\delta_c r_{mc}}\,; \quad D_c = E_c\delta_c^3/[12(1-\mu^2)]. \tag{28}$$

Exemplificare

Pentru fixarea ideilor şi pentru aplicarea rezultatelor obţinute în cele ce preced, se utilizează, în continuare, caracteristicile geometrice şi funcţionale ale celor două tipodimensiuni de flanşe inelare, indicate în tabelele 1 şi 2. Tot în aceste tabele se redau şi stările de deformaţii şi de eforturi unitare, caracteristice flanşelor menţionate şi stabilite pe baza relaţiilor deduse anterior.

Concluzii

În cele de mai sus, considerînd efectul deformării excentrice a garniturii de etanşare şi efectul curbării prezoanelor (şuruburilor), în faza de montaj, s-au putut determina expresiile sarcinilor de legătură — eforturi tăietoare şi momente încovoietoare — şi, mai departe, expresiile eforturilor unitare axiale, inelare şi ale eforturilor unitare echivalente. În acest sens, se menţionează posibilitatea de estimare a stărilor de deformaţii şi de eforturi unitare atît în inelul flanşelor inelare sudate cît şi în virolele cilindrice aferente. Rotaţia inelului flanşelor s-a considerat cu aceeaşi valoare în direcţie inelară.

Din exemplificările realizate se pot trage următoarele concluzii:

a) variaţia valorii coeficientului de corelaţie $k_\beta^{(s)}$ modifică mai consistent valorile momentelor încovoietoare m_{s0} şi mai puţin valorile momentului încovoietor m_{g0};

b) odată cu reducerea valorii coeficientului de corecţie $k_\beta^{(s)}$ — şi, deci, acceptarea unor deformaţii elastice mai pronunţate în zonele de contact dintre capul şurubului respectiv piuliţe şi inelul flanşei — se constată o sporire a solicitării dezvoltate în inelul flanşei, concomitent cu o reducere corespunzătoare a solicitării dezvoltate în virola ciindrică; această situaţie menţionată, este mai evidentă pentru diametre mari ale flanşelor;

c) Variaţia valorilor rotaţiilor inelelor flanşelor este foarte mică odată cu modificarea valorilor coeficientului de corecţie $k_\beta^{(s)}$; în tabelele 1 şi 2 sînt redate valorile rotunjite ale rotaţiilor;

d) valorile sarcinilor de legătură sînt, de asemenea, influenţate foarte puţin de modificarea valorilor coeficientului de corecţie $k_\beta^{(s)}$.

Comparînd valorile eforturilor unitare calculate cu relaţiile deduse în cadrul acestei lucrări, cu valorile eforturilor unitare calculate pe baza metodei prezentate în [5], se constată o solicitare mai redusă şi, deci, existenţa unei rezerve de capacitate portantă, ce poate fi folosită pentru o încărcare exterioară, suplimentară. Această stare de lucruri se explică prin aceea că, în metoda de calcul prezentată mai sus, s-au avut în vedere toate încărcările exterioare ce acţionează, în faza de montaj, asupra îmbinării cu flanşe şi, totodată, toate deformaţiile elementelor componente.

Notaţii utilizate

r_{eg}, r_{ig} — raza exterioară respectiv raza interioară a garniturii de etanşare;
q — presiunea de strivire a garniturii, în faza de montaj;
m_{g0} — moment încovoietor dezvoltat datorită comprimării excentrice a garniturii de etanşare;
E_g — modulul de elasticitate al materialului de construcţie al garniturii de etanşare;

c_g — coeficient de reducere a lăţimii iniţiale a garniturii de etanşare, calculat după cum urmează [5]:

$$\text{dacă } b_0 > 63 \cdot 10^{-4} \text{ [m], atunci } c_g = 0{,}079 \,/\sqrt{b_0};$$

$$\text{dacă } b_0 < 63 \cdot 10^{-4} \text{ [m], atunci } c_g = 1;$$

h_g — grosimea iniţială a garniturii de etanşare;
n — numărul de prezoane (şuruburi);
E_s — modulul de elasticitate al materialului de construcţie al prezoanelor (şuruburilor);
d_s — diametrul „corectat" al şuruburilor, calculat cu relaţia

$$d_s = \frac{1}{l_s}(d_1 l_1 + d l_2);$$

l_s — lungimea din prezon (şurub) cuprinsă între suprafeţele exterioare ale inelelor flanşelor;

$$l_s = 2h_f + h_g;$$

d_1 — diametrul interior al filetului;
l_1 — lungimea părţii filetate pe distanţa l_s;
d — diametrul părţii nefiletate a prezonului (şurubului);
l_2 — lungimea părţii nefiletate a prezonului (şurubului);
P_{s0} — forţa dezvoltată în prezoane (şuruburi) la prestrîngere;
r_g — raza găurilor pentru prezoane (şuruburi);
r_{ef} — raza exterioară a inelului flanşelor;
m_{w0} — moment încovoietor echivalent, uniform repartizat pe circumferinţa de rază r_{of} — raza circumferinţei fibrei neutre a inelului flanşei, calculată cu formula (6);
$P_{01}^{(0)}$ — efort tăietor de legătură, în faza de montaj;
$M_{01}^{(0)}$ — moment încovoietor de legătură, în faza de montaj;
$k_{m1}, k_{m2}, k_{m3}, k_{m4}$ — factori de influenţă, calculaţi cu ajutorul expresiilor (8);
$k_{m2}^*, k_{m3}^*, k_{m4}^*$ — factori de influenţă, calculaţi cu expresiile (10);
E_f — modulul de elasticitate al materialului de construcţie al inelului flanşei;
h_f — grosimea inelului flanşei;
r_{im} — raza interioară a virolei cilindrice;
r_{mc} — raza suprafeţei mediane a virolei cilindrice;
k_c — factor de amortizare, calculat cu formula (28_1);
D_c — rigiditate cilindrică la încovoiere, calculată cu formula (28_2);
δ_c — grosimea virolei cilindrice;
$w_c^{(P_{01}^{(0)})}$ — deplasarea radială a virolei cilindrice datorită efortului tăietor de legătură, în faza de montaj;
$w_c^{(M_{01}^{(0)})}$ — deplasarea radială a virolei cilindrice datorită momentului încovoietor de legătură în faza de montaj;
$w_c^{(P_{s0})}$ — deplasarea radială a virolei cilindrice datorită efortului axial P_{20}.
$w_c^{(m_{g0}, m_{s0})}$ — deplasarea radială a virolei cilindrice datorită momentelor încovoietoare m_{g0} şi m_{s0};
$\vartheta_c^{(P_{01}^{(0)})}$ — rotaţia virolei cilindrice datorită efortului tăietor de legătură;
$\vartheta_c^{(M_{01}^{(0)})}$ — rotaţia virolei cilindrice datorită momentului încovoietor de legătură;
$\vartheta_c^{(P_{s0})}$ — rotaţia virolei cilindrice datorită efortului axial P_{20}.
$\vartheta_c^{(m_{g0}, m_{s0})}$ — rotaţia virolei cilindrice datorită momentelor încovoietoare m_{g0} şi m_{s0};
r_{mg} — raza medie a garniturii de etanşare, calculată cu formula

$$r_{mg} = 0{,}5\,(r_{eg} + r_{ig});$$

a_{ij} — factori de influenţă, calculaţi cu expresiile (14) ($i = 1{,}2$; $j = 1,, 2, 3$).
$\mathfrak{M}_0$ — moment încovoietor echivalent ce acţionează asupra inelului flanşei, calculat cu expresia (17):

$\mathfrak{M}_{rf0}, \mathfrak{M}_{\omega f0}$ — momentul încovoietor radial respectiv moment încovoietor inelar;
β_c — coeficient de grosime, calculat cu formula

$$\beta_c = r_{em}/r_{im};$$

$r_{em} = r_{im} + \delta_c$ — raza exterioară a virolei cilindrice;
β_s^* — coeficient de lățime, calculat cu formula

$$\beta_s^* = r_s^*/r_{im};$$

r — rază curentă $(r_{mc} \leqslant r \leqslant r_s^*)$;
$\sigma_{rf\max}^{(\mathfrak{M}_0)}, \sigma_{\omega f\max}^{(\mathfrak{M}_0)}$ — eforturi unitare radiale maxime respectiv eforturi unitare inelare maxime, datorită momentului încovoietor;
$\sigma_{xc}, \sigma_{\omega c}$ — eforturi unitare axiale respectiv eforturi unitare inelare, care acționează în virola cilindrică în zona de separare a inelul flanșei;
$N_{\omega c}^{(M_{vc})}$ — efort inelar datorită momentului încovoietor M_{vc};
$N_{\omega 0}^{(P_{01}^{(0)})}$ — efort inelar datorită efortului tăietor de legătură;
$N_{\omega 0}$ — efort inelar total;
σ_{echc} — efort unitar echivalent, care acționează în virola cilindrică;
E_c — modulul de elasticitate al materialului de construcție al virolei cilindrice.

BIBLIOGRAFIE

[1]/ *Renert M.*, Calculul și construcția utilajului chimic, vol. 1. Editura didactică și pedagogică București 1971.
[2] *Iatan I. R., Renert M.*, Buletinul Institutului politehnic București, 40, 1978, nr. 2, p. 157—166.
[3] *Iatan I. R., Renert M., Botea N.*, Revista de chimie, 29, 1978, nr. 7, p. 675—680.
[4] *Iatan I. R.*, Cercetări teoretice și experimentale privind construcțiile de îmbinări cu flanșe cu nervuri, teză de doctorat, Institutul politehnic București 1979.
[5] * * * M. A. T. M. C. G. F. F. — I.S.C.I.R., Prescripții tehnice pentru proiectarea, execuția, instalarea, exploatarea, repararea și verificarea recipientelor metalice stabile sub presiune, C. 4 — 78, Editura tehnică București 1978.

Considerations of the Welded Annular Flanges Calculus, in the Assamblage Phase

In this work we present an original method of calculus of stress between the disc and the cylindrical shell of the welded annular flanges, which considers the radial movement effect of the disc of the excentrical compression of the tight set and the curving of the screws, in the assamblage phase.
The application of the theoretic results is shown in a number of cases.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ

apare trimestrial, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi «Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti».

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
РАЗДЕЛ МЕХАНИКИ

Выходит четыре раза в год, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti", «Buletinul Institutului politehnic "Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti».

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределах возможностей будут опубликоваться и научно-исследовательские работы специалистов извне.

Переписка, обмен периодическими изданиями и подписка производятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIES OF MECHANICS

The Bulletin is issued quarterly, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and «Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti».

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from outside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the following address.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SÉRIE MÉCANIQUE

parait tous les trois mois, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et «Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti».

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonnements est :

Adresa : **INSTITUTUL POLITEHNIC**
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
ROMANIA
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)
Seria Mecanică

1982 FEB 18

Lei 20

F 1130/3

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA MECANICĂ

TOMUL XLIII NUMĂRUL 2 ANUL 1981
APRILIE – IUNIE

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL : Academician *Radu Voinea*

MEMBRII : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct); Conf. dr. ing. *Cornel Berbente;* Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin* (secretar științific) : Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu* ; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* ; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan* ; Prof. dr. ing. *Octavian Floarea;* Prof. dr. ing, *Julieta Florea;* Prof. dr. ing. *Nicolae Geru* ; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* ; Prof. dr. *Ion Grădișteanu* ; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan* ; Prof. ing. *Jean Moncea* ; Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu* ; Prof. dr. docent ing. *Florea Oprea;* Prof. dr. ing. *Aurel Oprean* ; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu* ; Prof. dr. ing. *Ion Popescu* ; Conf. dr. ing. *Mircea Radeș;* Prof. dr. ing. *Marin Rădoi* ; Conf. dr. ing. *Sorin Roșca;* Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu* ; Prof. dr. *Octavian Stănășilă* ; Prof. dr. ing. *Voicu Tache;* Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu* ; Prof. dr. docent ing. *Andrei Țugulea;* Prof. dr. ing. *Silvia Vacu;* Prof. dr. docent *Rodica Vtlcu.*

Editor: Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București
Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10, România, Căsuța poștală 2356
TELEX : 14490 PIBUH

Readers from abroad can get subscriptions for this newspaper trough ILEXIM import-export press, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMANIA

Sumar

MATEMATICĂ

A. Topală
O problemă de control optimal în elasticitatea plană (I. franceză) 3

Z. Stoian
Cîteva consecinţe ale aplicării metodei Lobacevski-Graeffe la sisteme liniare omogene de grad „n" 11

Elena Deciu
Unele exemple privind funcţionalul de undă şi teoria scatteringului pentru sisteme liniare şi neliniare cu timp discret (I. engleză) 15

MECANICĂ

St. Staicu
Studiul ciocnirii solidului în mişcarea de translaţie cu ajutorul vectorilor duali (I. franceză) 27

E. Deciu
Asupra unui mediu Bingham generalizat şi ecuaţiile sale de mişcare (I. franceză) 33

BIOTEHNOLOGIE

M. D. Nicu, S. G. Peteu
Modelarea contactului condilar la articulaţia genunchiului 41

MECANICĂ AGRICOLĂ

V. Buzilă
Dispozitiv tip vană cu flotor pentru controlul automat al scurgerii apei în irigaţia pe brazde 47

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

Gh. Zătreanu, C. Silvestru
Echilibrajul momentelor externe produse de forţele de inerţie care au rezultante în fiecare linie de cilindri la motoarele în H 55

T. Turcoiu
Optimizarea diametrului elementului de refulare la pompele de injecţie destinate motoarelor cu aprindere prin comprimare, rapide 65

AERONAVE

V. Stanciu
Generalizare a sistemelor de propulsie aeroreactoare, motorul turboreactor cu „n" fluxuri 77

CAZANE

C. Neaga
Influenţa unor parametri asupra arderii amestecului format din şist bituminos şi gaz natural 85

MAŞINI UNELTE ŞI SCULE

I. Gheghea, A. Ghionea
Calculul dinamic al lanţului cinematic principal la maşinile-unelte 97

HIDRAULICĂ

Gh. Zidaru
Calculul dinamic al hidrofoarelor de refulare ale pompelor cu piston cu acţionare indirectă 105

Summary

MATHEMATICS

A. Topală
An Optimal Control Problem in the Plane Elasticity 3

Z. Stoian
Some Applications of Lobacevski-Graeffe Method on a Liniar Homogeneous Systems on „n" Degree 11

Elena Deciu
On Some Examples Concerning the Wave Functor and the Scattering Theory for Discrete Time Linear and Nonlinear System 15

MECHANICS

S. Staicu
The Study of the Solid Collision in Deplacement by Means of Dual Vectors . . . 27

E. Deciu
On the Generalized Bingham Medium and Its Move Equations 33

BIOTECHNOLOGY

M. Nicu, S. Peteu
A Biotechnological Model of the Human Knee 41

AGRICULTURAL MECHANICS

V. Buzilă
Float-tap Device for Water Supply Control in the Furrow Irigation 47

INTERNAL COMBUSTION ENGINES

G. Zătreanu, C. Silvestru
The balancing of External Moments Given by the Inertial Forces Having Resultants in Each Cylinder Line for H Engines 55

T. Turcoiu
Established of the Best Diameter of the Pumping Element at the Injection Pumps Destinated of the Speed Diesel Engines 65

AIRSHIPS

V. Stanciu
Generalization of Air-jet Propulsion Systems the „n" Flow Turbo-jet Engine . 77

BOILERS AND STEAM AND GAS TURBINES

C. Neaga
The Influence of Some Parameters on the Combustion of the Mixture of a Bituminous Shale and a Natural Gas 85

MACHINE-TOOLS

I. Gheghea, A. Ghionea
Dynamical Calculus of the Main Drive Chain of The Machine-Tools 97

HYDRAULICS

Gh. Zidaru
Dynamic Analysis of Delivery Hydrophores of Indirect Actuated Piston Pumps 105

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 2

MATEMATICĂ

C.Z. : 519.48:539.3

UN PROBLEME DE CONTROLE OPTIMALE DANS L'ELASTICITE PLANE

ANTON TOPALA *

Dans cet ouvrage, en utilisant deux indices de performance, on obtient les conditions nécessaires d'optimalité pour les charges extérieures, qui agissent seulement sur une partie de la frontière, dans le premier problème fondamental de l'élasticité plane.

Le but de cet ouvrage est celui de déduire les conditions nécesssaires d'optimalité pour les charges extérieures par la minimisation de deux indices de performance dans le premier problème fondamental de la théorie de l'élasticité plane.

Introduction

Soit $\Omega \subset R^2$ un domaine simple connexe de frontière $\partial\Omega$, suffisemment lisse ; comme on le sait [2, 4] le premier problème fondamental de la théorie de l'élasticité (quand on connait les charges extérieures qui agissent sur la frontière) recourt à la solution du problème à limite

$$\begin{aligned} &\Delta^2 u = 0, \\ &u\,|\,\partial\Omega = \varphi, \\ &\frac{du}{dn}\,\Big|\,\partial\Omega = \psi. \end{aligned} \tag{1}$$

Si une partie $\partial\Omega/S$ de la frontière est encastrée, en ce cas (1) devient

$$\begin{aligned} &\Delta^2 u = 0, \\ &u\,|\,\partial\Omega/S = 0,\ u\,|\,S = \varphi, \\ &\frac{du}{dn}\,\Big|\,\partial\Omega/S = 0,\ \frac{du}{dn}\,\Big|\,S = \psi, \end{aligned} \tag{2}$$

Ouvrage reçu à la rédaction le 5 novembre 1980
* Assistant, Chaire de Mathématique

où $S: x = x(s),\ y = y(s),\ s \in [a, b]$, s étant l'abscisse curviligne, tandis que n est la normale extérieure.

Soit (t_1, t_2) la charge extérieure qui agit sur la frontière, il résulte alors que, Ω étant simple connexe, nous avons les suivantes relations de liaison avec les conditions à limite [2, 4]:

$$\varphi(s) = \int_{AM} [(x(\tau) - x(s))t_2(\tau) - (y(\tau) - y(s))\, t_1(\tau)]\, d\tau,$$

(3)

$$\psi(s) = -\frac{dx}{dn}(s) \int_{AM} t_2(\tau)\, d\tau + \frac{dy}{dn}(s) \int_{AM} t_1(\tau)\, d\tau,$$

où $A(a)$ est fixé, tandis que $M(s)$ est le point courrant, $s \in [a, b]$. Dans la situation où la solution existe et est unique [1, 2] et $G(x, y; \zeta, \eta)$ représente la fonction de Green la solution est donnée par

$$u(\zeta, \eta) = \int_S \left[\varphi(s) \frac{d\, \Delta G}{dn}(x(s), y(s); \zeta, \eta) - \psi(s)\, \Delta G(x(s), y(s); \zeta, \eta) \right] ds$$

(4)

1. Enoncé du problème

I. Soit $\gamma \subset \Omega$ une curve simple fermée, $\gamma: x = x(t),\ y = y(t)$, $t \in [\alpha, \beta]$, suffisemment lisse, et $\sigma^* = (\sigma_1^*, \sigma_2^*, \sigma_3^*)$ un état de tension donné à priori sur γ et le fonctionnel

$$J: L^2(S) \times L^2(S) \to \mathbb{R},$$

$$J(\varphi, \psi) = \lambda_1 \int_S \varphi^2(s)\, ds + \lambda_2 \int_S \psi^2(s) ds + \int_\gamma \sum_{i=1}^{3} c_i [F_i(\varphi, \psi) - \sigma_i^*]^2 dt, \tag{5}$$

F_i, $1 \leqslant i \leqslant 3$ sont les composantes de l'état de tension qui correspondent au problème (2),

$$F_1(\varphi, \psi) = \frac{\partial^2 u}{\partial \zeta^2},\ F_2(\varphi, \psi) = -\frac{\partial^2 u}{\partial \zeta\, \partial \eta},\ F_3(\varphi, \psi) = \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2}$$

tandis que λ_1, λ_2, C_i, $1 \leqslant i \leqslant 3$ sont des constantes positives.

Au point de vue, physique, le fonctionnel (5) est bien défini, pour des conditions à limite nulles, où $J(0, 0) = \int_\gamma \sum_{i=1}^{3} C_i(\sigma_i^*)^2 \, dt$ revêt des significations d'un travail mécanique intérieur.

II. Soit la fonction d'Airy $u^* : \Omega \to \mathbb{R}$ donnée à priori et le fonctionnel

$$(6) \qquad I : L^2(S) \to \mathbb{R}, \; I(\psi) = \iint_\Omega f(u^*(\zeta, \eta), u(\zeta, \eta)) \, d\zeta \, d\eta$$

de manière que $f : \Omega \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ est une fonction de classe C^2 et $\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}$ est limitée sur Ω et u devient la solution du problème à lin ite

$$\Delta^2 u = 0,$$

$$(2') \qquad u|_{\partial\Omega/S} = 0, \; u|_S = 0,$$

$$\left.\frac{du}{dn}\right|_{\partial\Omega/S} = 0, \; \left.\frac{du}{dn}\right|_S = \psi.$$

On notera par U la multitude des charges extérieures pour lesquelles la solution du problème (2) existe et est unique, respectivement avec V la multitude des charges extérieures de moment résultant nul ($\varphi \mid \partial\Omega = 0$), pour lesquelles la solution du problème (2') existe et est unique.

Définition. Nous dirons qu'une charge extérieure $(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2) \in U$ (respectivement V) est optimale, si $J(\tilde{\varphi}, \tilde{\psi}) = \inf J(\varphi, \psi)$, (respectivement $I(\psi) = \inf I(\psi)$), où $\tilde{\varphi}$, $\tilde{\psi}$ sont données par (3).

Le problème qu'on se propose est de déterminer des conditions nécessaires d'optimalité.

2. Conditions necessaires d'optimalité

I. En introduisant les relations

$$(7) \qquad A_1 = \frac{\partial^2}{\partial\zeta^2}\frac{d\,\Delta G}{dn}, \; A_2 = \frac{\partial^2}{\partial\zeta\,\partial\eta}\frac{d\,\Delta G}{dn}, \; A_3 = \frac{\partial^2}{\partial\eta^2}\frac{d\,\Delta G}{dn},$$

$$B_1 = \frac{\partial^2}{\partial\zeta^2}\Delta G, \; B_2 = \frac{\partial^2}{\partial\zeta\,\partial\eta}\Delta G, \; B_3 = \frac{\partial^2}{\partial\eta^2}\Delta G$$

et en applicant le théorème de Fubini, il résulte, selon un calcul élémentaire, que

$$J(\varphi, \psi) = \lambda_1 \int_S \varphi^2(s)\,ds + \lambda_2 \int_S \psi^2(s)ds - \sum_{i=1}^{3} c_i \int_S (\varphi(s)Q_i(s) - \psi(s)R_i(s))ds +$$

(8)

$$+ \sum_{i=1}^{3} c_i \iint_{S\times S} (\varphi(s)\,\varphi(\tau)\,M_i(s,\tau) - 2\varphi(s)\psi(\tau)N_i(s,\tau) +$$

$$\psi(s)\psi(\tau)P_i(s,\tau))ds\,d\tau + J(0,0),$$

où

$$M_i(s,\tau) = \int_\gamma A_i(s,t)\,A_i(\tau,t)dt,\ N_i(s,\tau) = \int_\gamma A_i(s,t)\,B_i(\tau,t)dt,$$

$$P_i(s,\tau) = \int_\gamma B_i(s,t)\,B_i(\tau,t)dt,\ Q_i(s) = \int_\gamma \sigma_i^*\,A_i(s,t)dt,$$

$$R_i(s) = \int_\gamma \sigma_i^* B_i(s,t)dt, \qquad 1 \leqslant i \leqslant 3,$$

et t est l'abscisse curviligne.

Théorème I.1. J detient un point de minimum $(\tilde{\varphi}, \tilde{\psi})$ lequel est unique et satisfait l'équation intégrale de type Fredholm

$$g(s) + \int_S K(s,\tau)\,g(\tau)d\tau = h(s), \quad \text{où}$$

$$\sum_{i=1}^{3} c_i M_i(s,\tau) = M(s,\tau),\ \sum_{i=1}^{3} c_i\,P_i(s,\tau) = P(s,\tau),\ \sum_{i=1}^{3} c_i N_i(s,\tau) = N(s,\tau),$$

(9)

$$-\frac{1}{\lambda_1}\sum_{i=1}^{3} c_i Q_i(s) = Q(s),\quad \frac{1}{\lambda_2}\sum_{i=1}^{3} c_i R_i(s) = R(s),$$

et

$$g = \begin{bmatrix} \varphi \\ \psi \end{bmatrix},\ h = \begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix},\ K = \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda_1} M & -\frac{1}{\lambda_1} N \\ -\frac{1}{\lambda_2} N & \frac{1}{\lambda_2} P \end{bmatrix}.$$

Démonstration.

On excludera pour le commencement le cas $\varphi = \psi = 0$, parce que en ce cas (2) admettra seulement la solution banale.

Du (5) il résulte immédiatement que $J(\varphi, \psi) \geqslant \min(\lambda_1, \lambda_2) \| (\varphi, \psi \|^2$ donc J est coercive.

Du (8) il résulte que J detient un terme linéaire et un autre carré, et en ce cas on a

$$\delta^2 J_{(\varphi,\psi)}(\tilde{\varphi}, \tilde{\psi}) = \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}\varepsilon^2} J(\tilde{\varphi} + \varepsilon\varphi, \tilde{\psi} + \varepsilon\psi)|_{\varepsilon=0} = \lambda_1 \int_S \varphi^2(s)\mathrm{d}s + \lambda_2 \int_S \psi^2(s)\,\mathrm{d}s +$$

$$+ \sum_{i=1}^{3} c_i \int_\gamma \left(\int_S \varphi(s) A_i(s, t)\mathrm{d}s - \int_S \psi(s)\, B_i(s, t)\mathrm{d}s \right)^2 \mathrm{d}t > 0,$$

donc J s'avère strictement convexe.

Comme il résulte du [3], J admet un minimum en $(\tilde{\varphi}, \tilde{\psi})$, lequel est unique et satisfait

$$\delta J_{(\varphi,\psi)}(\tilde{\varphi}, \tilde{\psi}) = \int_S \Big[\varphi(s) \Big(2\lambda_1 \tilde{\varphi}(s) + 2 \sum_{i=1}^{3} \int_S \tilde{\varphi}(\tau)\, M_i(s, \tau)\mathrm{d}\tau +$$

$$+ \sum_{i=1}^{3} c_i \int_S \psi(\tau)\, N_i(s, \tau)\mathrm{d}\tau - \sum_{i=1}^{3} c_i Q_i(s) \Big) + \psi(s) \Big(2\lambda_2 \tilde{\psi}(s) -$$

$$- 2 \sum_{i=1}^{3} c_i \int_S \tilde{\varphi}(\tau)\, N_i(s, \tau)\mathrm{d}\tau + 2 \sum_{i=1}^{3} c_i \int_S \psi(\tau) P_i(s, \tau)\mathrm{d}\tau +$$

$$+ 2 \sum_{i=1}^{3} c_i R_i(s) \Big) \Big] \mathrm{d}s = 0,$$

et d'ici résulte (9).

Corrolaire.

Si $(t_1, t_2) \in V$, allors J dépend seulement de et (9) devient

$$\tilde{\psi}(s) + \frac{1}{\lambda_2} \int_S P(s, \tau)\tilde{\psi}(\tau)\mathrm{d}\tau = -R(s), \tag{9'}$$

laquelle est une équation intégrale au noyau symétrique et positive.

Démonstration.

En faisant de nouveau les calculs dans ce cas, on obtient (9'), où

$$P(s,\tau) + \sum_{i=1}^{3} c_i \int_{\gamma} B_i(s,t) B_i(\tau,t)\,\mathrm{d}t = P(\tau,s)$$

et

$$\int_S \left(\int_S P(s,\tau)\psi(\tau)\mathrm{d}\tau \right) \psi(s)\mathrm{d}s = \sum_{i=1}^{3} C_i \int_{\gamma} \left(\int_S B_i(s,t)\,\psi(s) \right)^2 \mathrm{d}t \geqslant 0.$$

Théorème II.1. Si ψ réalise le minimum du fonctionnel (6), allors $\psi \Delta v$, où V répresente la solution du problème

$$\Delta^2 v = -\frac{\partial f}{\partial u}(u^*, \tilde{u}),$$

$$V|_{\partial\Omega} = 0, \tag{10}$$

$$\left.\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}n}\right|_{\partial\Omega} = 0,$$

et $\tilde{u}$ la solution du problème (2'), pour $\psi = \tilde{\psi}$, atteint son maximum sur S pour $\psi = \tilde{\psi}$.

Démonstration.

Soit $\tilde{u} + \varepsilon u$ la solution du problème (2') qui correspond à l'ordre $\tilde{\psi} + \varepsilon\psi$; évidement u est limitée, selon il résulte de la représentation qu'on obtient avec la fonction de Green.

De la formule de Green on obtient

$$0 = \iint_{\Omega} v\,\Delta^2 u\,\mathrm{d}\zeta\mathrm{d}\eta = -\int_S \Delta v \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}n}\mathrm{d}s - \iint_{\Omega} \frac{\partial f}{\partial u}(u^*, \tilde{u}) u\,\mathrm{d}\zeta\mathrm{d}\eta, \text{ donc}$$

$$\iint_{\Omega} \frac{\partial f}{\partial u}(u^*, u)\,\mathrm{d}\zeta\mathrm{d}\eta = -\int_S \psi\,\Delta v\mathrm{d}s. \tag{11}$$

Par l'hypothèse, I est par deux fois differentiable Gâteaux, et allo s on obtient de la formule de Taylor, dans laquelle on employe (11), que

$$I(\tilde{\psi} + \varepsilon\psi) - I(\tilde{\psi}) = \varepsilon \iint_{\Omega} \frac{\partial f}{\partial u}(u^*, u) u\,\mathrm{d}\zeta\mathrm{d}\eta + 0(\varepsilon) =$$

$$= -\varepsilon \int_S \psi(s)\ \Delta v ds + 0(\varepsilon) = -\int_S [(\tilde{\psi} + \varepsilon\psi)\Delta v - \tilde{\psi}\Delta v]\,ds + 0(\varepsilon), \quad \text{donc}$$

$\psi \Delta v$ atteint son maximum sur S, pour $\psi = \tilde{\psi}$.

Théorème 2. Soit $(\tilde{t}_1\ \tilde{t}_2) \in U$ (respectivement $\in V$) une charge optimale. En ce cas

$$I \int_{AM} [(x(\tau) - x(s))\tilde{t}_2(\tau) - (y(\tau), - y(s))\ \tilde{t}_1(\tau)]d\tau, -$$

$$-\frac{dx}{dn}(s)\int_{AM}\tilde{t}_2(\tau)d\tau + \frac{dy}{du}(s)\int_{AM}\tilde{t}_1(\tau)\,d\tau$$

satisfait l'équation intégrale (9), $(\forall)\ M \in S$.
(respectivement)

$$II\left(-\frac{dx}{du}(s)\int_{AM}t_2(\tau)\,d\tau + \frac{dy}{du}(s)\int_{AM}t_1(\tau)d\tau\right)\ \Delta v$$

atteint son maximum sur S, pour $(t_1,\ t_2) = (\tilde{t}_1,\ \tilde{t}_2)$, $(\forall)\ M \in S$.

La démonstration résulte immédiatement, des questions antérieures.

Conclusions

Dans le cas où l'on procède au contrôle d'un état de tension donné à priori sur une curve (éventuellement même sur un sousdomaine $D \subset \Omega$), par rapport au domaine Ω, on écrit effectivement l'équation intégrale et l'on étudie cette équation, et, si le noyau est compliqué, on fait appel à une méthode numérique.

Quand on fait le contrôle de la fonction d'Airy, donnée à priori, on exprime V à l'aide de la fonction de Green et la condition se vérifie ensuite d'une manière relativement simple.

Nous nous proposons à faire un étude approfondi de ces résultats, par l'intérmédiaire des exemples, dans un ouvrage futur.

BIBLIOGRAPHIE

1. *Beckert H.* — Math. Ann., 139 (1960)
2. *Gurtin, E. M.*, The Linear Theory of Elasticity, Springer-Verlag, Berlin, 1972
3. *Lions, J. L.*, Contrôle optimal de systèmes gouvernés par des équations aux dérivées partielles, Dunod-Gauthier-Villars, Paris, 1968
4. *Muskhelishvili, I. N.*, Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity (in Russian), 5-th ed., Moscow, 1966.

O problemă de control optimal în elasticitatea plană

În lucrare, folosindu-se doi indici de performanță, se obțin condiții necesare de optimalitate pentru sarcinile exterioare, ce acționează numai pe o parte a frontierei, în prima problemă fundamentală din elasticitatea plană.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 2

C.Z. : 513.812

CÎTEVA CONSECINȚE ALE APLICĂRII METODEI LOBACEVSKI-GRAEFFE, LA SISTEME LINIARE OMOGENE DE GRAD „N".

Z. STOIAN *

Se arată cum se poate reduce problema rezolvării sistemelor omogene la o ecuație pentru care se poate aplica metoda Lobacevski-Graeffe în scopul de a trage concluzii despre compatibilitatea sistemului.

Teoremă. Fie sistemul :

$$\begin{cases} P(x,y) = a_0x^n + a_1x^{n-1}y + a_2x^{n-2}y^2 + \ldots + a_{n-1}xy^{n-1} + a_ny^n = 0 \\ Q(x,y) = b_0x^m + b_1x^{m-1}y + b_2x^{m-2}y^2 + \ldots + b_{m-1}xy^{m-1} + b_my^m = 0 \end{cases}$$

cu coeficienții $a_i,\ b_i \in \mathbb{R}$.
Fie șirurile definite recurent prin :

$$a_j^{(k+1)} = (a_j^{(k)})^2 - 2\sum_{r=1}^{j} a_{j+r}^{(k)}\, a_{j-r}^{(k)} \quad \text{cu} \quad a_s^{(k)} = 0 \ \text{dacă}\ s \notin \{0, 1, \ldots, n\}$$

$$b_j^{(k+1)} = (b_j^{(k)})^2 - 2\sum_{r=1}^{j} b_{j+r}^{(k)} b_{j-r}^{(k)} \quad b_s^{(k)} = 0 \ \text{dacă}\ s \notin \{0, 1, \ldots, m\}$$

Presupunem că :

$$\lim_{k\to\infty} \left(\frac{a_j^{(k)}}{a_{j-1}^{(k)}}\right)^{\frac{1}{2^k}} \neq \lim_{k\to\infty} \left(\frac{b_p^{(k)}}{b_{p-1}^{(k)}}\right)^{\frac{1}{2^k}} \qquad \begin{matrix} \forall\ j = 1, \ldots, n \\ \forall\ p = 1, \ldots, m \end{matrix}$$

Atunci sistemul admite numai soluția banala $x = 0,\ y = 0$.
Demonstrație. Presupunem că există soluția nebanală $(\bar{x}, \bar{y})$ și să punem condiția de verificare a sistemului, de unde avem :

$$\begin{cases} a_0\bar{x}^n + a_1\bar{x}^{n-1}\bar{y} + \ldots + a_{n-1}\bar{x}\bar{y}^{n-1} + a_n\bar{y}^n = 0 \\ b_0\bar{x}^m + b_1\bar{x}^{m-1}\bar{y} + \ldots + b_{m-1}\bar{x}\bar{y}^{m-1} + a_m\bar{y}^m = 0 \end{cases}$$

Manuscris predat redacției la data de 21 februarie 1981
* Lector, Catedra Matematici.

Să considerăm că $\bar{y} \neq 0$ (analog s-ar proceda dacă $\bar{x} \neq 0$) și să împărțim prima ecuație cu $\bar{y}^n$, iar a doua cu $\bar{y}^m$.

$$\begin{cases} a_0\left(\frac{\bar{x}}{\bar{y}}\right)^n + a_1\left(\frac{\bar{x}}{\bar{y}}\right)^{n-1} + \ldots + a_{n-1}\left(\frac{\bar{x}}{\bar{y}}\right) + a_n = 0 \\ b_0\left(\frac{\bar{x}}{\bar{y}}\right)^m + b_1\left(\frac{\bar{x}}{\bar{y}}\right)^{m-1} + \ldots + b_{m-1}\left(\frac{\bar{x}}{\bar{y}}\right) + b_m = 0 \end{cases}$$

Dacă notăm $\frac{\bar{x}}{\bar{y}} = t$ obținem egalitățile:

$$\begin{cases} a_0 t^n + a_1 t^{n-1} + \ldots + a_{n-1} t + a_n = 0 \\ b_0 t^m + b_1 t^{m-1} + \ldots + b_{m-1} t + b_m = 0 \end{cases}$$

Dar aceste egalități gîndite ca ecuații în t admit soluțiile date de:

$$|t_j| = \lim_{k\to\infty} \left(\frac{a_j^{(k)}}{a_{j-1}^{(k)}}\right)^{\frac{1}{2k}}$$

și deci va trebui să existe t_p soluție pentru cea de a doua ecuație pentru care să avem: $|t_j| = |t_p|$ ca o condiție necesară.

Cum însă: $|t_p| = \lim_{k\to\infty} \left(\frac{b_p^{(k)}}{b_{p-1}^{(k)}}\right)^{\frac{1}{2k}}$ și $\lim_{k\to\infty} \left(\frac{a_j^{(k)}}{a_{j-1}^{(k)}}\right)^{\frac{1}{2k}} \neq \lim_{k\to\infty} \left(\frac{b_p^{(k)}}{b_{p-1}^{(k)}}\right)^{\frac{1}{2k}}$; $\forall\, j,\ p.$

rezultă $t_j \neq t_p\ \forall j, p$ deci cele două ecuații nu pot avea soluția comună t, deci sistemul admite numai soluția banală. În mod cu totul asemănător se pot demonstra și teoremele următoare:

Teoremă. Fie sistemul:

$$\begin{cases} P(x, y) = 0 \\ Q(x, y) = 0 \end{cases}$$

și ecuațiile atașate:

$$a_0 t^n + a_1 t^{n-1} + \ldots + a_{n-1} t + a_n = 0 \text{ cu soluțiile } t_1, t_2, \ldots, t_n \in R$$

$$b_0 t^m + b_1 t^{m-1} + \ldots + b_{m-1} t + b_m = 0$$

cu soluțiile: $\bar{t}_1, \bar{t}_2, \ldots, \bar{t}_m \in R$

Fie șirurile definite recurent:

$$a_j^{(k+1)} = (a_j^{(k)})^2 - 2\sum_{r=1}^{j} a_{j+r}^{(k)} a_{j-r}^{(k)} \quad j = 1 \ldots n \quad a_s^{(k)} = 0 \text{ dacă } s \notin \{0, 1, \ldots, n\}$$

$$b_j^{(k+1)} = (b_j^{(k)})^2 - 2\sum_{r=1}^{j} b_{j+r}^{(k)} \cdot b_{j-r}^{(k)} \quad j = 1 \ldots m \quad b_s^{(k)} = 0 \text{ dacă } s \notin \{0, 1, \ldots, n\}$$

Presupunem că: $\exists (j, p) \in \{1, 2, \ldots, n\} \times \{1, 2, \ldots, m\}$ astfel că $t_j \bar{t}_p > 0$ și

$$\lim_{k\to\infty} \left(\frac{a_j^{(k)}}{a_{j-1}^{(k)}}\right)^{\frac{1}{2k}} = \lim_{k\to\infty} \left(\frac{b_p^{(k)}}{b_{p-1}^{(k)}}\right)^{\frac{1}{2k}} = t_{jp}$$

Atunci sistemul admite soluții nebanale cu valori aproximative date de formulele:

$$t_{jp} \approx \left(\frac{a_j^{(k)}}{a_{j-1}^{(k)}}\right)^{\frac{1}{2k}}; \quad x = t_{jp} y$$

Remarcă. Rezultate asemănătoare se obțin în cazul în care ecuațiile în t atașate au rădăcini complexe sau egale în modul.

Teoremă. Fie sistemul:

$$\begin{cases} P(x, y) = 0 \\ Q(x, y) = K \quad K \in \mathbb{R} \end{cases}$$ și fie ecuația atașată:

$$a_0 t^n + a_1 t^{n-1} + \ldots + a_{n-1} t + a_n = 0 \quad (a_n t^n + a_{n-1} t^{n-1} + \ldots + a_1 t + a_0 = 0)$$

Fie șirul definit recurent prin:

$$a_j^{(k+1)} = (a_j^{(k)})^2 - 2\sum_{r=1}^{j} a_{j+1}^{(k)} \cdot a_{j-r}^{(k)}; \quad a_s^{(k)} = 0 \text{ dacă } s \notin \{0, 1, \ldots, n\}$$

și presupunem că există j pentru care: $\lim_{k\to\infty} \frac{a_j^{(k+1)}}{a_j^{(k)}} = 1$.

Atunci putem găsi soluția aproximativă a sistemului cu formulele:

$$|t_j| \simeq \left(\frac{a_j^{(k)}}{a_{j-1}^{(k)}}\right)^{\frac{1}{2k}}, \quad y_j = \left(\frac{k}{b_0 t_j^m + b_1 t_j^{m-1} + \ldots + b_{m-1} t_j + b_m}\right)^{\frac{1}{m}}$$

$$x_j = t_j y_j.$$

Teoremă. Fie sistemul :

$$\begin{cases} P(x, y) = 0 \\ Q(x, y) = 0 \end{cases}$$ și polinoamele atașate :

$$P_1(t) = a_0 t^n + a_1 t^{n-1} + \ldots + a_{n-1} t + a_n$$
$$Q_1(t) = b_0 t^m + b_1 t^{m-1} + \ldots + b_{m-1} t + b_m \qquad ①$$

$$P_2(t) = a_n t^n + a_{n-1} t^{n-1} + \ldots + a_1 t + a_0$$
$$Q_2(t) = b_m t^m + b_{m-1} t^{m-1} + \ldots + b_1 t + b_0 \qquad ②$$

Condiția necesară și suficientă ca sistemul să admită soluții nebanale este ca polinoamele ① sau ② să nu fie prime între ele .
Demonstrația se face prin reducere la absurd considerînd pentru a crea elementele contradicției soluțiile comune și ținînd seamă că ele sînt legate prin egalitatea : $y_j = t_j x_j$ și respectiv $x_p = t_p y_p$.

Quelques conséquences de l'application de la méthode Lobacevski-Graeffe aux systèmes linéaires homogènes de degré n

On montre comment on peut réduire le problème de la résolution des systèmes homogènes à une équation pour laquelle on peut appliquer la méthode Lobacevski-Graeffe dans le but de tirer des conclusions sur la compatibilité du système.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 2

C.Z. : 517.948.35

ON SOME EXAMPLES CONCERNING THE WAVE FUNCTOR AND THE SCATTERING THEORY FOR DISCRETE TIME LINEAR AND NONLINEAR SYSTEMS

ELENA DECIU*

In a previous [5] paper, we defined the category $\mathscr{S}_2$ of the scattering systems, the category $\mathscr{W}$ of the „wave operators" and the wave functor U from $\mathscr{S}_2$ to $\mathscr{W}$.

In this paper, we gave some concrete examples concerning the wave functor in the frame of the operatorial models theory and in the frame of the discrete time linear and non- linear systems theory [3], [4], [8], [9].

We defined the notion of the adjoint scattering system associated to a discrete time linear or non — linear system.

This paper was communicated at a scientific session held in the Polytechnical Institute of Bucharest.

1. Some elements on the wave functor

We remember [5] that an object of the category $\mathscr{S}_2$ of the scattering systems is of the form:

$$\Sigma = \{H^{(i)},\ \{U^{(i)}(t)\}_{t\in G},\ D_{\pm}^{(i)},\ (i=0,1);\quad V_{\pm}\} \tag{1}$$

where:

1°. $\{U^{(i)}(t)\}_{t\in G}$ are unitary representations of the group G on the complex Hilbert spaces $H^{(i)}$, $(i=0,1)$;

2°. $D_{-}^{(i)}$, $D_{+}^{(i)} \subset H^{(i)}$, $(i=0,1)$ are, respectively, input and output subspaces for the given representations, i. e. the following conditions are satisfied:

$$U^{(i)}(t)D_{\pm}^{(i)} \subset D_{\pm}^{(i)},\quad (t\in S^{\pm 1}), \tag{a}$$

$$\bigcap_{t\in S^{\pm 1}} U^{(i)}(t)\quad D_{\pm}^{(i)} = \{0\},\qquad (i=0,1) \tag{b}$$

(where $S\subset G$ is a semigroup involved [5] in the definition of the input and output subspaces and we denoted by $S^{+1}=S$ and $S^{-1}=\{s^{-1},\ s\in S\}$;

$$H^{(i)} = H_{-}^{(i)} \vee H_{+}^{(i)},\ \text{where} \tag{c}$$

Manuscript received 13 December 1979
* Lecturer, Chair of Mathematics

(1′) $$H_{\pm}^{(i)} = \bigvee_{t \in G} U^{(i)}(t)\ D_{\pm}^{(i)},\ (i = 0,1);$$

(the symbol V denotes the operation „generated");

3°. $V_{\pm} : D_{\pm}^{(0)} \to D_{\pm}^{(1)}$ are unitary operators, such that if we denote the restrictions

$$U_{\pm}^{(i)}(t) = U^{(i)}(t)\,|D_{\pm}^{(i)},\quad (t \in S^{\pm 1}),\quad (i = 0,1),$$

then the following diagrams are commutative:

$$\begin{array}{ccc} D_{\pm}^{(0)} & \xrightarrow{U_{\pm}^{(0)}(t)} & D_{\pm}^{(0)} \\ {\scriptstyle V_{\pm}}\downarrow & (t \in S^{\pm 1}) & \downarrow{\scriptstyle V_{\pm}} \\ D_{\pm}^{(1)} & \xrightarrow[U_{\pm}^{(1)}(t)]{} & D_{\pm}^{(1)} \end{array}$$

i.e.

(1″) $$V_{\pm}\, U_{\pm}^{(0)}(t) = U_{\pm}^{(1)}(t)\ V_{\pm},\ (t \in S^{\pm 1}),$$

We remember [5] that an object of the category $\mathscr{W}$ of the „wave operators", is of the form:

(2) $$W = \{H^{(i)};\ H_{\pm}^{(i)},\ (i = 0,1),\ W_{\pm}\}.$$

where:

1°. $H_{\pm}^{(1)}$ are subspaces of the Hilbert spaces $H^{(i)}$, such that

(2′) $$H^{(i)} = H_{-}^{(i)} \vee H_{+}^{(i)},\ (i = 0,1),$$

2°. $W_{\pm} : H_{\pm}^{(0)} \to H_{\pm}^{(1)}$ are unitary operators.

We defined [5] the wave functor

(3) $$\mathrm{U} : \mathscr{S}_2 \to \mathscr{W},$$

from the category $\mathscr{S}_2$ of the scattering systems to the category $\mathscr{W}$ of the „wave operators", in the following way:

I. For an object $\Sigma \in \mathscr{O}\ell\ \mathscr{S}_2$, we put $\mathrm{U}\Sigma = \mathrm{W} \in \mathscr{O}\ell\ \mathscr{W}$, where (2) is built from (1) with the subspaces $H_{\pm}^{(i)}$ given by (1′) and $W_{\pm}$ are the backward — foreward operators associated [5], [7] to the scattering system Σ and have, therefore, the following properties:

(a) $$V_{\pm} = W_{\pm}\,|D_{\pm}^{(0)};$$

(b) if we denote $U_{\pm}^{(i)}(t) = U^{(i)}(t)\,|H_{\pm}^{(i)}$, $(i = 0,1;\ \ t \in G)$, the following diagrams are commutative:

$$\begin{array}{ccc} H_{\pm}^{(0)} & \xrightarrow{U_{\pm}^{(0)}(t)} & H_{\pm}^{(0)} \\ {\scriptstyle W_{\pm}}\downarrow & (t \in G) & \downarrow{\scriptstyle W_{\pm}} \\ H_{\pm}^{(1)} & \xrightarrow[U_{\pm}^{(1)}(t)]{} & H_{\pm}^{(1)} \end{array}$$

i. e.

(3′) $$W_{\pm} U_{\pm}^{(0)}(t) = U_{\pm}^{(1)}(t) W_{\pm}, \qquad (t \in G)$$

II. For two objects $\Sigma, \widetilde{\Sigma} \in \mathcal{O}b\, \mathcal{S}_2$, we define the morphism

$$\mathbf{U}(\Sigma, \widetilde{\Sigma}): \mathrm{Hom}_{\mathcal{S}_2}(\Sigma, \widetilde{\Sigma}) \to \mathrm{Hom}_{\mathcal{W}}(W, \widetilde{W}),$$

such that if $X \in \mathrm{Hom}_{\mathcal{S}_2}(\Sigma, \widetilde{\Sigma})$, with $X = \{X^{(0)}, X^{(1)}\}$, [5], we have $Z = \mathbf{U}(\Sigma, \widetilde{\Sigma})(X)$, with $Z = \{Z^{(0)}, Z^{(1)}\}$ and $Z^{(i)} = X^{(i)}$, $(i = 0,1)$, [5].

2. Some examples concerning the wave functor [3], [4], [7], [8].

2.1. In the theory of the discrete time linear systems [8], we considered three complex Hilbert spaces: X, the state space; $\widetilde{U}$, the input space; $\widetilde{Y}$, the output space, and four linear continuous operators: A, B, C, D given by the following way::

$$\begin{array}{ccc} X & \xrightarrow{A} & X \\ {\scriptstyle B}\uparrow & & \downarrow{\scriptstyle C} \\ \widetilde{U} & \xrightarrow[D]{} & \widetilde{Y} \end{array}$$

We assumed that the time is discrete, i. e. t goes over the set Z of the integers.

The system is thought as a machine which has at the time n, the state $x(n)$ and receives an input $u(n)$.
Therefore, it modifies his state: $x(n+1)$ and produces an output: $y(n)$, according to the state equations:

(4) $$\begin{cases} x(n+1) = Ax(n) + Bu(n) \\ y(n) = Cx(n) + Du(n), \end{cases}$$

with the condition $x(0) = 0$.

We used the notation $\mathcal{S} = [A, B, C, D]$.
Let $\boldsymbol{K}$ be the direct sum:

(4′) $$\boldsymbol{K} = \ldots \oplus \overset{(-2)}{\widetilde{U}} \oplus \overset{(-1)}{\widetilde{U}} \oplus \overset{(0)}{X} \oplus \overset{(1)}{\widetilde{Y}} \oplus \overset{(2)}{\widetilde{Y}} \oplus \ldots$$

In [3], we proved that the backward and foreward wave operators for $\mathcal{S}$, $W_{\pm} : \boldsymbol{K} \to \boldsymbol{K}$, are given by the following matrices:

$$
(4''_j)\quad W_- = \begin{array}{c|ccccccc|}
 & -\infty & & & & & & +\infty \\
+\infty & CB & D & & & 0 & & \\
 & CAB & CB & D & & \vdots & & \\
 & CA^2B & CAB & CB & D & \vdots & 0 & \\
 & & CA^2B & CAB & CB & D & \vdots & \\
0 & \cdots\cdots & A^3B & \cdots & A^2B & \cdots AB \cdots & \boxed{B} & \cdots\cdots \\
 & & & & & \vdots & I & \\
 & & & & & \vdots & & I \\
-\infty & & 0 & & & \vdots & &
\end{array},
$$

$$
(4''_{jj})\quad W_+ = \begin{array}{c|ccccccc|}
 & -\infty & & & & & & +\infty \\
+\infty & B^*C^* & D^* & & & 0 & & \\
 & B^*A^*C^* & B^*C^* & D^* & & \vdots & 0 & \\
 & B^*A^{*2}C^* & B^*A^*C^* & B^*C^* & D^* & \vdots & & \\
 & & B^*A^{*2}C^* & B^*A^*C^* & B^*C^* & D^* & & \\
0 & \cdots\cdots & A^{*3}C^* & \cdots A^{*2}C^* & \cdots A^*C^* & \cdots \boxed{C^*} & \cdots & \\
 & & & & & \vdots & I & \\
 & & & & & \vdots & & I \\
-\infty & & & 0 & & \vdots & &
\end{array}
$$

Let G be equal to Z, the additive group of integers and let S be equal to Z_+, the additive semigroup of positive integers.

Then, we associated to the system $\mathscr{S}$, the scattering system

$$
(5)\qquad \Sigma_{\mathscr{S}} = \Sigma = \{H^{(i)},\ \{U^{(i)}_{(n)}\}_{n\in Z},\ D^{(i)}_{\pm},\ (i = 0,1);\ V_{\pm}\},
$$

where :

1°. the spaces $H^{(0)} = H^{(1)} = \mathrm{K}$, and the operators $\mathscr{U}^{(0)}_{(n)} = \mathscr{U}^{(1)}_{(n)}$, $n \in \pm Z_+$ are shifts and

(5′) $$U(-n) = U^{-n},\ U(0) = \mathrm{I},\ U(n) = U^n,\ n \in N,$$

where U is the right shift;

2°. the past – future subspaces are

(5″) $$D_-^{(0)} = D_-^{(1)} = \tilde{U},\ D_+^{(0)} = D_+^{(1)} = \tilde{Y};$$

the spaces $H_\pm^{(i)}$, (i = 0,1) are given by the relations:

(5‴) $$\begin{cases} H_-^{(0)} = H_-^{(1)} = \boldsymbol{K}_- = \ldots \oplus \overset{(-2)}{\tilde{U}} \oplus \overset{(-1)}{\tilde{U}} \oplus \overset{(0)}{X} \\ H_+^{(0)} = H_+^{(1)} = \boldsymbol{K}_+ = \overset{(0)}{X} \oplus \overset{(1)}{\tilde{Y}} \oplus \overset{(2)}{\tilde{Y}} \oplus \ldots \end{cases} \quad \text{and}$$

and we have

(5ᴵⱽ) $$\boldsymbol{K} = \boldsymbol{K}_- \vee \boldsymbol{K}_+;$$

3°. The identification operators are the identity operators

(5ⱽ) $$V_- = I_{\tilde{U}} \quad \text{and} \quad V_+ = I_{\tilde{Y}}$$

Then, the object $W = \mathrm{U}\ \Sigma \in \mathcal{O\!b}\ \mathcal{W}$ is given by

(6) $$W = \{H^{(i)};\ H_\pm^{(i)},\ (i = 0,1),\ W_\pm\}$$

where $H^{(i)}$, $H_\pm^{(i)}$, $(i = 0,1)$, are the previous spaces and the operators $W_\pm$ are the restrictions $W_\pm : H_\pm^{(0)} \to H_\pm^{(1)}$ of the wave operators given by the relations $(4_j'')$ and $(4_{jj}'')$.

We may also consider the scattering system Σ^* associated to the adjoint linear system $\mathcal{S}^*$ [3], [4], [8] and we shall called it the adjoint scattering system of Σ.

2.2. Let now assume that the system $\mathcal{S}$ is non – linear, i.e. the state equations (4) are replaced by more general equations [9]:

(7) $$\begin{cases} x(n+1) = \delta(x(n),\ u(n)) \\ y(n) = \lambda\,(x(n), u(n), \end{cases}$$

where δ and λ are non – linear functions of their arguments.

We supposed that the system $\mathscr{S}$ is balanced, i. e. $\tilde{U} = \tilde{Y} \subseteq X$ and patient, i. e, we may retain an element denoted by „$-$" in $\tilde{U} = \tilde{Y}$, such that :

$$(7') \qquad \delta(-,\ -) = - \text{ and } \lambda(-,\ -) = -.$$

This time, we denote [4] by

$$(7'') \quad \begin{cases} \boldsymbol{K}_- = \{k_+ \in \boldsymbol{K};\ k_+ = (\ldots, u_{-2}, u_{-1}, \boxed{x}, y_1, y_2, \ldots, y_n, -, -, \ldots\ n \in N\} \\ \boldsymbol{K}_+ = \{k_- \in \boldsymbol{K};\ k_- = (\ldots, -, -, u_{-n}, \ldots, u_{-2}\, u_{-1}, \boxed{x}, y_1, y_2, \ldots), n \in N\}. \end{cases}$$

We proved [4] that the backward wave operator

$$W_- : \boldsymbol{K}_+ \to \boldsymbol{K}_+$$

is given by the relation :

$$(7'_j{}'') \quad W_- k_+ = (\ldots, u_{-1}, \underline{\boxed{\delta^{n+1}(-, y_n, \ldots, y_1, x)}}, \lambda\delta^n(-, y_n, \ldots, y_1, x), \ldots$$

$$\ldots, \lambda\delta(-, y_n, y_{n-1}), \lambda(-, y_n), -, -, \ldots),$$

where we denoted by :

$$(7_j^{IV}) \quad \begin{cases} \delta^{n+1}(-, y_n, y_{n-1}, \ldots, y_1, x) = \underbrace{\delta(\delta(\delta(\ldots(\delta(-, y_n)\ y_{n-1}), \ldots), y_1), x)}_{(n+1)\text{ times}}, \\ \lambda\delta^n(-, y_n, y_{n-1}, \ldots, y_1, x) = \underbrace{\lambda(\delta(\delta\ldots(\delta(-, y_n), y_{n-1}), \ldots), y_1), x)}_{n\text{ times}} \\ \lambda\delta(-, y_n, y_{n-1}) = \lambda(\delta(-, y_n), y_{n-1}); \end{cases}$$

and the foreward wave operator

$$W_+ : \boldsymbol{K}_- \to \boldsymbol{K}_-,$$

is given by the relation

$$(7''_{jj}) \quad W_+ k_- = (\ldots, -, -, \lambda^*(-, u_{-n}), \lambda^*\delta^*(-, u_{-n}, u_{-(n-1)}), \ldots$$

$$\ldots, \lambda^*\delta^*(-, u_{-n}, \ldots, u_{-1}, x), \underline{\boxed{\delta^{*n+1}(-, u_{-n}, \ldots, u_{-1}, x)}}, y_1, y_2, \ldots),$$

where we used notations similar to the notations (7_j^{IV}), associated to the adjoint system $\mathcal{S}^*$ given [4] by the state equations:

$$(8) \qquad \begin{cases} x(n-1) = \delta^*(x(n),\ y(n)) \\ u(n) = \lambda^*(x(n),\ y(n)), \end{cases}$$

where δ^* and λ^* are non − linear functions of their arguments, such that:

$$(8') \qquad \delta^*(-,\ -,) = -_{\infty} \text{ and } \lambda^*(-,\ -,) = -,$$

and are satisfied the compatibility relations, for $n \in \mathbf{N}$,

$$(8_j'') \qquad \begin{cases} \delta(\delta^*(x(n),\ y(n+1)),\ \lambda^*(x(n),\ y(n+1))) = x(n) \\ \lambda(\delta^*(x(n),\ y(n+1)),\ \lambda^*(x(n),\ y(n+1))) = y(n+1), \end{cases}$$

and

$$(8_{jj}'') \qquad \begin{cases} \delta^*(\delta(x(n),\ u(n-1)),\ \lambda(x(n),\ u(n-1))) = x(n) \\ \lambda^*(\delta(x(n),\ u(n-1)),\ \lambda(x(n),\ u(n-1))) = u(n-1). \end{cases}$$

Then, we associated to the system $\mathcal{S}$, the scattering system

$$(9) \qquad \Sigma_{\mathcal{S}} = \Sigma = \{H^{(i)},\ \{U^{(i)}(n)\}_{n\in Z},\ D_{\pm}^{(i)},\ (i = 0,1);\ V_{\pm}\},$$

where the spaces $H^{(i)}$, the operators $U^{(i)}(n)$, $n \in Z$, the subspaces $D_{\pm}^{(i)}$ and the operators $V_{\pm}$ are the same entities as in the case of a linear system, with the unique modification, due to the new notation [4]:

$$(9') \qquad H_{-}^{(0)} = H_{-}^{(1)} = \boldsymbol{K}_{+} \text{ and } H_{+}^{(0)} = H_{+}^{(1)} = \boldsymbol{K}_{-}.$$

(with the observation that in the virtue of the action of the operators $W_{\pm}$ on the elements k_+, k_- given by $(7_j''')$, $(7_{jj}''')$, we may identify the elements k_+, k_-, respectively, with the elements $k'_+ = (\ldots,\ -,\ \boxed{x},\ y_1,\ y_2, \ldots,\ y_n,\ -,\ -, \ldots)$ and $k'_- = (\ldots,\ -,\ -,\ u_n\ , \ldots, u_{-1},\ \boxed{x},\ -,\ -,\ \ldots)$, and therefore we may define the spaces $\boldsymbol{K}_{\pm}$ in a more simple way).
Then, the object $W = \mathrm{U}\ \Sigma \in \mathcal{O}\mathcal{C}\ \mathcal{W}$ is defined in a similar way, but the operators $\mathrm{W}_{\pm}$ are the restrictions $\mathrm{W}_{\pm} : \mathrm{H}_{\pm}^{(0)} \to \mathrm{H}_{\pm}^{(1)}$ of the wave operators given by the relations $(7_j''')$ and $(7_{jj}''')$, which become, for a linear system, the relations $(4_j'')$ and $(4_{jj}'')$.

We may also consider the scattering system Σ^* associated to the adjoint non−linear system $\mathcal{S}^*$ [4], [9] and we shall called it the adjoint scattering system of Σ.

2.3. Let Ω be the category of the complex Hilbert spaces and of the linear continuous operators between these spaces [6].
Let $\omega = \{\boldsymbol{H}; T\}$ be an object of this category. Therefore, $\boldsymbol{H}$ is a complex Hilbert space and $T: \boldsymbol{H} \to \boldsymbol{H}$ is a linear continuous operator on $\boldsymbol{H}$.
We denoted the operators :

$$D_T = |I_{\boldsymbol{H}} - T^*T|^{\frac{1}{2}} = \int_0^\infty \sqrt{1-\lambda^2}\, dE_\lambda, \tag{10}$$

$$J_T = \operatorname{sgn}(I_{\boldsymbol{H}} - T^*T) = \int_0^\infty \operatorname{sgn}(1-\lambda^2)\, dE_\lambda,$$

where the modulus of the operator T has the spectral representation :

$$|T| = (T^*T)^{\frac{1}{2}} = \int_0^\infty \lambda\, dE_\lambda,$$

and also, we denoted the operators :

$$D_{T^*} = |I_{\boldsymbol{H}} - TT^*|^{\frac{1}{2}} = \int_0^\infty \sqrt{1-\lambda^2}\, dF_\lambda, \tag{10'}$$

$$J_{T^*} = \operatorname{sgn}(I_{\boldsymbol{H}} - TT^*) = \int_0^\infty \operatorname{sgn}(1-\lambda^2)\, dF_\lambda,$$

where the modulus of the operator T^* has the spectral representation

$$|T^*| = (TT^*)^{\frac{1}{2}} = \int_0^\infty \lambda\, dF_\lambda;$$

we denoted, too, the subspaces of the space $\boldsymbol{H}$:

$$\boldsymbol{D}_T = \overline{D_T \boldsymbol{H}} \text{ and } \boldsymbol{D}_{T^*} = \overline{D_{T^*} \boldsymbol{H}}; \tag{10''}$$

(nd we considered the direct sums ;

$$\boldsymbol{K} = \ldots \oplus \overset{(-2)}{\boldsymbol{D}_{T^*}} \oplus \overset{(-1)}{\boldsymbol{D}_{T^*}} \oplus \overset{(0)}{\boldsymbol{H}} \oplus \overset{(1)}{\boldsymbol{D}_T} \oplus \overset{(2)}{\boldsymbol{D}_T} \oplus \ldots, \tag{11}$$

and

$$(11') \qquad \begin{cases} \boldsymbol{K}_- = \ldots \oplus \overset{(-2)}{\boldsymbol{D}}_{T^*} \oplus \overset{(-1)}{\boldsymbol{D}}_{T^*} \oplus \overset{(0)}{\boldsymbol{H}}; \\ \boldsymbol{K}_+ = \overset{(0)}{\boldsymbol{H}} \oplus \overset{(1)}{\boldsymbol{D}}_T \oplus \overset{(2)}{\boldsymbol{D}}_T \oplus \ldots; \end{cases}$$

We have the relation

$$(11') \qquad \boldsymbol{K} = \boldsymbol{K}_- \vee \boldsymbol{K}_+$$

In the paper [3], we associated to the object $\omega = \{\boldsymbol{H}; T\}$ of the category Ω, the discrete time linear system

$$(12) \qquad \mathscr{S}_\omega = [T,\ D_{T^*},\ D_T,\ -T^*J_{T^*}],$$

for which we have the state, input and output spaces:

$$(12') \qquad X = \boldsymbol{H},\ \tilde{U} = \boldsymbol{D}_{T^*},\ \tilde{Y} = \boldsymbol{D}_T,$$

and the operators:

$$(12'') \qquad A = T,\ B = D_{T^*},\ C = D_T,\ D = -T^*J_{T^*},$$

Then, the scattering system associated to the system $\mathscr{S}_\omega$ is given by

$$(13) \qquad \Sigma_{\mathscr{S}_\omega} = \Sigma_\omega = \{H^{(i)},\ \{U^{(i)}_{(n)}\}_{n \in Z},\ D^{(i)}_\pm,\ (i = 0,1);\ V_\pm\},$$

where, therefore:

1°. the spaces $H^{(0)} = H^{(1)} = \boldsymbol{K}$ and the operators

$U^{(0)}(n) = U^{(1)}(n)$, $n \in \pm Z_+$, are shifts and

$$(13') \qquad U(-n) = U^{-n},\ U(0) = I,\ U(n) = U^n,\ n \in N,$$

where U is the right shift;

2°. the past – future subspaces are

$$(13'') \qquad D^{(0)}_- = D^{(1)}_- = \boldsymbol{D}_{T^*},\ D^{(0)}_+ = D^{(1)}_+ = \boldsymbol{D}_T;$$

the spaces $H_{\pm}^{(i)}$, $(i = 0,1)$ are given by the relations:

$$(13''') \qquad \begin{cases} H_{-}^{(0)} = H_{+}^{(1)} = \boldsymbol{K}_{-} \ldots + \overset{(-2)}{\boldsymbol{D}_{T}*} + \overset{(1-)}{\boldsymbol{D}_{T}*} + \overset{(0)}{\boldsymbol{H}} \\ H_{+}^{(0)} = H_{+}^{(1)} = \boldsymbol{K} = \overset{(0)}{\boldsymbol{H}} \oplus \overset{(1)}{\boldsymbol{D}_{T}} \oplus \overset{(2)}{\boldsymbol{D}_{T}} \oplus \ldots, \end{cases} \quad \text{and}$$

and we have

$$(13^{IV}) \qquad \boldsymbol{K} = \boldsymbol{K}_{-} \vee \boldsymbol{K}_{+};$$

3°. the identification operators are the identity operators

$$(13^{V}) \qquad V_{-} = I_{\boldsymbol{D}_{T}*} \quad \text{and} \quad V_{+} = I_{\boldsymbol{D}_{T}}.$$

Then, the object $W_{\omega} = U\Sigma_{\omega} \in \mathcal{OC}\ \mathcal{W}$ is given by

$$(14) \qquad W_{\omega} = \{H^{(i)};\ H_{\pm}^{(i)},\ (i = 0,1),\ W_{\pm}\},$$

where $H^{(i)}$, $H_{\pm}^{(i)}$ $(i = 0,1)$ are the previous spaces and the operators $W_{\pm}$ are the restrictions $W_{\pm} : H_{\pm}^{(0)} \to H_{\pm}^{(1)}$ of the wave operators given by the relations $(4_{j}'')$ and $(4_{jj}'')$ with (12'') and, therefore, also with (12''') $A* = T*$, $B* = D_{T}*$, $C* = D_{T}$, $D* = -J_{T}*T$,
which define the adjoint system

$$(12^{IV}) \qquad \mathcal{S}_{\omega}^{*} = [T*,\ D_{T},\ D_{T}* - J_{T}*T].$$

We may also associate to the system $\mathcal{S}_{\omega}^{*}$ a scattering system $\Sigma_{\mathcal{S}_{\omega}^{*}} = \Sigma_{\omega}^{*}$, and we shall called it the adjoint system of Σ_{ω}.

We have

$$(15) \qquad \Sigma_{\omega}^{*} = \{H^{(i)}*,\ \{U^{(i)}*(n)\}_{n\in Z},\quad D_{\pm}^{(i)}*,\ (i = 0,1);\ V_{\pm}^{*}\},$$

with [3]:

1°. (15') $H^{(0)}* = H^{(1)}* = \boldsymbol{K}* = \ldots \oplus \overset{(-2)}{\boldsymbol{D}_{T}} \oplus \overset{(-1)}{\boldsymbol{D}_{T}} \oplus \overset{(0)}{\boldsymbol{H}} \oplus \overset{(1)}{\boldsymbol{D}_{T}}* \oplus \overset{(2)}{\boldsymbol{D}_{T}}* \oplus \ldots$
and the operators $U^{(i)}*(n) = U^{(i)}(n)$ given by (13');

2°. (15'') $D_{-}^{(0)}* = D_{-}^{(1)}* = \boldsymbol{D}_{T}$, $D_{+}^{(0)}* = D_{+}^{(1)}* = \boldsymbol{D}_{T}*$; and

$$(15''') \qquad \begin{cases} H_{-}^{(0)}* = H_{-}^{(1)}* = \boldsymbol{K}_{-}^{*} = \ldots \oplus \overset{(-2)}{\boldsymbol{D}_{T}} \oplus \overset{(-1)}{\boldsymbol{D}_{T}} \oplus \overset{(0)}{\boldsymbol{H}}, \\ H_{+}^{(0)}* = H_{+}^{(1)}* = \boldsymbol{K}_{+}^{*} = \overset{(0)}{\boldsymbol{H}} \oplus \overset{(1)}{\boldsymbol{D}_{T}}* \oplus \overset{(2)}{\boldsymbol{D}_{T}}* \oplus \ldots; \end{cases}$$

3°. $V_{-}^{*} = I_{\boldsymbol{D}_{T}}$ and $V_{+}^{*} = I_{\boldsymbol{D}_{T}*}$.

Then, the object $W_\omega^* = U\Sigma_\omega^* \in \mathcal{O}\mathcal{b}\ \mathcal{W}$ is given by:

$$W_\omega^* = \{H^{(i)*};\ H_\pm^{(i)*},\ (i = 0,1);\ W_\pm^*\}, \tag{16}$$

where $H^{(i)*}$, $H_\pm^{(i)*}$, $(i = 0,1)$, are the previous spaces and [3]

$$W_-^* = W_+,\quad W_+^* = W_- \tag{17}$$

In the examples 2.1. and 2.2 we may considered in a similar way, the adjoint scattering system Σ^* of Σ. [3], [4].

2.4. If $\omega_1 \in \mathcal{O}\mathcal{b}\ \Omega_1$, i.e. T is a contraction and the associated system

$$\mathcal{S}_{\omega_1} = [T,\ D_{T^*},\ D_T,\ -T^*] \tag{18}$$

is called a standard unitary sistem.

We may reproduce, for this particular casse, all the case 2.3. But we may [11] also consider the unitary dilation $\omega = \{\boldsymbol{K};\ U\}$ of the contraction T and repeat the case 2.3 where, this time, the operators are $U_{(n)}^{(0)} = U_{(n)}^{(1)} = U^n$, $n \in Z$.

REFERENCES

[1] *I. Bucur — A Deleanu*, Introduction to the theory of categories and functors, 1968

[2] *C. Davis—C. Foiaș*, Operators with bounded characteristic functions and their J-unitary dilations, Acta scient. math. 32 (1971), pp. 127—139.

[3] *E. Deciu*, Contributions to the connexion between the operatorial- modelys, theorsthe dicrete time linear systems th eory and scattering theory, Studii și cercetări matematice TOM 32 (1980), N°4, pp. 409—424

[4] *E. Deciu*, On the adjoint system of a discrete time non-linear system and on the duality of the scattering theory, Rev. de math. pures et appl, TOME XXV, nr. 4, (1980) pp. 525 — 538.

[5] *E. Deciu*, On the wave functor Buletinul IPB Seria Electrotehnică, TOM XLII, N°2, (1980), pp. 3 — 10.

[6] *C. Foiaș*, Some applications of structural models for operators on Hilbert spaces. Proc. Intern. Congr. of Math. Nice, Sept. 1970, T 2, Gauthier — Villars (Paris, 1971), pp. 433— 440.

[7] *C. Foiaș*, Seminar of scattering theory, Mathematical Institute of Bucharest, 1973.

[8] *J. W. Helton* Discrete time system, operator models and scattering theory, J. Functional Analysis, 16 (1974), pp. 15— 38

[9] *F. J. Helton J. W. Helton*, Scattering theory for computers and other non — linear systems Preprint.

[10] *P. D. Lax— R. S. Phillips*, Scattering theory, Academic Press, New York, 1967.

[11] *B. Sz-Nagy—C. Foiaș*, Harmonic Analysis of Operators on Hilbert Space, Budapest-Amsterdam, London, 1970.

Unele exemple privind functorul de undă și teoria scatteringului pentru sisteme liniare și neliniare cu timp discret.

Într-o lucrare anterioară [5] am definit categoria $\mathscr{S}_2$ a sistemelor de scattering, categoria $\mathscr{W}$ a „operatorilor de undă" și functorul de undă U de la $\mathscr{S}_2$ și $\mathscr{W}$.

În această lucrare, am dat unele exemple concrete privind functorul de undă în contextul teoriei modelelor operatoriale [6] și în contextul teoriei sistemelor liniare și neliniare cu timp discret [3], [4], [8], [9].

Am definit noțiunea de sistem de scattering adjunct asociat unui sistem liniar sau neliniar cu timp discret.

Această lucrare a fost comunicată la o sesiune științifică ținută în Institutul Politehnic București.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 2

MECANICĂ

C.Z. :517.919

ETUDE DU CHOC DU SOLIDE EN MOUVEMENT DE TRANSLATION A L'AIDE DES VECTEURS DUELS

DUMITRU VOICULESCU, ȘTEFAN STAICU*

L'article étudie le choc du solide en mouvement de translation, en utilisant la théorie des vecteurs duels.

A partir des équations générales du choc, écrites sous la forme duelle, on obtient quelques cas particuliers intéressants concernant la distribution des vitesses à la fin du choc.

On considère un solide de masse m, animé d'un mouvement de translation, sur lequel on applique une percution connue $\hat{\mathcal{P}}$ à un point quelconque A.

En connaissant la vitesse $\vec{v}_c'$ du centre de gravité C du solide au début du choc, nous proposons de déterminer les paramètres cinématiques $\vec{v}_c''$, $\vec{\omega}''$ à la fin du choc. Ceux-ci représentent, en effet, la vitesse initiale du centre de gravité et respectivement la vitesse angulaire initiale autour de ce centre pour le mouvement général du solide commençant juste après le choc (fig. 1).

Dans ce but, on va rapporter le solide, pendant la durée du choc, à un trièdre mobile lié au solide $Cxyz$, ayant l'origine au centre des masses C et les axes Cx, Cy, Cz orientés suivant les directions principales et centrales d'inertie.

Pour faire l'étude de ce problème nous utiliserons la théorie des vecteurs duels. Les vecteurs $\vec{\omega}''$ et $\vec{v}_c''$ définissent un vecteur duel appelé vitesse duelle du solide à la fin du choc. Si $(\omega_x'', \omega_y'', \omega_z'')$ et $(v_{cx}'', v_{cy}'', v_{cz}'')$

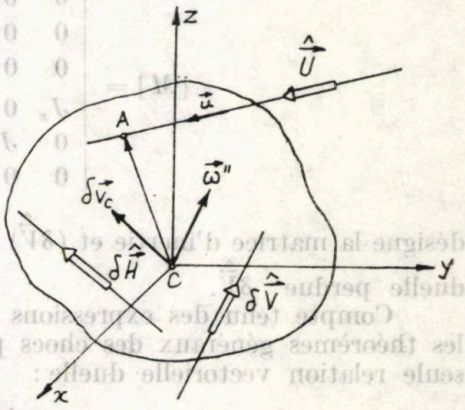


Fig. 1

* Professeur ; Maître-Assistant, Chaire de Mécanique
Ouvrage reçu à la rédaction le 20 décembre 1980

sont les projections cartésiennes des deux vecteurs, alors la vitesse duelle $\hat{\vec{V}}''$ peut s'écrire à l'aide des coordonnées plückeriennes :

$$\hat{\vec{V}}'' = (\omega_x'', \ \omega_y'', \ \omega_z'', \ v_{cx}'', \ v_{cy}'', \ v_{cz}''). \tag{1}$$

Cette vitesse duelle aura pour support l'axe instantané même de la vis du mouvement du solide.

De même, on peut définir la vitesse duelle du solide au début du choc $\hat{\vec{V}}' = (0, 0, 0, v_{cx}', v_{cy}', v_{cz}')$ et le vecteur duel de la vitesse perdue du solide pendant la durée du choc $\delta\hat{\vec{V}} = (\omega_x'', \ \omega_y'', \ \omega_z'', \ \delta v_{cx}, \ \delta v_{cy}, \ \delta v_{cz})$.

La variation de l'état cinétique du solide, au cours du choc, caractérisée par le saut de la quantité de mouvement

$$\delta\vec{h} = m\delta v_{cx}\vec{i} + m\delta v_{cy}\vec{j} + m\delta v_{cz}\vec{k} \tag{2}$$

et du moment cinétique par rapport au centre de gravité

$$\delta\vec{K}_c = J_x\omega_x''\vec{i} + J_y\omega_y''\vec{j} + J_z\omega_z''\vec{k}, \tag{3}$$

peut être définie aussi, à l'aide du vecteur duel

$$\delta\hat{\vec{H}} = (m\delta v_{cx}, m\delta v_{cy}, m\delta v_{cz}, J_x\omega_x'', J_y\omega_y'' J_z\omega_z''). \tag{4}$$

Ce vecteur duel peut être exprimé par le produit matriciel

$$\delta\hat{\vec{H}} = [M](\hat{\vec{V}}'' - \hat{\vec{V}}') = [M]\cdot(\delta\hat{\vec{V}}), \tag{5}$$

où

$$[M] = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m \\ J_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_z & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \tag{6}$$

désigne la matrice d'inertie et $(\delta\hat{\vec{V}})$ est la matrice – colonne de la vitesse duelle perdue $\delta\hat{\vec{V}}$.

Compte tenu des expressions duelles des vecteurs définis là-dessus, les théorèmes généraux des chocs pourront s'écrire sous la forme d'une seule relation vectorielle duelle :

$$\delta\hat{\vec{H}} = \mathfrak{Q}\hat{\vec{U}}, \tag{7}$$

où $\hat{\vec{U}}$ désigne le vecteur duel unitaire du yerseur $\vec{u}$ et du vecteur $\overrightarrow{CA} \wedge \vec{u}$, ayant pour support l'axe d'action de la percution $\mathfrak{Q}$.

Compte tenu de (5), la relation (7) va donner le saut de la vitesse du solide

$$\delta\hat{\vec{V}} = \mathfrak{A}[M]^{-1} \cdot (\hat{\vec{U}}), \tag{8}$$

où

$$[M]^{-1} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & J_x^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_y^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_z^{-1} \\ m^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m^{-1} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \tag{9}$$

représente la matrice inverse d'inertie et $(\hat{\vec{U}})$ est la matrice — colonne du vecteur duel unitaire $\hat{\vec{U}}$.

Le problème posé pourrait prendre des solutions intéressantes en appliquant certaines méthodes énergétiques.

Faisons, dans ce but, le produit réciproque de la relation duelle (7) par la vitesse duelle perdue du solide $\delta\hat{\vec{V}}$; on obtient l'équation

$$\delta\hat{\vec{H}} * \delta\hat{\vec{V}} = \mathfrak{A}\hat{\vec{U}} * \delta\hat{\vec{V}}, \tag{10}$$

désignant justement le *théorème de Kelvin* concernant l'énergie cinétique des vitesses perdues au cours du choc.

En suite, calculons le produit réciproque de la même relation (7) par les vitesses duelles $\hat{\vec{V}}'$ et $\hat{\vec{V}}''$:

$$\delta\hat{\vec{H}} * \hat{\vec{V}}' = \mathfrak{A}\hat{\vec{U}} * \hat{\vec{V}}', \quad \delta\hat{\vec{H}} * \hat{\vec{V}}'' = \mathfrak{A}\hat{\vec{U}} * \hat{\vec{V}}''. \tag{11}$$

En faisant la diférence entre la somme de ces relations et l'équation (10) et en remarquant que

$$\hat{\vec{H}}' * \hat{\vec{V}}'' = \hat{\vec{H}}'' * \hat{\vec{V}}', \tag{12}$$

on obtient le *théorème de l'énergie cinétique*

$$\delta E - E_0 = \mathfrak{A}\hat{\vec{U}} * \hat{\vec{V}}', \tag{13}$$

où on a noté

$E_0 = \frac{1}{2}\,\delta\hat{\vec{H}} * \delta\hat{\vec{V}}$ — énergie cinétique des vitesses perdues au cours du choc

$\delta E = E'' - E' = \frac{1}{2}(\hat{\vec{H}}'' * \vec{V}'' - \hat{\vec{H}}' * \hat{\vec{V}}')$ — saut de l'énergie cinétique pendant la durée du choc.

En utilisant les coordonnées plückeriennes pour le vecteur duel unitaire

$$\hat{\vec{U}} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3), \tag{14}$$

où

$$\alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2 + \alpha_3\beta_3 = 0, \ \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 = 1, \tag{15}$$

la relation (8) conduit à :

$$\begin{gathered}\delta v_{cx} = \mathfrak{P} m^{-1}\alpha_1, \ \delta v_{cy} = \mathfrak{P} m^{-1}\alpha_2, \ \delta v_{cz} = \mathfrak{P} m^{-1}\alpha_3 \\ \omega_x'' = \mathfrak{P} J_x^{-1}\beta_1, \ \omega_y'' = \mathfrak{P} J_y^{-1}\beta_2, \ \omega_z'' = \mathfrak{P} J_z^{-1}\beta_3.\end{gathered} \tag{16}$$

De même, les théorèmes de l'énergie cinétique (10) et (13) deviennent

$$\begin{gathered}m(\delta v_c)^2 + J_x\omega_x''^2 + J_y\omega_y''^2 + J_z\omega_z''^2 = \mathfrak{P}(\alpha_1\delta v_{cx} + \alpha_2\delta v_{cy} + \\ + \alpha_3\delta v_{cz} + \beta_1\omega_x'' + \beta_2\omega_y'' + \beta_3\omega_z'')\end{gathered} \tag{17}$$

respectivement

$$\delta(\vec{v}_c)^2 - (\delta\vec{v}_c)^2 = 2\mathfrak{P} m^{-1}(\alpha_1 v_{cx}' + \alpha_2 v_{cy}' + \alpha_3 v_{cz}'). \tag{18}$$

Remarques

1°. Pour que le mouvement du solide à la fin du choc corresponde toujours à une translation instantanée il faut que le vecteur duel $\hat{\vec{V}}''$ ait son axe situé à l'infini ; on a, donc

$$\hat{\vec{V}}'' = (0, 0, 0, \delta v_{cx}, \delta v_{cy}, \delta v_{cy}), \tag{19}$$

d'où on tire

$$\beta_1 = 0, \ \beta_2 = 0, \ \beta_3 = 0. \tag{20}$$

Alors, la percution extérieure $\vec{\mathfrak{P}}$ est centrale et aura pour support la droite

$$\frac{x}{\alpha_1} = \frac{y}{\alpha_2} = \frac{z}{\alpha_3}. \tag{21}$$

2°. Pour que le mouvement du solide caractérise, à la fin du choc, une rotation instantanée autour d'un axe passant par un point $I(a, b, c)$ du solide il faut que le pas du vecteur duel $\hat{\vec{V}}''$ soit nul ; il s'ensuit

$$\vec{v}'' = \vec{\omega}'' \wedge \vec{IC}, \tag{22}$$

d'où on déduit le système

$$\left(\frac{\alpha_2 b}{J_z} + \frac{\alpha_3 c}{J_y}\right) x - \frac{\alpha_1 b}{J_z} y - \frac{\alpha_1 c}{J_y} z = \frac{\alpha_1}{M} + \frac{v_{cx}'}{\mathfrak{P}}$$

$$-\frac{\alpha_2 a}{J_z}x+\left(\frac{\alpha_3 c}{J_x}+\frac{\alpha_1 a}{J_z}\right)y-\frac{\alpha_2 c}{J_x}z=\frac{\alpha_2}{M}+\frac{v'_{cy}}{\mathfrak{Q}} \tag{23}$$

$$-\frac{\alpha_3 a}{J_y}x-\frac{\alpha_3 b}{J_x}y+\left(\frac{\alpha_1 a}{J_y}+\frac{\alpha_2 b}{J_y}\right)z=\frac{\alpha_3}{M}+\frac{v'_{cz}}{\mathfrak{Q}}.$$

Le déterminant principal Δ du système est égal à zero. Pour que le système (23) soit compatible et simplement indéterminé il faut que le déterminant caractéristique soit également nul

$$\overrightarrow{CI}\cdot(\vec{\mathfrak{Q}}+M\vec{v}'_c)=a(\mathfrak{Q}\alpha_1+Mv'_{cx})+b(\mathfrak{Q}\alpha_2+Mv'_{cy})+c(\mathfrak{Q}\alpha_3+Mv'_{cz})=0. \tag{24}$$

Donc, la percution sera appliquée aux points d'une droite définie par deux des équations (23), quant à la direction, celle-là satisfera la condition (24).

Le cas où le solide est brusquement fixé à son point I, équivaut à l'introduction d'une liaison rigide, persistente à ce point.

En particulier, analysons le cas de la rotation instantanée autour du centre de gravité du solide, où $a=0$, $b=0$, $c=0$; on obtient les conditions

$$\frac{v'_{cx}}{\alpha_1}=\frac{v'_{cy}}{\alpha_2}=\frac{v'_{cz}}{\alpha_3}=-\mathfrak{Q}m^{-1}. \tag{25}$$

Celles-ci nous montrent qu'il suffit que la percution soit appliquée à un point quelconque du solide, en sens contraire du vecteur $\vec{v}'_c$, avec l'intensité mv'_c.

3°. Pour que le solide continue le mouvement, après le choc, en commençant par une distribution des vitesses caractérisant un mouvement hélicoïdal autour d'un axe instantané passant par I(a, b, c) il faut que le vecteur duel $\hat{\vec{V}}''$ ait le pas p donné:

$$\frac{v''_{cx}-b\omega''_z+c\omega''_y}{\omega''_x}=\frac{v''_{cy}-c\omega''_x+a\omega''_z}{\omega''_y}=\frac{v''_{cz}-a\omega''_y+b\omega''_x}{\omega''_z}=p. \tag{26}$$

Afin de simplifier les calculs on va considérer le cas du mouvement hélicoïdal autour d'un axe passant par le centre des masses $C(a=0,\ b=0,\ c=0)$; on obtient le système

$$\alpha_3 y-\alpha_2 z=\frac{J_x}{p}\left(\frac{\alpha_1}{M}+\frac{v'_{cx}}{\mathfrak{Q}}\right)$$

$$\alpha_1 z-\alpha_3 x=\frac{J_y}{p}\left(\frac{\alpha_2}{M}+\frac{v'_{cy}}{\mathfrak{Q}}\right)$$

$$\alpha_2 x-\alpha_1 y=\frac{J_z}{p}\left(\frac{\alpha_3}{M}+\frac{v'_{cz}}{\mathfrak{Q}}\right), \tag{27}$$

désigant une famille d'axes de percution, définie par le paramètre p. Ce cas correspond au mouvement général du solide, parce que sa distribution des vitesses est réductible à celle du mouvement hélicoïdal.

4°. Pour que le solide s'arrête brusquement, à la suite de l'application d'une percution $\vec{\mathfrak{P}}$ à un certain point, la vitesse duelle $\hat{V}''$ doit remplir la condition

$$\hat{V}'' = \hat{0}, \tag{28}$$

d'où on tire les relations

$$\frac{x}{\alpha_1} = \frac{y}{\alpha_2} = \frac{z}{\alpha_3} \tag{29}$$

$$\frac{v'_{cy}}{\alpha_1} = \frac{v'_{cy}}{\alpha_2} = \frac{v'_{cz}}{\alpha_3} = -\mathfrak{P}m^{-1}.$$

Alors, l'arrêt instantané du solide est bien possible à condition que la percution soit appliquée sur un axe passant par le centre de gravité C, en sens contraire à la vitesse $\vec{v}'_c$, à l'intensite mv'_c.

BIBLIOGRAPHIE

1. *M. Roy*, Mécanique, I. Corps rigides, Dunod, Paris, 1965.
2. *V. Vâlcovici, Şt. Bălan, R. Voinea*, Mecanică teoretică, Edit. tehnică, 1968.
3. *N. Pandrea, D. Voiculescu*, Analyse des déplacements finis et des vitesses des rigides par la théorie des vis, Rev. Roum. Sci. Techn., Méc. Appl., 20, 3, 1975.
4. *Şt. Staicu*, Mecanica. Dinamica şi elemente de Mecanica fluidelor, Litografia I.P. Buc. 1973.
5. *N. Pandrea*, Studiul general al ciocnirilor cu ajutorul teoriei vectorilor duali, St. Cerc. Mec. Apl., 36, 6, 1977.
6. *Şt. Staicu*, Metode energetice pentru studiul ciocnirilor, St. Cerc. Mec. Apl., 35, 4, 1976.

Studiul ciocnirii solidului în mişcarea de translaţie cu ajutorul vectorilor duali

Lucrarea studiază ciocnirea solidului în mişcarea de translaţie utilizînd teoria vectorilor duali.

Pornind de la ecuaţiile generale ale ciocnirii, scrise sub formă duală, se obţin unele cazuri particulare interesante privind distribuţiile de viteze de la sfîrşitul ciocnirii.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 2

C.Z.: 517.942 : 532.13

SUR UN CORPS BINGHAM GENERALISE ET SES EQUATIONS DU MOUVEMENT

EUGEN DECIU *

On étudie un milieu non-newtonien non linéaire viscoplastique incompressible, pour lequel, après la limite d'écoulement τ_0, on accepte une dépendance de la contrainte par rapport à la vitesse de déformation exprimée par une fonction du II-ième degré. Ce milieu est appelé Bingham généralisé. Dans l'article on propose l'équation constitutive et on établi les équations du mouvement, qui généralisent les équations connues et utilisées usuellement.

Dans l'étude des milieux continus déformables on accepte dans certains cas le modèle du corps Bingham. Il est connu que pour le corps Bingham après la limite d'écoulement τ_0, il y a une dépendance linéaire de la contrainte τ_{xy} par rapport à la vitesse de déformation dv_x/dy (fig. 1).

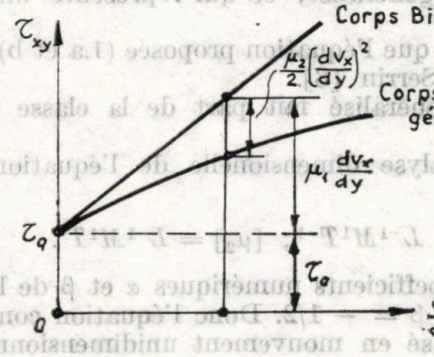


Fig. 1

Pour nombreux corps déformables, après la limite d'écoulement τ_0, la dépendance de la contrainte par rapport à la vitesse de déformation est non linéaire et par conséquence, l'utilisation dans ces situations d'un modèle Bingham peut être interprété comme une approximation. Pour

Ouvrage reçu à la rédaction 1 décembre 1980
* Maître-Assistant, dr. ing., Chaire de Mécanique

mieux modeler ces milieux déformables viscoplastiques incompressibles, dans cet article on introduit le modèle d'un corps non linéaire, qui serra appelé *corps Bingham généralisé*. Pour ce corps en mouvement unidimensionnel on propose l'équation constitutive

$$\tau_{xy} = S_{xy}\tau_0 + \alpha\mu_1\dot{\gamma}_{xy} + S_{xy}\beta\mu_2(\dot{\gamma}_{xy})^2 \qquad (1.a)$$

où $S_{xy} = \operatorname{sign}\dot{\gamma}_{xy}$, $\dot{\gamma}_{xy} = \dfrac{dv_x}{dy}$ est la vitesse de déformation, τ_0 — la limite d'écoulement, μ_1 — le coefficient de viscosité dynamique du I-er ordre, μ_2 — le coefficient de viscosité dynamique du II-ième ordre, α et β — coefficients numériques. Les coefficients de viscosité dynamique sont constants.

L'équation constitutive (1.a) peut être écrite aussi

$$\tau_{xy} = S_{xy}\tau_0 + \alpha\mu_1\frac{dv_x}{dy} + S_{xy}\beta\mu_2\left(\frac{dv_x}{dy}\right)^2 \qquad (1.b)$$

où $S_{xy} = \operatorname{sign}\dfrac{dv_x}{dy}$.

Faisant une comparaison entre l'équation constitutive (1.a et b) et celles utilisées usuellement, on voit que l'équation proposé dans cet article est plus générale. La dépendance non linéaire de la contrainte par rapport à la vitesse de déformation est exprimée par une fonction du II-ième degré. On peut aprécier que cette lois de variation approche le modèle théorique par rapport aux expériences. On observe encore, que les équations constitutives pour les corps newtonien, Bingham et pseudo-plastique peuvent être obtenues par particularisation de l'équation constitutive du corps Bingham généralisé, ce qui représente une justification pour le nom adopté.

On fait l'observation que l'équation proposée (1.a et b) est en accord avec les travaux de J. Serrin [8].

Le corps Bingham généralisé fait part de la classe plus large des milieux non-newtoniens.

En effectuant l'analyse dimensionelle de l'équation constitutive 1.a et b) on obtient

$$[\mu_1] = L^{-1}M^1T^{-1};\ [\mu_2] = L^{-1}M^1T^{\circ}. \qquad (2)$$

Ensuite, pour les coefficients numériques α et β de l'équation (1.a et b) on accepte $\alpha = 1$ et $\beta = -1/2$. Donc l'équation constitutive pour le corps Bingham généralisé en mouvement unidimensionnel est

$$\left.\begin{aligned} &\tau_{xy} = S_{xy}\tau_0 + \mu_1\dot{\gamma}_{xy} - \frac{1}{2}S_{xy}\mu_2(\dot{\gamma}_{xy})^2 \\ &\text{ou} \\ &\tau_{xy} = S_{xy}\tau_0 + \mu_1\frac{dv_x}{dy} - \frac{1}{2}S_{xy}\mu_2\left(\frac{dv_x}{dy}\right)^3 \\ &\text{ou} \\ &\tau_{xy} = \pm\tau_0 + \mu_1\frac{dv_x}{dy} \mp \frac{1}{2}\mu_2\left(\frac{dv_x}{dy}\right)^2 \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

où $S_{xy} = \operatorname{sign} \dot{\gamma}_{xy}$ et pour le signe double on adopte le signe d'en haut pour $\frac{dv_x}{dy} > 0$ et celui d'en bas pour $\frac{dv_x}{dy} < 0$.

L'équation constitutive (3) montre que la courbe caractéristique pour le corps Bingham généralisé est symétrique par rapport à l'origine, c'est-à-dire analogue au corps newtonien. Dans la figure 1 on a représenté seulement la partie de la courbe caractéristique correspondente à $dv_x/dy > 0$.

Ensuite on va établir les équations du mouvement tridimensionnel par rapport à un système d'axes de coordonnées cartésiennes. On fait l'observation que ces équations peuvent être écrites aussi dans des autres systèmes d'axes.

Pour établir les équations du mouvement on considère les équations de Cauchy pour les milieux continus

$$\left.\begin{aligned} \rho \frac{dv_x}{dt} &= \rho F_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} \\ \rho \frac{dv_y}{dt} &= \rho F_y + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \\ \rho \frac{dv_z}{dt} &= \rho F_z + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

où ρ est la densité ; $\overline{F}(F_x, F_y, F_z)$ — la force massique par unité de volume ; $\overline{v}(v_x, v_y, v_z)$ — la vitesse ; σ_x, σ_y, σ_z — les contraintes longitudinales ; τ_{ij} (où $i,j = x, y, z$) — les contraintes tangentielles.

Pour le mouvement tridimensionnel on doit généraliser l'équation constitutive (3) en ce qui concerne les contraintes tangentielles qui interviennent dans les équations (4). Ainsi, utilisant les vitesses de déformation $\dot{\gamma}_{ij}$ (où $i, j = x, y, z$), on propose les relations

$$\tau_{ij} = S_{ij}\,\tau_0 + \mu_1 \dot{\gamma}_{ij} - \frac{1}{2} S_{ij} \mu_2 (\dot{\gamma}_{ij})^2$$

ou

$$\tau_{ij} = \pm\,\tau_0 + \mu_1 \dot{\gamma}_{ij} \mp \frac{1}{2}\,\mu_2\,(\dot{\gamma}_{ij})^2$$

respectivement

$$\left.\begin{aligned} \tau_{xy} = \tau_{yx} &= \pm\,\tau_0 + \mu_1 \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}\right) \mp \frac{1}{2}\,\mu_2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}\right)^2 \\ \tau_{yz} = \tau_{zy} &= \pm\,\tau_0 + \mu_1 \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y}\right) \mp \frac{1}{2}\,\mu_2 \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y}\right)^2 \\ \tau_{zx} = \tau_{xz} &= \pm\,\tau_0 + \mu_1 \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z}\right) \mp \frac{1}{2}\,\mu_2 \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z}\right)^2 \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

où $S_{ij} = \text{sign}\,\dot{\gamma}_{ij}$ et pour le signe double on adopte le signe d'en haut pour $\dot{\gamma}_{ij} > 0$ et celui d'en bas pour $\dot{\gamma}_{ij} < 0$.

Les relations (5) peuvent être interprétées comme une généralisation des expressions des contraintes tangentielles écrites pour un corps newtonien en mouvement tridimensionnel.

En ce qui concerne les contraintes longitudinales, on fait l'hypothèse qu'elles dépendent de la pression et des variations de la projection de la vitesse sur l'axe respective

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_x &= -p + 2\mu_1 \frac{\partial v_x}{\partial x} \mp 2\mu_2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial x}\right)^2 \\
\sigma_y &= -p + 2\mu_1 \frac{\partial v_y}{\partial y} \mp 2\mu_2 \left(\frac{\partial v_y}{\partial y}\right)^2 \\
\sigma_z &= -p + 2\mu_1 \frac{\partial v_z}{\partial z} \mp 2\mu_2 \left(\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)^2
\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

où p est la pression, le deuxième terme représente l'influence de la viscosité dynamique du I-er ordre et le troisième terme représente l'influence de la viscosité dynamique du II-ième ordre. Les relations (6) peuvent être interprétées comme une généralisation des relations de Stokes utilisées pour déduire les équations de Navier-Stokes [3], [5], [9].

Ensuite on développe seulement la première équation du système (4). Ainsi, par dérivation des relations (5) et (6), résulte

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + 2\mu_1 \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} \mp 4\mu_2 \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}\right)^2 \\
\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} &= \mu_1 \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial x \partial y}\right) \mp \frac{1}{2}\mu_2 \frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_y}{\partial x}\right)^2 + \right. \\
&\quad \left. + 2\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial v_y}{\partial x}\right)\right] \\
\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} &= \mu_1 \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}\right) \mp \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial z}\left[\left(\frac{\partial v_z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_x}{\partial z}\right)^2 + \right. \\
&\quad \left. + 2\left(\frac{\partial v_z}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial v_x}{\partial z}\right)\right].
\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

On introduit les résultats de (7) dans la première équation du système (4) et on obtient

$$\rho\frac{dv_x}{dt}=\rho F_x-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu_1\left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2}\right)+$$

$$+\mu_1\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)\mp 4\mu_2\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}\right)^2\mp$$

$$\mp\frac{1}{2}\mu_2\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}+\frac{\partial v_y}{\partial x}\right)^2\mp\frac{1}{2}\mu_2\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial v_z}{\partial x}+\frac{\partial v_x}{\partial z}\right)^2. \qquad (8)$$

L'équation de continuité pour un corps fluide incompressible est

$$\left.\begin{aligned}&\operatorname{div}\bar{v}=0\\ \text{ou}\qquad &\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}=0.\end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Tenir compte de l'équation (9) et introduisant l'opérateur de Laplace Δ, on peut écrire l'équation (8) sous une forme plus courte.

Faisant les mêmes opérations dans les autres équations du système (4), on déduit une première forme des équations du mouvement pour le corps Bingham généralisé, écrites par rapport à un système d'axes de coordonnées cartésiennes

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{dv_x}{dt}=F_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\mu_1}{\rho}\Delta v_x\mp 4\frac{\mu_2}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}\right)^2\mp\\
&\mp\frac{1}{2}\frac{\mu_2}{\rho}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}+\frac{\partial v_y}{\partial x}\right)^2\mp\frac{1}{2}\frac{\mu_2}{\rho}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial v_z}{\partial x}+\frac{\partial v_x}{\partial z}\right)^2\\
&\frac{dv_y}{dt}=F_y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\mu_1}{\rho}\Delta v_y\mp 4\frac{\mu_2}{\rho}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial v_y}{\partial y}\right)^2\mp\\
&\mp\frac{1}{2}\frac{\mu_2}{\rho}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial v_y}{\partial z}-\frac{\partial v_z}{\partial y}\right)^2\mp\frac{1}{2}\frac{\mu_2}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}+\frac{\partial v_y}{\partial x}\right)^2\\
&\frac{dv_z}{dt}=F_z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\mu_1}{\rho}\Delta v_z\mp 4\frac{\mu_2}{\rho}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)^2\mp\\
&\mp\frac{1}{2}\frac{\mu_2}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v_z}{\partial x}+\frac{\partial v_x}{\partial z}\right)^2\mp\frac{1}{2}\frac{\mu_2}{\rho}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial v_y}{\partial z}+\frac{\partial v_z}{\partial y}\right)^2
\end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

où pour le signe double on adopte le signe d'en haut pour $\dot{\gamma}_{ij} > 0$ et celui d'en bas pour $\dot{\gamma}_{ij} < 0$.

Pour obtenir une autre forme des équations (10) on développe la dérivée du premier membre et l'opérateur de Laplace et résulte

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x\frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y\frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z\frac{\partial v_x}{\partial z} = F_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu_1}{\rho}\left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \right.\\
&\left. + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2}\right) \mp 4\,\frac{\mu_2}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}\right)^2 \mp \frac{1}{2}\,\frac{\mu_2}{\rho}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}\right)^2 \mp\\
&\mp \frac{1}{2}\,\frac{\mu_2}{\rho}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z}\right)^2\\
&\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x\frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y\frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z\frac{\partial v_y}{\partial z} = F_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu_1}{\rho}\left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \right.\\
&\left. + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}\right) \mp 4\,\frac{\mu_2}{\rho}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial v_y}{\partial y}\right)^2 \mp \frac{1}{2}\,\frac{\mu_2}{\rho}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y}\right)^2 \mp \qquad (11)\\
&\mp \frac{1}{2}\,\frac{\mu_2}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}\right)^2\\
&\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x\frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y\frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z\frac{\partial v_z}{\partial z} = F_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu_1}{\rho}\left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \right.\\
&\left. + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}\right) \mp 4\,\frac{\mu_2}{\rho}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)^2 \mp \frac{1}{2}\,\frac{\mu_2}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z}\right)^2 \mp\\
&\mp \frac{1}{2}\,\frac{\mu_2}{\rho}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y}\right)^2
\end{aligned}$$

où pour le signe double on adopte le signe d'en haut pour $\dot{\gamma}_{ij} > 0$ et celui d'en bas pour $\dot{\gamma}_{ij} < 0$.

Les équations du mouvement pour le corps Bingham généralisé, dans le cas du mouvement bidimensionnel sont obtenues par particu-

larisation de (10) et (11), tenant compte que F_z, v_z et les dérivées par rapport au z sont nules

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial v_x}{\partial t}+v_x\frac{\partial v_x}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_x}{\partial y}=F_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\mu_1}{\rho}\left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}\right)\mp\\
&\mp 4\,\frac{\mu_2}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}\right)^2\mp\frac{1}{2}\,\frac{\mu_2}{\rho}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}+\frac{\partial v_y}{\partial x}\right)^2\\
&\frac{\partial v_y}{\partial t}+v_x\frac{\partial v_y}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_y}{\partial y}=F_y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\mu_1}{\rho}\left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2}\right)\mp\\
&\mp 4\,\frac{\mu_2}{\rho}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial v_y}{\partial y}\right)^2\mp\frac{1}{2}\,\frac{\mu_2}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}+\frac{\partial v_y}{\partial z}\right)^2
\end{aligned}\right\}\quad(12)$$

où pour le signe double on adopte le signe d'en haut pour $\dot{\gamma}_{ij}>0$ et le signe d'en bas pour $\dot{\gamma}_{ij}<0$.

Aux équations du mouvement (10) ou (11), respectivement (12), on doit ajouter l'équation de continuité (9) et l'équation constitutive (5), respectif (3).

Si on fait une comparaison entre les équations (11) et les équations de Navier-Stokes, on peut constater aisément que les équations du mouvement pour le corps Bingham généralisé, déduites dans cet article, representent une généralisation des équations de Navier-Stokes.

Le modèle du corps Bingham généralisé peut être utilisé aux études des déformation des milieux continus non-newtoniens non linéaires, par exemple matières plastiques, aux études de lubrification, aux études du laminage, etc.

BIBLIOGRAPHIE

1. *Deciu E.*, Contribuţii la studiul privind mecanica fenomenelor de deformare a corpurilor cu proprietăţi viscoplastice, teză de doctorat, Institutul politehnic Bucureşti, 1979.
2. *Eringen, C.*, Non Linear Theory of Continuous Media, Mc Graw-Hill Book Comp., New York, 1962.
3. *Florea J., Panaitescu V.*, Mecanica fluidelor, Ed. didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1979.
4. *Ionescu D.*, Introducere în hidraulică, Ed. tehnică, Bucureşti, 1977.
5. *Landau L., Lifchitz E.*, Mécanique des fluides, Ed. Mir, Moscou, 1971.
6. *Paslay P. R., Slibar A.*, Die Fliessbedingung und das Verformungsgesetz viskoser-plastischer Stoffe, Oesterreichisches Ing. Arch., X, 4, 1956.
7. *Reiner M.*, Rhéologie théorique, Dunod, Paris, 1955.

8. *Serrin J.*, Mathematical Principles of Classical Fluid Mechanics, (Handbuch der Physik, herausgegeben von S. Flüge, VIII/1 Strömungsmechanik I), Springer Verlag, Berlin, 1959.
9. *Targ S. M.*, Osnovìe zadaci teorii laminarnih tecenii, Gostehizdat, Moskwa, 1951.
10. *Wilkinson W. L.*, Non Newtonian Fluids. Fluid Mechanics, Mixing and Heat Transfer, Pergamon Press, London, 1960.

Asupra unui mediu Bingham generalizat și ecuațiile sale de mișcare

Se studiază un mediu ne-newtonian neliniar viscoplastic pentru care, după depășirea limitei de curgere τ_0, se acceptă dependența dintre tensiune și viteza de deformație exprimată printr-o funcție de gradul al II-lea. Acest mediu este denumit Bingham generalizat. În lucrare se propune ecuația constitutivă și se stabilesc ecuațiile de mișcare, care generalizează pe cele cunoscute și folosite uzual.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 2

BIOTEHNOLOGIE

C.Z.:577.3

MODELAREA CONTACTULUI CONDILAR LA ARTICULAȚIA GENUNCHIULUI

MIHAIL D. NICU, ȘERBAN F. G. PETEU *

Lucrarea reprezintă o introducere într-unul din domeniile aplicative ale biotehnologiei, urmărindu-se obținerea unor modele matematice care să poată exprima fenomenele complexe din articulația genunchiului și să explice scăderea gradului de fiabilitate în timp.

1. Considerații asupra articulațiilor corpului uman

Articulațiile, prin conexiunile de natură conjunctivă și musculară conferă scheletului un grad de mobilitate dinamică în procesele de mișcare; corpul omenesc înglobează cca. 100 de syndesmoze (joncțiuni articulare). Principalele tipuri sînt (fig. 1): elipsoidală, sferoidală, hiperboloidală și trohleană.

Există, la genunchiul uman normal, două cuple ce transmit forțe și mișcări relative: a) suprafața de contact dintre patella (1) și femur (3)-patellofemurală; b) suprafața dintre femur și tibie (2)-tibiofemurală, așa cum rezultă și din secțiunea cu planul vertical ce trece prin axele de „simetrie" ale oaselor lungi — fig. 2. Trei grupe principale de mușchi furnizează energia necesară: două dintre ele produc, prin contracție, îndoirea piciorului (I, II-fig. 2) flexiunea; cel de-al treilea grup (III), folosind patella drept tampon (sprijin) asigură extensiunea (întinderea) membrului inferior. Mai sînt posibile și mișcări de înclinare laterală și medială — de amplitudine redusă (2 — 2,5 cm) — limitate de ligamentele încrucișate (8, 9) și/sau colaterale.

Din punct de vedere biotehnologic (și biomecanic) este mai interesantă mișcarea de flexiune-extensiune (a gambei față de coapsă), cu un contact de tip camă cu profil spiroidal aflată în rototranslație față de suprafața condililor (aproximativ concavă). Centrele instantanee de rotație aparțin unei curbe plane.

Suprafețele articulare prezintă un strat relativ subțire de țesut cartilaginos, fiind lubrificate de lichidul sinovial încapsulat în spațiul

Manuscris predat redacției la data de 21 februarie 1981
* Conf. dr., Colectivul de Biotehnologie; Ing., Întreprinderea de Aparate și Utilaje pentru Cercetare București.

intraarticular. Pentru o mai bună înţelegere a biomecanicii genunchiului vom analiza pe scurt funcţiunile principale ale altor elemente anatomice.

Meniscurile (fibrocartilajele intraarticulare) se deplasează odată cu platoul tibial, preluînd o parte din sarcina dinamică din timpul extensiunii, flexiunii, rotaţiei.

Ligamentul patelei realizează legătura dintre tibie şi patelă. Această din urmă, fiind acţionată de un tendon inextensibil, alunecă pe condilii

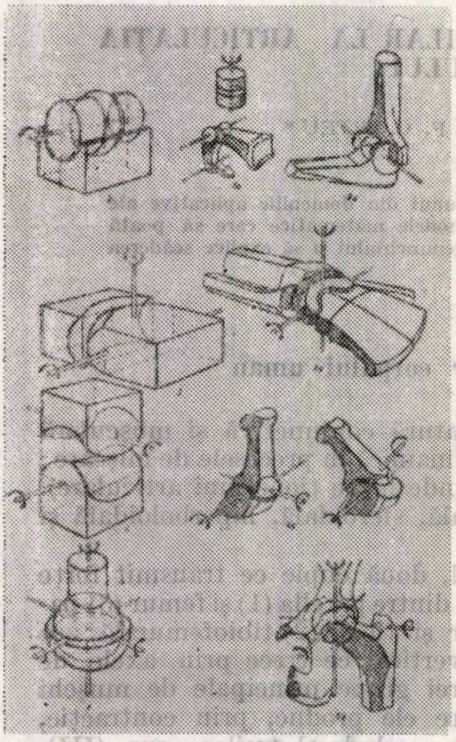


Fig. 1. Forme de suprafeţe articulate
1 şi 2 — art. trohleană
1 a — articulaţiile interfalangiene
2 a — articulaţia cotului
3 a — articulaţia radiocarpiană
4 — articulaţia hiperboloidală (în şa)
4a — articulaţia carpometacarpiană a policelui
5 — articulaţia sferoidală
5 a — articulaţia şoldului (coxofemurală)

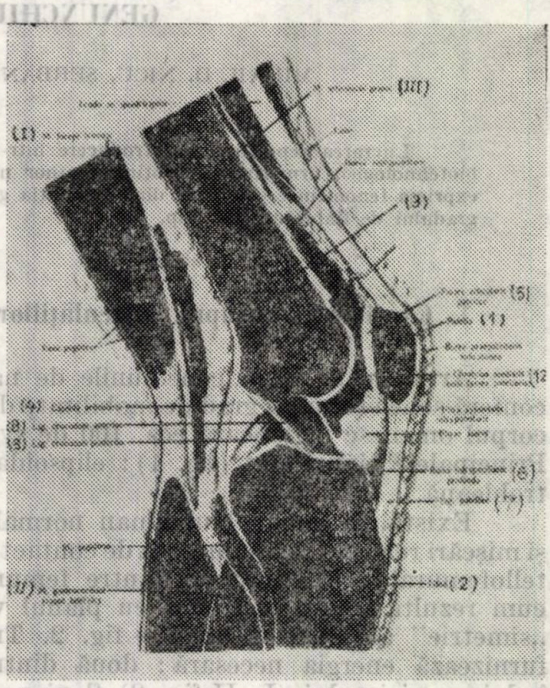


Fig. 2. Imagine secţionată a genunchiului
1. Patella
2. Osul tibiei
3. Osul femur
4. Capsula articulară (de natură fibroasă)
5. Suprafaţa articulară a patellei
6. Bursa (sacul) infrapatellară (permite amortizarea socurilor la cupla patello-femurală)
7. Ligamentul patellei
8.9. Ligamentele încrucişate (limitează flexiunea şi extensiunea)

femurali, coborînd în flexiunea genunchiului (şi ridicîndu-se în timpul extensiunii) aşa cum rezultă şi din imaginile radiologice din fig. 3 şi 4.

Ligamentele încrucişate joacă un rol esenţial în fenomenele de „frînare", asigurînd rigiditatea articulaţiei în flexiune, deci o mai mare siguranţă în funcţionare a actului de locomoţie.

Articulația genunchiului, cea mai mare cuplă de frecare umană, este mai puțin protejată de părți noi, avînd multe „puncte slabe". Fiind foarte mult solicitată la oboseală (cca. 14 milioane de flexii/extensii, la

Fig. 3. Genunchiul în extensie (radiografie).

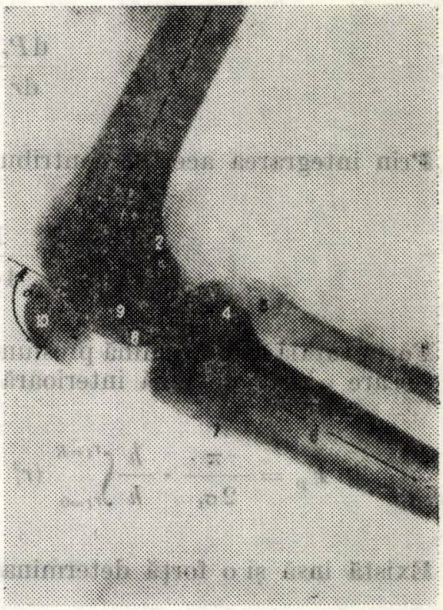


Fig. 4. Genunchiul în flexie (radiografie).

un om care parcurge în medie 0,5 km/zi, timp de 60 de ani) ea cedează foarte frecvent la o vîrstă cînd omul este încă activ, pe plan socio-economic.

2. Modelarea fenomenului de transfer al lichidului sinovial, între cartilaj și cavitatea articulară

Vom presupune, în cele ce urmează, îndeplinite condițiile care permit definirea permeabilității normale și respectiv tangențiale, (σ_n), (σ_t) — $cm^2/daN \cdot s$ — în cazul cartilajului articular. Considerăm un disc din material poros comprimat între două plăci impermeabile. Dacă permeabilitatea tangențială este constantă de-a lungul discului, vom defini volumul de lichid transportat în unitatea de timp:

$$q = -\frac{dP_r}{dt} \cdot \sigma_t \tag{1}$$

unde P_r reprezintă presiunea din lichid, la raza r. Cînd discul este comprimat între cele două plăci, lichidul va fi împins în direcție radială cu un debit corespunzător cercului de rază curentă r, deci cu arie totală laterală $2\pi \cdot r \cdot h$:

$$q = -\frac{r}{2} \cdot \frac{\dot{h}}{h} \tag{2}$$

unde punctul reprezintă derivarea în raport cu timpul, iar h înălțimea considerată. Din relațiile (1) și (2) deducem variația presiunii în direcția razei discului (cilindrului);

$$\frac{\mathrm{d}P_r}{\mathrm{d}r} = \frac{r \cdot \dot{h}}{2 \cdot \sigma_t \cdot h} \tag{3}$$

Prin integrarea acestor contribuții de-a lungul razei, obținem:

$$P_r = \frac{1}{4\sigma_t} \cdot \frac{\dot{h}}{h} (r_i^2 - R^2) \tag{4}$$

Forța totală ce determină presiunea din relația (4) se află sumind — pentru fiecare „inel" de rază interioară r_i — funcție de rază:

$$F_p = \frac{\pi}{2\sigma_t} \cdot \frac{\dot{h}}{h} \int_{r_i=0}^{r_i=R} (r_i^3 - r_i \cdot R^2) \cdot \mathrm{d}r = -\frac{\pi}{8} \cdot \frac{R^4}{\sigma_t} \cdot \frac{\dot{h}}{h} \tag{5}$$

Există însă și o forță determinată de rigiditatea țesutului cartilaginos:

$$F_E = \pi \cdot R^2 \cdot E \left(1 - \frac{h}{h_0}\right) \tag{6}$$

Forța totală, dacă ținem seama de permeabilitatea tangențială, este:

$$F = F_P + F_E = \pi R^2 \left[-\frac{\dot{h}}{h} \cdot \frac{R^2}{8\sigma_t} + \left(1 - \frac{h}{h_0}\right) E \right] \tag{7}$$

Dacă înlocuim $(\dot{h}/h)$ cu $(\dot{h}/h_0)$, rezultă o ecuație diferențială ordinară cu soluția:

$$h = h_0 + A(e^{\alpha \cdot t} - 1) \tag{8},$$

unde

$$A = \frac{F \cdot h_0}{\pi \cdot R^2 \cdot E} \quad \text{și} \quad \alpha = \frac{-8E \cdot \sigma_t}{R^2} \tag{9}$$

Cu h_0 s-a notat înălțimea corespunzătoare deformației nule a discului.

Considerăm acum o matrice de modul elastic E, de arie suficient de mare în raport cu înălțimea și un debit unidirecțional de lichid sinovial, paralel cu înălțimea-axa x. Notînd cu y deplasarea oricărui punct al

matricii — pe direcția x — față de poziția inițială, presupunem $\partial y/\partial x \ll 1$. Presiunea P a lichidului din interior fiind funcție de x, rezultă debitul relativ:

$$q = -\sigma_n \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \tag{10}$$

Sistemul de coordonate fiind atașat de matrice, mișcarea discului într-o direcție va conduce la adeplasarea lichidului în direcție opusă:

$$q = -(1 + a)\dot{y} \tag{11}$$

unde a este fracția de material solid din cartilaj. Forța pe unitatea de înălțime (Δx) este:

$$F_E = E \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \cdot \Delta x \tag{12}$$

Forța de presiune este:

$$F_P = -\frac{\partial P}{\partial x} \cdot \Delta x \tag{13}$$

Relația care dă toate informațiile despre fenomenul de „reimpregnare" cu lichid sinovial al meniscului (cartilajului) articular este:

$$E\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{q}{\sigma_n} = \frac{1 + a}{\sigma_n} \cdot y \tag{14}$$

Ecuația diferențială care se obține:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1 + a}{E \cdot \sigma_n} \cdot \dot{y} \tag{15}$$

este analogă celei care descrie transferul termic unidimensional, dacă înlocuim-formal-deplasarea y cu temperatura θ. Diferența de presiune dintre exteriorul și interiorul structurii se obține astfel:

$$\Delta P = P\Big|_{\text{suprafață}}^{x_i} = E\frac{\partial y}{\partial x}\Big|_{x=x_1,\ \text{la suprafață}}^{x=x_i} \tag{16}$$

Un strat cartilaginos (atașat osului lung, nedeformabil) comprimat uniform este deci analog, formal, cu încălzirea unei bare (la un capăt liber) cu gradient termic constant.

BIBLIOGRAFIE

1. *Peteu S.F.G.*, Studii şi Cercetări de Biotehnologie 10/1980.
2. *Papilian, V.* Anatomia omului (vol. I--Aparatul locomotor) ed. a V-a, Ed. Did. şi Ped., Bucureşti, 1974.
3. *Younes, M. A., Walker, P. S., Seller, P. C., Dowson D., Wright V.*, Acta Rheologica 10/1971, pag. 21—27.
4. *Pavelescu, D.* Tribologie, Ed. Did. şi Ped., Bucureşti, 1975, pag. 323.

A Biotechnological Model of the Human Knee

Many people accuse today the decrease of their joints'degree of reliability, because of various types of arthritis. The authors deal, in a biotechnological manner, with some recent development in the biomechanics and rheotribology of the human knee.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 2

MECANICĂ AGRICOLĂ

C.Z.: 631.6
626.8

DISPOZITIV TIP VANA CU FLOTOR PENTRU CONTROLUL AUTOMAT AL SCURGERII APEI LA IRIGAȚIA PE BRAZDE

VASILE BUZILA *

În lucrare se prezintă o metodă și un dispozitiv tip vană cu flotor pentru reglarea automată a debitului și limitarea presiunii apei folosite la aplicarea irigațiilor prin scurgere la suprafață. Pornind de la rolul funcțional al acestui dispozitiv, se prezintă calculul de dimensionare a principalelor elemente.

Rezultatele încercărilor fiind bune, atît din punct de vedere calitativ cît și al siguranței în funcționare și al controlului automat al scurgerii apei, se propune folosirea acestui dispozitiv în cadrul sistemelor de irigații prin scurgere la suprafață.

1. Aspecte generale

Sistemele de irigații cu aplicarea udărilor pe brazde (scurgere la suprafață) se caracterizează printr-un regim de distribuție cu debite mari, concentrate și presiuni joase, de pînă la 5.10^4. N/m_2 [1]. Aceste sisteme sînt amplasate pe terenuri în pantă care să asigure scurgerea apei pe brazde și fișii.

Experiența practică a dovedit că pe măsură ce panta terenului crește, controlul apei de irigație în rețeaua de distribuție, în special în rețeaua închisă, devine mai dificil de realizat. În asemenea situație, regimul de distribuție a apei pe brazde și fișii contravine principiilor de conservare a proprietăților solului, prin nerespectarea limitelor neerozive ale scurgerii apei de irigație. De altfel, prin amplasarea pe pante a conductelor îngropate prevăzute numai cu guri de apă, se acceptă unele dificultăți în controlul scurgerii apei, cum sînt:

— neasigurarea unei presiuni uniforme și sub limita maximă de lucru la gurile de apă unde se branșează conducte cu orificii reglabile ($3 \ldots 5.10^4$.N/m^2);

— efectuarea unui număr prea mare de reglaje manuale pentru corectarea regimului de distribuție necesar, regim dereglat prin fluctuațiile de debit și presiune care au loc permanent în sistem.

Există multe situații, impuse de soluția de proiectare a sistemului de irigații, cînd presiunea apei în porțiunea terminală a conductei cu guri

Manuscris predat redacției la data de 19 aprilie 1978
* Asistent ing. Catedra de Geometrie descriptivă și desen II.

de apă situată pe pantă trece din zona joasă în zona ridicată (30 ... 40.10^4.N/ 2). În aceste condiții se utilizează controlul presiunii apei prin reducerea (jocul) diametrelor conductelor îngropate, dar în acest mod se impune un regim strict, neflexibil de funcționare în exploatare.

Deoarece acest regim strict este greu de respectat, a apărut necesitatea introducerii unor dispozitive de control automat al scurgerii apei în domeniul cerut de presiuni și debite, care să elimine reglajele manuale, care în multe cazuri se dovedeau greoaie și ineficiente. Aceste sisteme sînt amplasate pe terenuri în pantă care să asigure scurgerea apei pe brazde și fîșii.

Dispozitivul vană cu flotor este unul dintre aceste dispozitive care asigură în mod automat controlul scurgerii apei între anumite limite, dînd amenajării de irigații acea flexibilitate în exploatare care să permită aplicarea udărilor cu randament mai ridicat, în domenii variabile ale debitului și presiunii, economisind totodată forța de muncă.

1.1. Descrierea dispozitivului vană cu flotor

Dacă pe o conductă a sistemului de irigații (fig. 1), se amplasează o cuvă verticală, se va produce o rupere de presiune însoțită de umplerea cuvei și deversarea apei la suprafața solului. Pentru a se evita deversarea apei se introduce dispozitivul vană cu flotor care asigură controlul automat al scurgerii apei, în raport de regimul de alimentare solicitat în aval de cuvă (consumatorii).

Vana cu flotor este compusă din corpul vanei (1) a cărei secțiune de trecere a apei este în permanență controlată de un capac obturator (2) prevăzut cu tiranți și un con hidraulic de dirijare a apei. Capacul obturator se deplasează în plan vertical între poziția „închis" și „maxim deschis", concomitent cu creștrea nivelului apei în cuvă și ridicarea flotorului (3) în cuvă, respectiv prin scăderea nivelului și coborîrea acestui flotor.

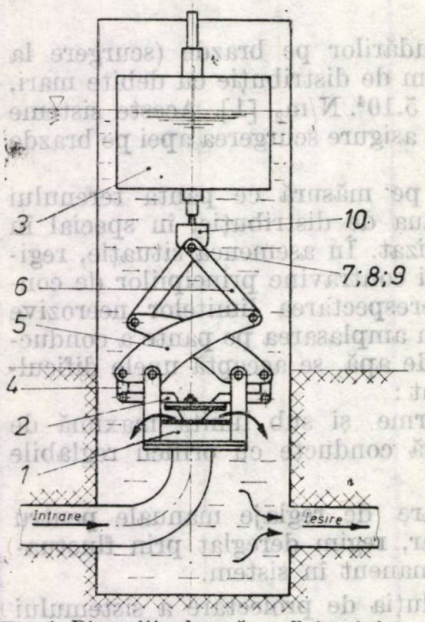


Fig. 1. Dispozitivul vană cu flotor introdus în cuva verticală

1 — corp vană; 2 — capac obturator; 3 — flotor; 4, 5, 6 — pîrghii articulate; 7, 8, 9, — armături de fixare; 10 — cupla de legătură

Deplasarea interdependentă și de direcții opuse a capacului obturator și flotorului în vederea asigurării pozițiilor închis-deschis, se face prin sistemul de pîrghii articulate (4), (5) și (6) prinse cu ajutorul armăturilor (7), (8) și (9). Legătura dintre sistemul de pîrghii și flotor se face prin cupla de legătură (10) care permite flotorului mișcări de rotație în jurul axului propriu, mișcări de rotire, fiind astfel independent față de sistemul de pîrghii.

1.2. Principiul de funcționa e

Dacă prin dispozitivul vană este tranzitat un debit Q solicitat de consumatorii aflați în aval, debit care este sub valoarea debitului maxim capabil

de tranzit Q max, la orice variație a presiunii amonte sau a debitului aval, nivelul apei oscilează în cuvă producînd ridicarea și coborîrea flotorului.

Flotorul va acționa (prin intermediul sistemului de pîrghii articulate) asupra capacului obturator care va produce în final închiderea sau deschiderea secțiunii obturate, efectuîndu-se astfel o reglare automată. Această reglare urmărește cu fidelitate și prompt regimul de funcționalitate solicitat de consumatorii din aval, în domenii foarte largi de debit și presiune.

În esență acest dispozitiv de vană cu flotor trebuie să corespundă următoarelor funcții:

1) limitarea presiunii în aval:

2) menținerea unui debit constant în aval, în condițiile unor fluctuații mari a presiunii amonte;

3) asigurarea deschiderii — închiderii totale în mod automat;

4) protejarea amenajării de conducte la suprapresiuni accidentale

5) asigurarea aerisirii amenajării.

2. Elemente de calcul și dimensionare

Dimensionarea pîrghiilor articulate. În scopul unei dimensionări raționale a ansamblului vană cu flotor, s-a stabilit schema cinematică (fig. 2) a sistemului de pîrghii care, în timpul funcționării amplifică forța ascensională aplicată flotorului în stare de imersie parțială. S-a reprezentat numai jumătate din sistemul de pîrghii, deoarece construcția este simetrică.

Dimensionarea sistemului de pîrghii articulate se face cu scopul de a se realiza forța ascensională necesară închiderii totale a secțiunii de scurgere a apei, atunci cînd debitul din aval devine nul. În această situație capacul obturator va apăsa pe partea superioară a ștuțului vanei datorită forței ascensionale aplicate flotorului aflat în stare de imersie parțială.

Rezultanta $\overline{F}$ ce se aplică în articulația superioară A a sistemului, se descompune în două componente

$$\overline{F}_1 = \overline{F}_2 = \frac{\overline{F}}{2\cos\frac{\alpha}{2}} \qquad (2.1.1)$$

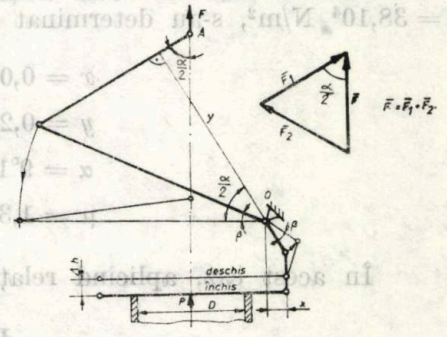


Fig. 2. Schema cinematică a dispozitivului vană cu flotor și elementele pentru determinarea forței ascensionale de închidere.

Rezultanta forței ascensionale a flotorului ce apasă pe capacul obturator prin intermediul pîrghiilor verticale de legătură, este egală și de sens contrar cu forța dată de presiunea apei manifestată pe partea inferioară a capacului (presiune considerată la închiderea capacului, respectiv coborîrea sa totală).

Deci

$$F_s = P = p \cdot \frac{\pi D^2}{4} \tag{2.1.2}$$

Din ecuația de momente în jurul articulației *0* și ținînd seama de notațiile din fig. 2, rezultă că forța ascensională dată de flotor este

$$F \geqslant p \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{x}{y} \cdot \mu \cos \frac{\alpha}{2} \tag{2.1.3}$$

În care μ este un coeficient de siguranță, pentru preluarea suprașocurilor date de caracterul regimului hidraulic de scurgere a apei.

Din analizarea relației (2.1.3) se observă că forța dată de flotor este multiplicată de sistemul de pîrghii astfel încît la închidere să se învingă forța dată de presiunea apei.

Se face notația

$$m = \frac{y}{x \cos \frac{\alpha}{2}} \tag{2.1.4}$$

unde m este indicele de multiplicare a sistemului de pirghii, deci în final se poate scrie

$$F \geqslant \frac{P \mu}{m} \tag{2.1.5}$$

Se observă că elementele de care depinde realizarea unui flotor de dimensiuni cît mai mici, pentru anumite condiții de lucru date, sînt elementele constructive x, y și α.

Pentru vana cu flotor avînd diametrul nominal 200 mm și $p = 38{,}10^4$ N/m^2, s-au determinat următoarele valori:

$x = 0{,}056$ m

$y = 0{,}230$ m

$\alpha = 9°10'$

$\mu = 1{,}3$

În acest caz, aplicînd relația (2.1.5) rezultă:

$$F \geqslant \frac{P\mu}{m} = 4400 \text{ N}$$

Avînd valoarea forței F și cunoscînd forma flotorului, se poate face dimensionarea acestuia.

3. Realizarea modelelor experimentale

Pentru verificarea în condiții de laborator și producție au fost realizate mai multe modele de dispozitiv de vană cu flotor, cu diametrul nominal de 100, 200 și 300 mm. Acestea au fost executate din diferite materiale (oțel, fontă și aluminiu). Flotoarele s-au realizat din tablă subțire roluită sau din polistiren expandat întărit cu armături metalice. Cuvele au fost confecționate din tablă subțire roluită sau chiar din conducte de oțel de diametre mari [2], [3].

4. Metoda experimentală

Încercările vanelor cu flotor realizate s-au desfășurat cu scopul stabilirii performanțelor și caracteristicilor în raport cu funcțiile pe care urmează să le îndeplinească aceste dispozitive. De aceea, încercările s-au efectuat în condiții de laborator — poligon, la un punct experimental de lîngă București și în condiții de producție, la IAS-uri în județele Tulcea și Constanța, pe durata a mai multe sezoane de irigații.

Pentru încercările de laborator — poligon s-a amenjat un stand special la care presiunea necesară a apei a fost realizată cu un agregat mobil de pompare APT 50/60. Citirile debitelor s-au făcut cu apometrul cu morișcă (tip IMH). Presiunea amonte s-a citit cu ajutorul a două manometre, iar presiunea aval cu ajutorul unui tub de sticlă și miră gradată avînd precizia 1 mm.

Variația consumului aval s-a realizat cu o conductă flexibilă pentru irigații, prevăzută cu orificii reglabile și o vană de capăt reglabilă. Pentru încercările în condiții de producție, metoda de experimentare a fost similară, în plus s-a urmărit comportarea în timp a dispozitivelor în amplasamentele folosite.

5. Rezultate experimentale

S-au efectuat experimentări cu toate tipurile de vane realizate pe durata a mai multe sezoane de irigație. În continuare se prezintă ambele caracteristici trasate pentru vane Ø 200 mm în condiții de laborator. Pentru vanele Ø 100 și Ø 300 mm, ambele au același aspect, dar domeniu valorilor este diferit.

Vana ca limitator de presiune: S-a menținut un regim constant de funcțiune a surselor de alimentare (motopompa la turație constantă și hidrantul deschis pentru alimentarea cuvei). În această situație s-au modificat doar consumatorii, modificîndu-se astfel debitul de tranzit prin vană. La fiecare valoare a debitului tranzitat (Q) s-au citit presiunile amonte (H am) și aval (H av). Datele astfel obținute sînt prezentate în graficul din fig. 3.

Se observă că la creșteri ale presiunii amonte (2.10^4 N/m$^2 \leqslant H$ am$\leqslant 37.10^4$ N/m^2) presiunea în aval a avut valori în limitele necesare irigației pe brazde ($0{,}6 \cdot 10^4$ N/m$^2 \leqslant H$ av$\leqslant 1{,}9 \cdot 10^4$ N/m^2). Debitul a variat între valoarea $Q = 0$ și $Q = Q_{max} = 50 \cdot 10^{-3}$ m^3/s.

Vana ca dispozitiv de debit constant; Rezultatele măsurătorilor sînt prezentate în fig. 4.

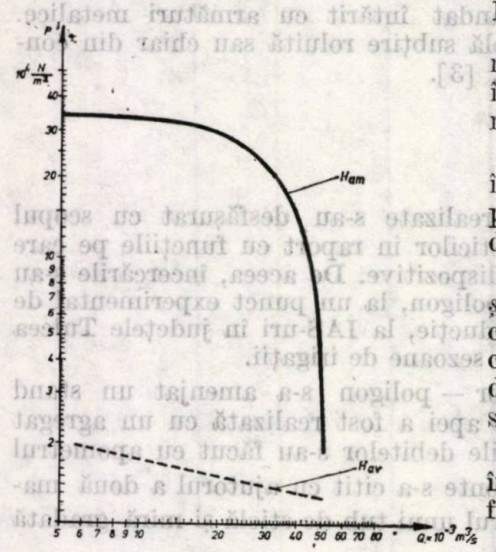


Fig. 3. Caracteristica vanei cu flotor ca limitator de presiune în aval.

Se constată că vana permite menținerea unui debit relativ constant în game largi de variație a presiunii automate (H_{am}).

Se poate aprecia că abaterile înregistrate în condiții de laborator-poligon, nu au prea mare importanță din punct de vedere practic.

Vana ca dispozitiv ce se închide și se deschide automat. În cazul în care toți consumatorii au fost închiși (Q=0) vana cu flotor a închis deversarea apei în cuvă pînă la presiunea amonte $H_{am} = 38 \cdot 10^4$ N/m^2.

Prin deschiderea consumatorilor în aval ($Q > 0$) vana a intrat în funcțiune în mod automat.

Procedînd la închiderea repetată a consumatorilor, vana s-a închis tot la presiunea $H_{am} = 38 \cdot 10^4$ N/m^2.

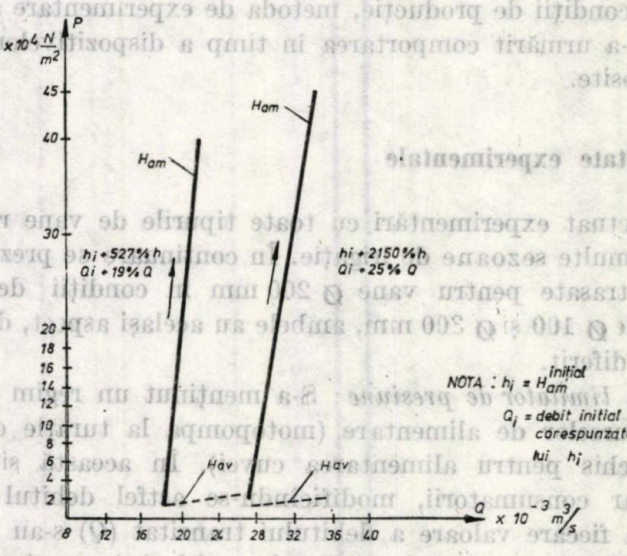


Fig. 4. — Caracteristica vanei cu flotor ca dispozitiv de debit constant.

Din graficul din fig 5 rezultă că se manifestă un fenomen de histeresis al curbei reglate din aval (Hav). Cu privire la acest fenomen sînt necesare studii suplimentare în vederea elucidării lui.

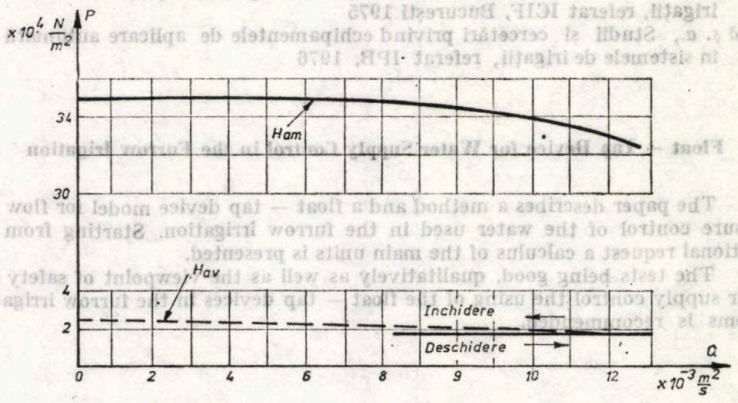


Fig. 5. Funcţionarea vanei cu flotor ca dispozitiv ce se deschide şi se închide automat.

Concluzii

Rezultatele obţinute în urma cercetărilor efectuate conduc la următoarele concluzii:

1. Dispozitivele de vană cu flotor, realizate în trei tipodimensiuni, permit reglarea automată a scurgerii apei prin utilizarea energiei hidraulice disponibile în amonte. Cele trei tipuri de vane se diferenţiază între ele prin debitul maxim de tranzit:

Vana cu flotor Ø 100 : Q max = 35 ... 40 $\cdot 10^3$ m^3/s
„ „ Ø 200 : Q max = 50 ... 70 $\cdot 10^3$ m^3/s
„ „ Ø 300 : Q max = 80 ... 100 $\cdot 10^3$ m^3/s

2. Dispozitivele realizate pot executa automat următoarele operaţii: a) reglează şi menţin constantă presiunea în aval de cuvă în limita 0,7 ... 2 $\cdot 10^4$ N/ 2, pentru presiuni monte de 2÷40 $\cdot 10^4$ N/m^2; b) menţin debitul la valori aproape constante pentru limite largi de variaţie a presiunilor amonte (în medie 5—30% creştere a debitului, cînd presiunea amonte creşte de 20—30 de ori); c) la anularea consumului aval, vanele se închid complet, pînă la valorile presiunii amonte de: 20 $\cdot 10^4$ N/m^2 — pentru vana Ø 300 mm, 34 $\cdot 10^4$ N/m^2 — pentru vana Ø 200 mm.

3. Vanele cu flotor Ø 200 şi Ø 300 mm se recomandă a fi utilizate pe reţeaua fixă; vana Ø 100 mm se poate utiliza ca dispozitiv mobil branşat la hidranţii de aspersiune, care permite astfel, în limita unei presiuni aval H_{av} = 0,7 ... 1,3 $\cdot 10^4$ N/m^2, efectuarea de udări bivalente.

4. Din analiza tehnico-economică s-a estimat că introducerea în producţia agricolă a acestor dispozitive atinge o investiţie suplimentară care se amortizează în cca. 9 ani.

BIBLIOGRAFIE

1. *I. Nicolaescu,* Irigarea pe brazde lungi, Redacția revistelor agricole București — 1969
2. *I. Nicolaescu, V. Buzilă,* Automatizarea distribuției apei în rețeaua fixă a sistemelor de irigații, referat ICIF, București 1975
3. *V. Buzilă ș. a.,* Studii și cercetări privind echipamentele de aplicare automată a udărilor în sistemele de irigații, referat IPB, 1976

Float — Tap Device for Water Supply Control in the Furrow Irrigation

The paper describes a method and a float — tap device model for flow and pressure control of the water used in the furrow irrigation. Starting from the functional request a calculus of the main units is presented.

The tests being good, qualitatively as well as the viewpoint of safety and water supply control the using of the float — tap devices in the furrow irrigation systems is recommended.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 2

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C.Z.: 621.43

ECHILIBRAJUL MOMENTELOR EXTERNE PRODUSE DE FORȚELE DE INERȚIE CARE AU REZULTANTE ÎN FIECARE LINIE DE CILINDRI LA MOTOARELE ÎN H

GHEORGHE ZĂTREANU, CONSTANTIN SILVESTRU *

Se prezintă o teorie a echilibrajului momentelor externe produse la motoarele în H de forțele de inerție care au rezultante în fiecare linie de cilindri. Se determină dezechilibrele datorate acestor momente și condițiile în care unele dezechilibre pot fi înlăturate.

Introducere

Într-o lucrare anterioară [2] s-a cercetat echilibrajul momentelor externe care subzistă în fiecare ansamblu de cilindri echipați cu același arbore cotit la motoarele în H. Aceste momente sînt produse de termenii forțelor de inerție ale maselor cu mișcare de translație care se echilibrează pe fiecare linie de cilindri. Termenii care au rezultate în fiecare linie produc alte momente externe. Acești termeni au ordinele

$$p = \nu \frac{i}{4} \quad (\nu = 1, 2, 3, \ldots), \tag{1}$$

dacă manivelele fiecărui arbore cotit sînt uniform distribuite în jurul axei lor de rotație, sau

$$p = \nu \frac{i}{8} \quad (\nu = 1, 2, 3, \ldots), \tag{2}$$

cînd manivelele fiecărui arbore sînt grupate două cîte două în fază, grupele astfel obținute fiind uniform distribuite în jurul axei de rotație.

Manuscris predat redacției la data de 29 mai 1980

* Conf. dr. ing.; Șef lucrări ing., Catedra Motoare cu ardere internă

Rezultanta $\mathcal{R}_p$ de ordinul p calculat din (1) sau (2) are amplitudinea $\mathcal{R}_p = \frac{i}{4} T_p$, unde T_p este amplitudinea termenului considerat dintr-un cilindru, și lucrează după o paralelă la axele cilindrilor din linia respectivă, la mijlocul distanței dintre axele cilindrilor extremi. Cele patru rezultante R_p, cîte una din fiecare linie de cilindri, pot produce momente datorate dezaxării mecanismelor bielă-manivelă, decalajului axial dintre liniile de cilindri echipați cu același arbore cotit și distanței dintre axele de rotație ale arborilor cotiți. Echilibrajul acestor momente formează obiectul prezentei lucrări.

Se păstrează ipotezele admise în lucrarea [2]. De asemenea, pentru simplificarea exprimării, se utilizează aceleași denumiri prescurtate: moment pentru momentul extern și ansamblu al unui arbore pentru ansamblul de cilindri echipați cu același arbore cotit. Ca și în [1] și [2] se numerotează manivelele consecutive ale fiecărui arbore cotit cu $1, 2, 3, \ldots$ $\ldots q, \ldots \frac{i}{4}$, începînd de la o extremitate a motorului. Privind motorul de la această extremitate, se atribuie indicii s și d, respectiv s' și d', mărimilor referitoare la liniile de cilindri superioare respectiv inferioare, din stînga și din dreapta.

1. Echilibrajul momentelor datorate dezaxării mecanismelor bielă-manivelă

Dezaxarea mecanismelor bielă-manivelă introduce momente de basculare a fiecărui ansamblu al unui arbore cînd rezultatele de aceleași ordine aferente lui sînt permanent în opoziție (fig. 1). Această condiție

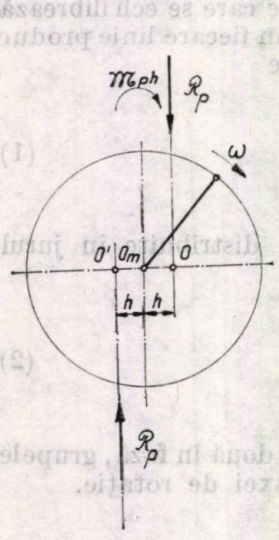


Fig. 1. Momentul de basculare a ansamblului unui arbore.

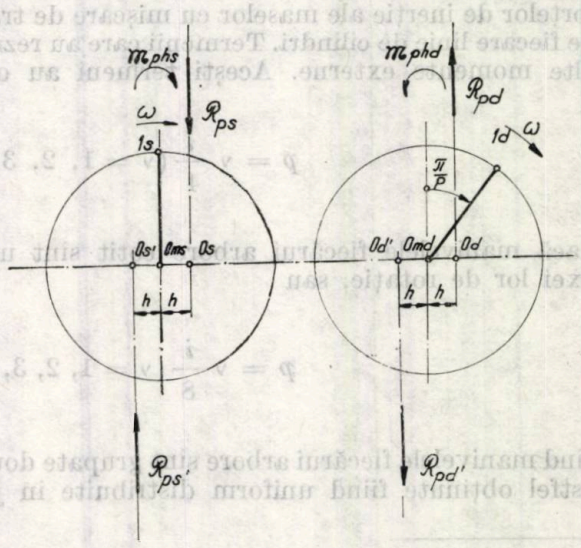


Fig. 2. Calarea arborilor cotiți necesară echilibrării momentelor de basculare dacă arborii cotiți se rotesc în același sens.

este îndeplinită de rezultantele de ordin par din fiecare linie de cilindri [1]. Conform relațiilor (1) și (2), apar următoarele situații : dacă $\frac{i}{4} = 2\zeta - 1$, unde $\zeta = 1, 2, 3, \ldots$, factorul ν din (1) iar valorile

$$\nu = 2\rho, \tag{3}$$

pentru $\rho = 1, 2, 3, \ldots$, rezultantele în opoziție avînd ordinele

$$p = \rho \frac{i}{2}; \tag{4}$$

cînd $\frac{i}{4} = 2\zeta$, sînt posibile toate valorile

$$\nu = \rho, \tag{5}$$

ordinele rezultantelor în opoziție fiind date de relația

$$p = \rho \frac{i}{4}; \tag{6}$$

dacă $\frac{i}{8} = 2\zeta - 1$, factorul ν din (2) ia valorile (3), iar rezultantele în opoziție au ordinele determinate din (6); cînd $\frac{i}{8} = 2\zeta$, se aplică din nou egalitatea (5), ordinele rezultantelor în opoziție fiind exprimate de relația

$$p = \rho \frac{i}{8}. \tag{7}$$

Pentru orice ordin obținut din (4), (6) sau (7), momentul de basculare este $\mathfrak{M}_{ph} = 2\mathfrak{R}_p h$, unde h este dezaxarea fiecărei linii de cilindri.

1.1. Cînd arborii cotiți se rotesc în același sens, cele două momente de basculare de același ordin $\mathfrak{M}_{phs}$ și $\mathfrak{M}_{phd}$ (fig. 2) se echilibrează reciproc pe întregul motor dacă se asigură opoziția permanentă a rezultantelor de ordinul p din liniile superioare ($\mathfrak{R}_{ps}$ și $\mathfrak{R}_{pd}$) și din cele inferioare ($\mathfrak{R}_{ps'}$ și $\mathfrak{R}_{pd'}$). În acest scop este necesar ca arborele cotit din dreapta să fie rotit în sensul lui de rotație cu unghiul $\frac{\pi}{p}$ față de arborele din stînga.

Metoda de echilibrare astfel concretizată nu depinde de configurația arborilor cotiți, fiindcă cele patru rezultate de ordinul p au aceeași mărime fie că arborii sînt identici, fie că ei sînt simetrici în oglindă. Echilibrînd momentele $\mathfrak{M}_{phs}$ și $\mathfrak{M}_{phd}$, se obține totodată echilibrarea momentelor de ordinele

$$p^* = (2\sigma - 1)p \quad (\sigma = 1, 2, 3, \ldots), \tag{8}$$

deoarece prin rotirea rezultantelor $\mathcal{R}_{pd}$ și $\mathcal{R}_{pd'}$ cu unghiul π, asociată rotirii arborelui din dreapta cu unghiul $\frac{\pi}{p}$, rezultantele $\mathcal{R}_{p*d}$ și $\mathcal{R}_{p*d'}$ parcurg unghiul $p^* \frac{\pi}{p} = (2\sigma - 1)\pi$, deci ajung în opoziție cu rezultantele $\mathcal{R}_{p*s}$ și respectiv $\mathcal{R}_{p*s'}$.

Cînd se utilizează repartiția uniformă a aprinderilor pe întregul motor, echilibrajul momentelor $\mathfrak{M}_{phs}$ și $\mathfrak{M}_{phd}$ reclamă îndeplinirea egalității

$$\frac{\pi}{p} = \zeta_t, \tag{9}$$

în care p este dat de (4), (6) sau (7), iar

$$\zeta_t = \frac{\tau\pi}{i}, \tag{10}$$

este decalajul dintre două aprinderi consecutive, τ fiind numărul de timpi.

Din (9), (4) și (10) se deduce condiția $\rho = \frac{2}{\tau}$, corespunzătoare numai motoarelor în doi timpi ($\tau = 2$), pentru care ea devine

$$\rho = 1, \tag{11}$$

(la motoarele în patru timpi — $\tau = 4$ — din condiția precedentă se obține $\rho = \frac{1}{2}$, ceea ce nu are sens, deoarece ρ trebuie să fie întreg). Introducînd egalitatea (11) în (4) și ținînd seama de (8), rezultă că momentele de basculare echilibrate la motoarele în doi timpi cu număr de cilindri multiplu impar de patru *, prin repartiția uniformă a aprinderilor între toți cilindrii, au ordinele

$$p^* = (2\sigma - 1)\frac{i}{2}. \tag{12}$$

Pornind de la (9), (6) și (10), se obține

$$\rho = \frac{4}{\tau}, \tag{13}$$

de unde rezultă pentru $\tau = 2$

$$\rho = 2. \tag{14}$$

* Condiția (4) se aplică numai la aceste motoare.

Se constată că repartiția uniformă a aprinderilor pe întregul motor asigură și la motoarele în doi timpi cu număr de cilindri multiplu par de patru, cărora le corespunde relația (6), echilibrarea momentelor de ordinele date de formula (12), întrucît aceasta se obține din (6), (14) și (8).

Pentru $\tau = 4$ condiția (13) ia forma (11), ceea ce conduce la concluzia că, la motoarele în patru timpi cu număr de cilindri multiplu impar de opt, la care se aplică, de asemenea relația, (6), se echilibrează momentele de ordinele

$$p^* = (2\sigma - 1)\frac{i}{4}, \tag{15}$$

deduse din (6), (11) și (8).

Avînd în vedere relațiile (9), (7) și (10), se stabilește condiția $\rho = \frac{8}{\tau}$, aplicabilă la motoarele în patru timpi cu număr de cilindri multiplu par de opt, la care subzistă în fiecare linie rezultantele de ordinele calculate cu (7). Pentru $\tau = 4$ se deduce în continuare $\rho = 2$, rezultînd că momentele echilibrate prin repartiția uniformă între toți cilindrii motoarelor amintite au ordinele (15).

Dacă se folosește repartiția uniformă a aprinderilor pe fiecare ansamblu al unui arbore, caracterizată prin decalajul

$$\zeta_a = \frac{2\tau\pi}{i} \tag{16}$$

între două aprinderi consecutive din același ansamblu, momentele de ordinul p se echilibrează reciproc cînd

$$\frac{\pi}{p} = \zeta_a, \tag{17}$$

p fiind determinat din (4), (6) sau (7).

Pentru p calculat cu (4), din (17) se deduce $\rho = \frac{1}{\tau}$, ceea ce este lipsit de sens.

Introducînd în (17) ordinul p din (6) se obține

$$\rho = \frac{2}{\tau}. \tag{18}$$

Condiția (18) este respectată la motoarele în doi timpi cu număr de cilindri multiplu par de patru și ia forma (11). În consecință, se constată că la aceste motoare repartiția uniformă a aprinderilor pe fiecare ansamblu al unui arbore antrenează echilibrarea momentelor de ordinele (15). La motoarele în patru timpi ($\tau = 4$) condiția (18) nu se aplică, fiindcă devine $\rho = \frac{1}{2}$, adică nu reflectă o situație realizabilă.

Din (17), (7) și (16) se deduce $\rho = \frac{4}{\tau}$ și cum $\tau = 4$, rezultă egalitatea (11). Se desprinde concluzia că repartiția uniformă a aprinderilor pe fiecare ansamblu al unui arbore determină echilibrarea momentelor de ordinele

$$p^* = (2\sigma - 1)\frac{i}{8}, \tag{19}$$

la motoarele în patru timpi cu număr de cilindri multiplu par de opt.

Sintetizînd rezultatele de mai sus, se obțin datele din tabelul 1.

Tabelul 1

Echilibrajul momentelor de basculare cînd arborii cotiți au același sens de rotație

Succesiunea aprinderilor	Condiția de echilibraj	Numărul de timpi τ	Ordinul momentelor care se echilibrează p^* ($\sigma = 1, 2, 3, \ldots$)	Numărul de cilindri
Uniform repartizate pe întregul motor $\zeta_t = \frac{\tau\pi}{i}$	$p = \frac{i}{\tau}$	2	$(2\sigma - 1)\frac{i}{2}$	$\frac{i}{4}$ întreg
		4	$(2\sigma - 1)\frac{i}{4}$	$\frac{i}{8}$ întreg
Uniform repartizate pe fiecare ansamblu al unui arbore $\zeta_a = \frac{2\tau\pi}{i}$	$p = \frac{i}{2\tau}$	2	$(2\sigma - 1)\frac{i}{4}$	$\frac{i}{8}$ întreg
		4	$(2\sigma - 1)\frac{i}{8}$	$\frac{i}{16}$ întreg

Tabelul 2

Echilibrajul momentelor de basculare cînd arborii cotiți se rotesc în sensuri contrare

Succesiunea aprinderilor	Condiția de echilibraj	Numărul de timpi τ	Ordinul momentelor care se echilibrează p^* ($\sigma = 1, 2, 3, \ldots$)	Numărul de cilindri
Uniform repartizate pe întregul motor $\zeta_t = \frac{\tau\pi}{i}$	$p = \frac{2i}{\tau}$	2	$(2\sigma - i)\, i$	$\frac{i}{4}$ întreg
		4	$(2\sigma - 1)\frac{i}{2}$	$\frac{i}{8}$ întreg
Uniform repartizate pe fiecare ansamblu al unui arbore $\zeta_a = \frac{2\tau\pi}{i}$	$p = \frac{i}{\tau}$	2	$(2\sigma - 1)\frac{i}{2}$	$\frac{i}{4}$ întreg
		4	$(2\sigma - 1)\frac{i}{4}$	$\frac{i}{8}$ întreg

1.2. Cînd arborii cotiți se rotesc în sensuri contrare, echilibrarea reciprocă a momentelor $\mathfrak{M}_{phs}$ și $\mathfrak{M}_{phd}$ se obține (fig. 3). dacă rezultantele $\mathfrak{R}_{ps}$ și $\mathfrak{R}_{pd}$, respectiv $\mathfrak{R}_{ps'}$ și $\mathfrak{R}_{pd'}$ sînt permanent în fază. Pentru aceasta

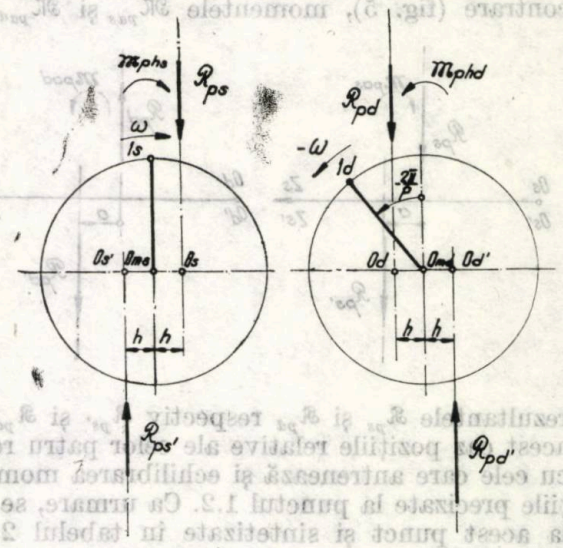


Fig. 3. Calarea arborilor cotiți necesară echilibrării momentelor de basculare dacă arborii cotiți se rotesc în sensuri contrare.

trebuie ca arborele cotit din dreapta să fie rotit în sensul lui de rotație cu unghiul $\frac{2\pi}{p}$ față de arborele din stînga.

Urmînd același raționament ca la punctul 1.1., se obțin concluziile din tabelul 2.

2. Echilibrajul momentelor datorate decalajului axial dintre liniile de cilindri ale fiecărui ansamblu al unui arbore

Dacă mecanismele bielă-manivelă au biele alăturate, între liniile de cilindri ale fiecărui ansamblu al unui arbore există un decalaj a. Se consideră că în oricare ansamblu decalajul a este pozitiv cînd este măsurat de la axele cilindrilor q_s sau q_d spre axele cilindrilor $q_{s'}$, respectiv $q_{d'}$, în sensul pozitiv al axelor de rotație ale arborilor cotiți.

În fiecare ansamblu al unui arbore decalajul a determină apariția unor momente de galop datorate rezultantelor care produc și momentele de basculare analizate anterior, adică rezultantelor ale căror ordine sînt date de relațiile (4), (6) și (7). Pentru oricare din aceste ordine momentul de galop care revine ansamblului unui arbore este $\mathfrak{M}_{pa} = 2\mathfrak{R}_{pa}$.

Dacă decalajul a are același sens pentru cei doi arbori cotiți (fig. 4), cele două momente de același ordin $\mathfrak{M}_{pas}$ și $\mathfrak{M}_{pad}$ se echilibrează reciproc cînd rezultantele $\mathfrak{R}_{ps}$ și $\mathfrak{R}_{pd}$, respectiv $\mathfrak{R}_{ps'}$, și $\mathfrak{R}_{pd'}$, sînt permanent în opoziție. Se constată că acest echilibraj corespunde pozițiilor relative ale celor patru rezultante de ordinul p care asigură și echilibrarea momentelor

$\mathfrak{M}_{phs}$ și $\mathfrak{M}_{phd}$ în condițiile stabilite la punctul 1.1. În consecință, concluziile formulate la acest punct și sintetizate în tabelul 1 își păstrează valabilitatea.

Dacă decalajele a corespunzătoare celor doi arbori cotiți au sensuri contrare (fig. 5), momentele $\mathfrak{M}_{pas}$ și $\mathfrak{M}_{pad}$ se echilibrează reciproc cînd

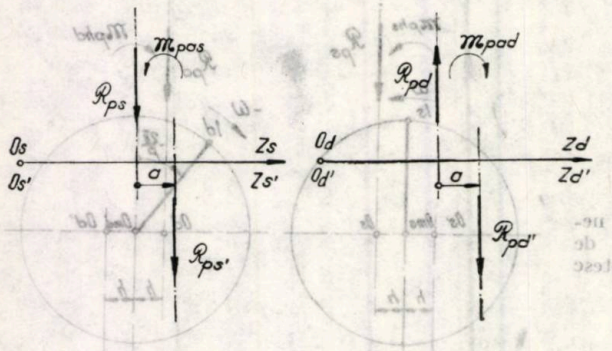


Fig. 4. Echilibrarea momentului de galop cînd decalajele dintre liniile de cilindri aferente celor doi arbori cotiți au același sens.

rezultantele $\mathfrak{R}_{ps}$ și $\mathfrak{R}_{pd}$ respectiv $\mathfrak{R}_{ps'}$ și $\mathfrak{R}_{pd'}$, sînt permanent în fază. În acest caz pozițiile relative ale celor patru rezultante de ordinul p coincid cu cele care antrenează și echilibrarea momentelor $\mathfrak{M}_{phs}$ și $\mathfrak{M}_{phd}$ în condițiile precizate la punctul 1.2. Ca urmare, se mențin concluziile prezentate la acest punct și sintetizate în tabelul 2.

Cînd mecanismele bielă-manivelă sînt axate, $\mathfrak{M}_{phs} = \mathfrak{M}_{phd} = 0$. În această situație sensurile de rotație ale arborilor cotiți nu mai influen-

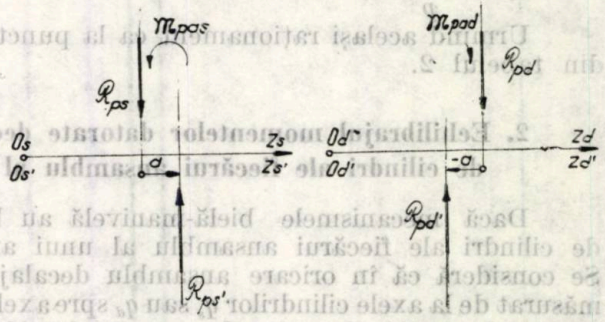


Fig. 5. Echilibrarea momentelor de galop cînd decalajele dintre liniile de cilindri aferente celor doi arbori cotiți au sensuri contrare.

țează echilibrajul momentelor $\mathfrak{M}_{pas}$ și $\mathfrak{M}_{pad}$, oricare ar fi sensurile celor două decalaje a. Drept urmare, concluziile de mai sus rămîn valabile, cu mențiunea că unghiul de calare a arborelui cotit din dreapta se măsoară întotdeauna în sensul lui de rotație.

3. Echilibrajul momentelor datorate distanței dintre axele de rotație ale arborilor cotiți

În paragrafele precedente s-a analizat echilibrajul momentelor produse de rezultantele din fiecare linie de cilindri al căror ordin este par și satisface una din relațiile (1) sau (2). Rezultantele de ordin impar

obținut tot din (1) sau (2) sînt permanent în fază pentru orice ansamblu al unui arbore (fig. 6). Ordinele acestor rezultante în funcție de formula dinamică a fiecărui ansamblu al unui arbore sînt precizate în lucrarea [1],

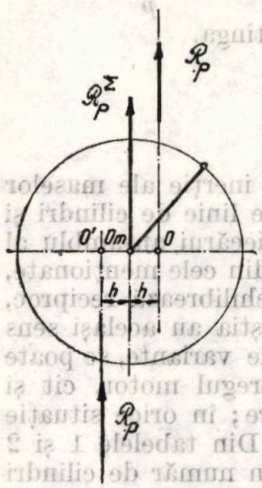


Fig. 6. Rezultantele de ordin p impar pentru un ansamblu al unui arbore.

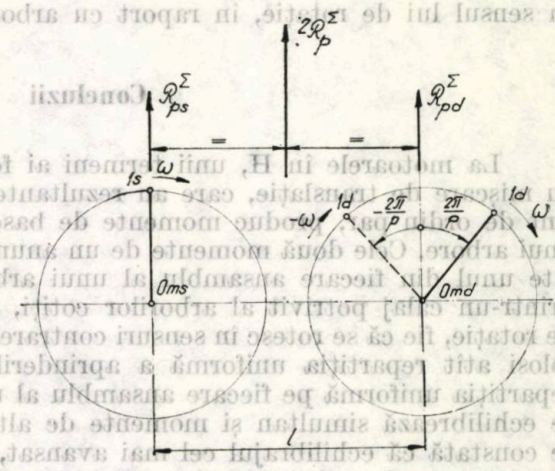


Fig. 7. Calarea arborilor cotiți corespunzătoare aplicației rezultantelor generale de ordinul p.

tabelul 1. Cele două forțe $\mathcal{R}_p$ aferente fiecărui ansamblu al unui arbore produc o rezultantă $\mathcal{R}_p^\Sigma = 2\mathcal{R}_p$.

Pe întregul motor rezultantele $\mathcal{R}_{ps}^\Sigma$ și $\mathcal{R}_{pd}^\Sigma$ sînt în fază (fig. 7) cînd arborele cotit din dreapta este rotit în sensul lui de rotație cu unghiul $\frac{2\pi}{p}$ față de arborele din stînga. În această situație ele nu produc momente, însă dau naștere unei rezultante generale de mărime $2\mathcal{R}_p^\Sigma$.

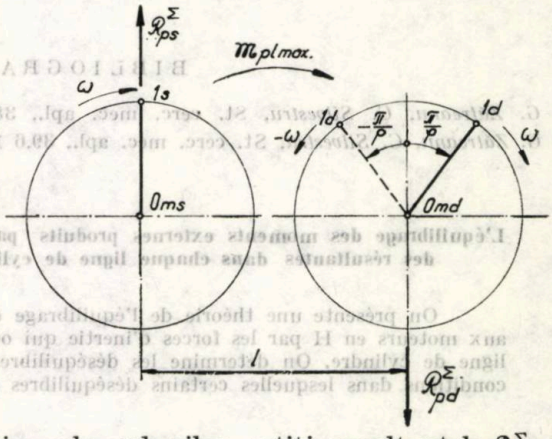


Fig. 8. Calarea arborilor cotiți corespunzătoare amplitudinii maxime a momentului $\mathcal{M}_{pl}$.

Pentru alte poziții relative ale arborilor cotiți rezultantele $\mathcal{R}_{ps}^\Sigma$ și $\mathcal{R}_{pd}^\Sigma$ produc un moment de basculare a întregului motor, care nu poate fi echilibrat. Cea mai mare amplitudine a acestui moment este $\mathcal{M}_{pl\,max} = \mathcal{R}_p^\Sigma l$,

unde l este distanța dintre axele de rotație ale arborilor cotiți și corespunde opoziției de fază a rezultantelor $\mathcal{R}^{\Sigma}_{ps}$ și $\mathcal{R}^{\Sigma}_{pd}$ (fig. 8). Această situație apare cînd arborele cotit din dreapta este calat la unghiul $\frac{\pi}{p}$, măsurat în sensul lui de rotație, în raport cu arborele din stînga.

Concluzii

La motoarele în H, unii termeni ai forțelor de inerție ale maselor cu mișcare de translație, care au rezultante în fiecare linie de cilindri și sînt de ordin par, produc momente de basculare a fiecărui ansamblu al unui arbore. Cele două momente de un anumit ordin din cele menționate, cîte unul din fiecare ansamblu al unui arbore, se echilibrează reciproc, printr-un calaj potrivit al arborilor cotiți, fie că aceștia au același sens de rotație, fie că se rotesc în sensuri contrare. În ambele variante, se poate folosi atît repartiția uniformă a aprinderilor pe întregul motor, cît și repartiția uniformă pe fiecare ansamblu al unui arbore; în orice situație se echilibrează simultan și momente de alte ordine. Din tabelele 1 și 2 se constată că echilibrajul cel mai avansat, pentru un număr de cilindri dat, corespunde rotirii arborilor cotiți în același sens și repartiției uniforme a aprinderilor pe fiecare ansamblu al unui arbore. Termeni de tipul menționat, dar de alte ordine pare, produc momente de galop ale acestor ansambluri, care urmează același regim de echilibrare.

Termenii care au rezultante în fiecare linie de cilindri și sînt de ordin impar nu dau momente dacă arborele cotit din dreapta este rotit în sensul lui de rotație cu unghiul $\frac{2\pi}{p}$ în raport cu arborele din stînga. În caz contrar ei dau momente de basculare a întregului motor, care au amplitudini maxime pentru calajul arborilor cotiți egal cu jumătate din cel precedent.

BIBLIOGRAFIE

1. *G. Zătreanu, C. Silvestru*, St. cerc. mec. apl., 38, 1, 1979, p. 141–153.
2. *G. Zătreanu, C. Silvestru*, St. cerc. mec. apl., 39,6 1980, p. 895–902

L'équilibrage des moments externes produits par les forces d'inertie qui ont des résultantes dans chaque ligne de cylindre aux moteurs en H

On présente une théorie de l'équilibrage des moments externes produits aux moteurs en H par les forces d'inertie qui ont des résultantes dans chaque ligne de cylindre. On détermine les déséquilibres dûs aux ces moments et les conditions dans lesquelles certains déséquilibres peut être effacés.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 2

C.Z.: 621.53

OPTIMIZAREA DIAMETRULUI ELEMENTULUI DE REFULARE LA POMPELE DE INJECȚIE DESTINATE MOTOARELOR CU APRINDERE PRIN COMPRIMARE, RAPIDE.

T. TURCOIU *

Lucrarea stabilește experimental diametrul optim al elementului de refulare al pompelor de injecție, care echipează unele motoare cu aprindere prin comprimare rapide, prin investigarea parametrilor procesului de injecție. Sînt analizați : debitul ciclic de combustibil injectat, presiunea combustibilului la capetele conductei de injecție, caracteristica de injecție și durata injecției pentru trei pompe, la care diametrul elementului de refulare este de 5,5 mm, 6,5 mm și 7 mm.

Introducere

Acordarea intimă a echipamentului de injecție cu motorul, atît sub aspect constructiv cît și al procesului de injecție în sine, constituie o preocupare de bază a specialiștilor din domeniu, în vederea sporirii performanțelor de putere și economicitate ale motoarelor cu aprindere prin comprimare rapide, moderne. Echipamentul de injecție destinat acestor motoare trebuie să corespundă atît din punct de vedere al debitelor de combustibil injectat pe ciclu, vitezelor și caracteristicii de injecție, cît și al gabaritului și compactității. Pentru motoarele cu aprindere prin comprimare rapide, de puteri mici, s-au dezvoltat echipamente de injecție eficiente și compacte, la care elementul de refulare este realizat cu dimensiuni la limita inferioară a posibilităților tehnologiei de fabricație practicată astăzi. De exemplu, la unele motoare rapide cu alezajul sub 100 mm, construite cu 1, 2, 3 și chiar 4 cilindrii în linie, s-a răspîndit echipamentul de injecție cu pompă de injecție individuală, la care antrenarea elementului de refulare se realizează de la arborele de distribuție, care comportă și camele de injecție.

Diametrul elementului de refulare al acestor pompe este cuprins între 5 și 8 mm [1]. Precizarea valorii optime a diametrului elementului de refulare, pentru un anumit tip de motor, constituie o problemă delicată și ea se consideră rezolvată numai după ce modelul experimental al tipului

Manuscris predat redacției la data de 11 noiembrie 1980
* Șef lucrări dr. ing., Catedra Motoare cu ardere internă (laboratorul I.N.M.T.)

de motor considerat, echipat cu pompa de injecţie la care diametrul elementului de refulare este cel optim, a funcţionat la cele mai înalte performanţe de putere şi economicitate. O primă informaţie însă, asupra diametrului optim, se poate obţine prin cercetarea echipamentului de injecţie pe standul de injecţie.

În acest sens, lucrarea prezintă o modalitate de determinare a diametrului optim al elementului de refulare al pompelor de injecţie, pentru un motor cu aprindere prin comprimare rapid, de putere mică, prin investigarea parametrilor procesului de injecţie.

1. Baza experimentală

Cercetarea a avut în vedere regimul nominal al unui motor cu aprindere prin comprimare rapid ($P_L = 18$ CP/l, $n = 3000$ rot/min), la care debitul de combustibil refulat pe ciclu, de către elementul de refulare, este de 30 mm³. S-au utilizat trei pompe de injecţie cu elemenţi de refulare de diametre diferite (tab. 1), antrenaţi de aceeaşi camă de injecţie. Utilizarea aceleiaşi came de injecţie a avut în vedere faptul că, în eventualitatea modificării caracteristicilor unui echipament de injecţie, pentru uzina de profil, este mai avantajos să introducă în fabricaţie un nou element de refulare, decît o nouă camă de injecţie.

Tabelul 1

Dimensiunile caracteristice ale elementilor de refulare ai pompelor de injecţie cercetate

Mărimea elementului de refulare	Diametrul pistonului-sertar (mm)	Cursa pistonului (mm)	Notaţie distinctivă în lucrare	Firma producătoare
FAOAR	5,5	7	B 5,5	Bryce
K	6,5	7	K 6,5	Bosch
M	7,0	7	M 7	Bosch

Pompele de injecţie au fost montate pe standul Mirköz, tip Star 12. Pompa M7, de tip monobloc, s-a antrenat de la axul standului prin simpla cuplare a acestuia cu axul cu came propriu. Pentru antrenarea pompelor B5,5 şi K6,5 s-a folosit un dispozitiv special* (fig. 1). prevăzut cu un ax care comportă cama de injecţie.

În vederea optimizării diametrului elementului de refulare s-au evaluat, pentru pompele de injecţie din tabelul 1, parametrii procesului de injecţie care definesc cel mai bine calităţile unui echipament de injecţie. Aceştia au fost: debitul ciclic de combustibil injectat, variaţia presiunii combustibilului la capetele conductei de înaltă presiune, caracteristica de injecţie şi deplasarea acului pulverizatorului.

Debitul ciclic de combustibil refulat de elementii de pompare cercetaţi s-a determinat atît prin metoda volumetrică, măsurînd volumul

* conceput şi realizat la INMT-Bucureşti

de combustibil acumulat în eprubeta standului, cît și prin calcul, integrînd caracteristica de injecție în formă diferențială, în vederea stabilirii erorilor care apar la determinarea caracteristicii de injecție.

Variația presiunii la capetele conductei de înaltă presiune s-a înregistrat cu traductoare piezoelectrice AVL, tip 7QP 2500. Construcția

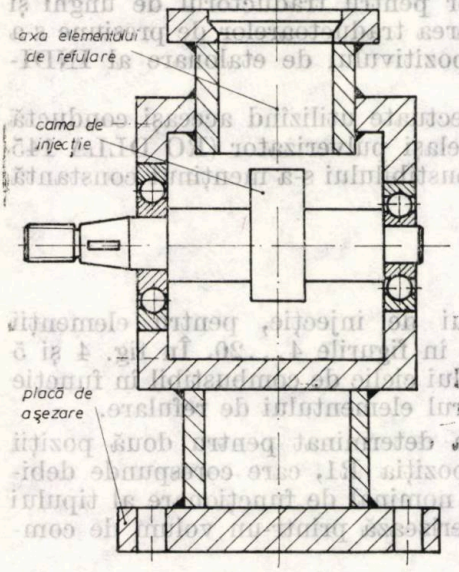


Fig. 1. Dispozitiv pentru antrenarea pompelor de injecție individuale.

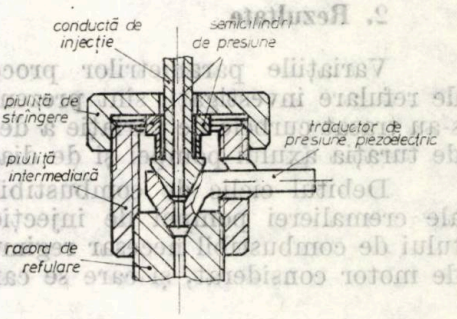


Fig. 2. Montajul traductorului de presiune piezoelectric.

traductoarelor este astfel concepută încît, la montaj, să nu se modifice sensibil lungimea conductei de înaltă presiune. Fixarea traductoarelor la capetele conductei se realizează după montajul din figura 2.

Caracteristica de injecție în formă diferențială s-a determinat prin metoda Bosch, înregistrînd variația de presiune a combustibilului în

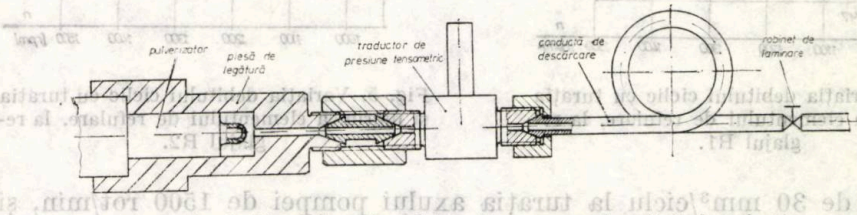


Fig. 3. Montaj pentru determinarea caracteristicii de injecție.

avalul orificiilor de pulverizare cu ajutorul unui traductor de presiune tensometric AVL, tip 31DP 500, conectat la puntea AVL 3009/AO1. Montajul pentru determinarea caracteristicii de injecție este prezentat în figura 3.

Deplasarea acului pulverizatorului s-a înregistrat cu un traductor inductiv de cursă AVL, tip NH 3075. Semnalul de unghi a fost obținut cu o bază de timp magnetică AVL; acesta s-a suprapus peste oscilograma variației de presiune la intrarea în injector.

Oscilografierea presiunii de injecție, caracteristicii de injecție și deplasarea acului pulverizatorului s-a realizat cu aparatul INDICATING SYSTEM AVL, care are în dotare amplificatori pentru traductoarele de presiune piezoelectrice, amplificator pentru traductorul de unghi și un osciloscop cu patru canale. Etalonarea traductoarelor de presiune s-a efectuat electrostatic, cu ajutorul dispozitivului de etalonare al INDICATING-ului.

Toate experimentările au fost efectuate utilizînd aceeași conductă de înaltă presiune (570 ×2,5 mm) și același pulverizator (RO DLLA 145 S448). De asemenea, temperatura combustibilului s-a menținut constantă 40° C) pe toată durata încercărilor.

2. Rezultate

Variațiile parametrilor procesului de injecție, pentru elementii de refulare investigați, sînt prezentate în figurile 4...20. În fig. 4 și 5 s-au trasat curbele de variație a debitului ciclic de combustibil în funcție de turația axului pompei și de diametrul elementului de refulare.

Debitul ciclic de combustibil s-a determinat pentru două poziții ale cremalierei pompei de injecție: poziția R1, care corespunde debitului de combustibil necesar regimului nominal de funcționare al tipului de motor considerat, și care se caracterizează printr-un volum de com-

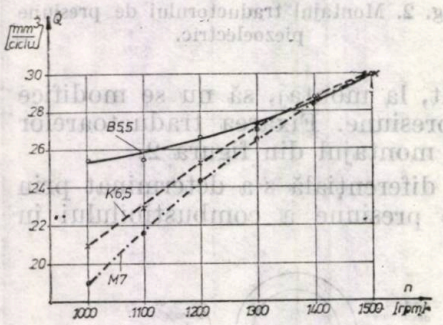


Fig. 4. Variația debitului ciclic cu turația și mărimea elementului de refulare, la reglajul R1.

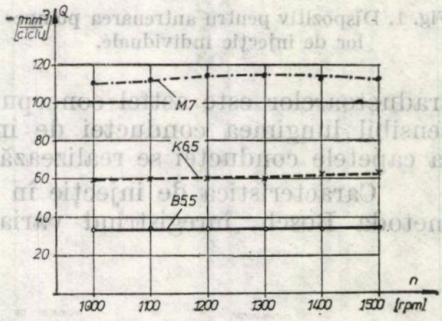


Fig. 5. Variația debitului ciclic cu turația și mărimea elementului de refulare, la reglajul R2.

bustibil de 30 mm³/ciclu la turația axului pompei de 1500 rot/min, și poziția R2, care corespunde debitului maxim de combustibil refulat de către elementii de refulare.

Avînd în vedere faptul că elementii de refulare cercetați diferă prin diametrul pistonului-sertar, reglajul R1 se obține prin modificarea cursei utile a acestuia; reglajul R2 rezultă ca urmare a fixării cremalierei pe tampon. În tabelul 2 sînt precizate valorile curselor utile pentru cele

două reglaje ale cremalierei pompei de injecție, precum și ariile secțiunilor de pompare și a secțiunilor aferente scurgerilor de combustibil către canalul de descărcare, pentru cele trei pompe de injecție investigate.

Tabelul 2

Valori pentru cursa utilă, secțiunea de pompare și secțiunea aferentă scurgerilor de combustibil către canalul de descărcare

Pompa de injecție	d_p (mm)	$A_p = \pi \cdot d_p^2/4$ (mm²)	h_u^{R1} (mm)	h_u^{R2} (mm)	Secțiunea aferentă scurgerilor* (mm²)
B 5,5	5,5	23,7	1,265	1,475	$17,28 \cdot 10^{-3}$
K 6,5	6,5	33,2	0,931	1,895	$20,40 \cdot 10^{-3}$
M 7	7	38,5	0,779	2,935	$22,05 \cdot 10^{-3}$

* s-a considerat jocul, dintre pistonul-sertar și bucșa elementului de refulare, prescris de uzina constructoare

Analiza curbelor din fig. 4 și 5 pune în evidență scăderea debitului ciclic de combustibil cu turația (iar la reglajul R1 și cu creșterea diametrului elementului de refulare) la ambele reglaje stabilite, datorită scurgerilor de combustibil către canalul de descărcare din bucșa elementului, ca urmare a jocului existent între capul pistonului-sertar și bucșa elementului [2] și a timpului de scurgere, mai mare în cazul turațiilor mai mici. Scurgerile de combustibil sînt mai mari în cazul elementilor K6,5 și M7, deoarece secțiunea aferentă scurgerilor de combustibil se mărește odată cu creșterea diametrului pistonului-sertar (tab. 2), chiar dacă jocul dintre piston și bucșă rămîne constant. Aceasta face, ca la turații mai mici decît turația nominală, debitul ciclic de combustibil să scadă cu peste 20% (din tab. 2 rezultă că și secțiunea aferentă scurgerilor se mărește cu același procent) la elementul M7 (fig. 4) față de elementul B5,5, în aceleași condiții de funcționare. Prin urmare, este posibil ca la aceste turații, un motor dat, echipat de exemplu, cu o pompă de injecție cu element de refulare de 7 mm, să funcționeze în condiții de uniformitate sporită a debitării între cilindri, deoarece debitele de combustibil refulat fiind mai mici, diferențele existente între debitul ciclic maxim și minim se vor atenua, ceea ce determină reducerea gradului de neuniformitate a debitării [2].

Curbele din fig. 5 evidențiază faptul că la reglajul R2 (corespunzător debitului maxim de combustibil refulat), elementul M7, în aceleași condiții de funcționare, debitează cantități de combustibil de peste 3 ori mai mari decît elementul B5,5 și de cca. 2 ori mai mari decît elementul K6,5. Creșterea debitului maxim de combustibil refulat nu se realizează în același raport cu creșterea secțiunii de pompare, deoarece cursa utilă maximă a pistonului-sertar diferă (tab. 2) în cazul celor trei pompe de injecție cercetate. Pentru un motor dat, curbele din fig. 5 oferă posibilitatea alegerii celui mai potrivit element de refulare, astfel încît, să existe premizele realizării tuturor sarcinilor (și mai ales a suprasarcinilor) dorite și a dozajelor corespunzătoare a amestecului, pe tot domeniul de sarcini ale motorului.

Variația presiunii combustibilului la capetele conductei de înaltă presiune a fost vizualizată pe ecranul osciloscopului aparatului INDICATING, concomitent cu caracteristica de injecție diferențială și cu deplasarea acului pulverizatorului. În figurile 6...8 sînt prezentate înregistră-

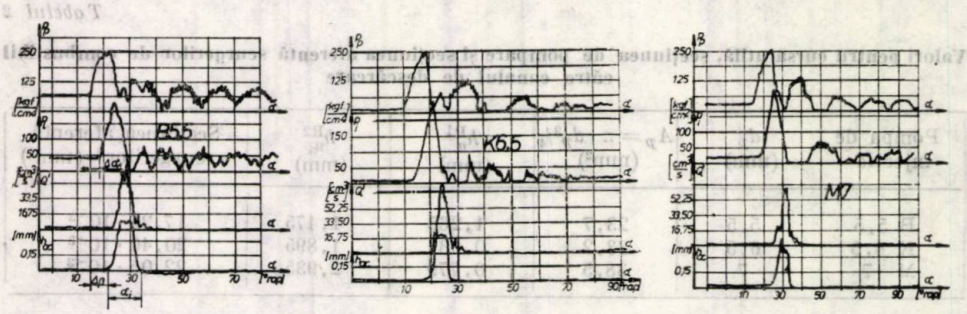


Fig. 6, 7 și 8. Variația presiunii combustibilului pe conducta de înaltă presiune, la pompă (p_p) și la injector (p_i), caracteristica de injecție diferențială (Q') și deplasarea acului pulverizatorului (h_{ac}), la reglajul R1 și turația axului pompei de 1500 rot/min, pentru pompele B5,5, K6,5 și M7.

rile de pe ecranul osciloscopului pentru pompele de injecție investigate, la reglajul R1 și turația axului pompei de 1500 rot/min.

Pentru analiza curbelor de variație a presiunii combustibilului pe conducta de înaltă presiune sînt interesanți următorii parametri: presiunea maximă la pompă ($p_{p_{max}}$) și la injector ($p_{i_{max}}$), presiunea maximă a undei reflectate la pompă ($p^r_{p_{max}}$) și la injector ($p^r_{i_{max}}$), presiunea remanentă pe conductă, în perioada dintre două injecții, la pompă (p_p^{rem}) și la injector (p_i^{rem}) și decalajul unghiular între momentul de început al creșterii presiunii la pompă și începutul creșterii presiunii la injector ($\Delta\alpha_1$).

Valorile absolute ale presiunii combustibilului se stabilesc ținînd seama de etalonarea electrostatică a traductoarelor de presiune. Prelucrarea curbelor de variație a presiunii combustibilului la pompă și la injector, în sensul parametrilor interesați, a permis precizarea variației

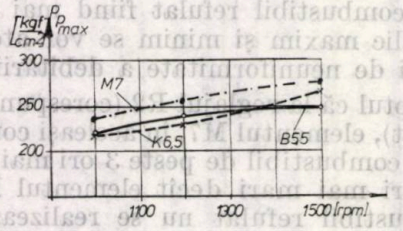


Fig. 9. Variația nivelului de presiune maximă la pompă, în funcție de turație și mărimea elementului de refulare.

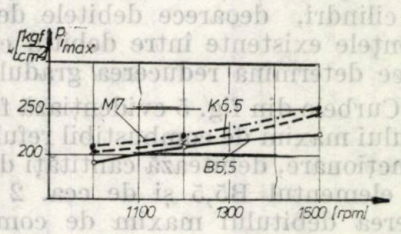


Fig. 10. Variația nivelului de presiune maximă la injector, în funcție de turație și mărimea elementului de refulare.

acestora în funcție de turația axului pompei de injecție și de mărimea diametrului elementului de refulare. În figurile 9...15 s-au trasat curbele de variație a acestor parametri.

Curbele de variație a presiunii maxime la pompă (fig. 9) și la injector (fig. 10), pun în evidență creșterea cu 7% a nivelului de presiune maximă pe conducta de injecție la pompa M7, față de pompa B5,5 ceea ce este avantajos pentru penetrația și gradul de pulverizare ale jetului de combus-

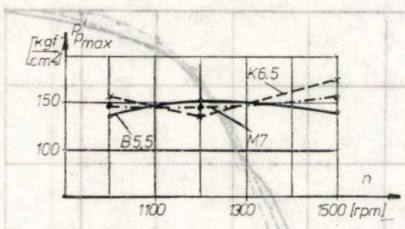


Fig. 11. Variația nivelului de presiune maximă a undei reflectate la pompă, în funcție de turație și mărimea elementului de refulare.

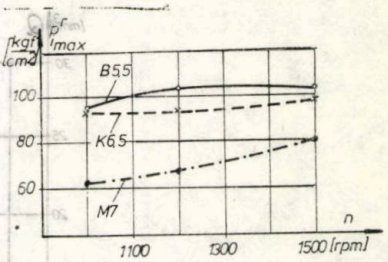


Fig. 12. Variația nivelului de presiune maximă a undei reflectate la injector, în funcție de turație și mărimea elementului de refulare.

tibil. Aceasta se explică prin faptul că la pompele de injecție la care diametrul elementului de refulare este mai mare, pentru menținerea reglajului impus (reglajul R1) se procedează la micșorarea cursei utile a pistonului-sertar, ceea ce determină ca sfîrșitul refulării combustibilului la pompă să se producă în zona maximului de viteză a pistonului-sertar (fig. 18); ca urmare, presiunea combustibilului la sfîrșitul refulării va fi, corespunzător, mai mare.

La scăderea turației, nivelul de presiune pe conductă se micșorează, în toate cazurile, ca efect al reducerii vitezei de deplasare a pistonului sertar.

Nivelul maxim al presiunii undei reflectate la pompă (fig. 11) nu se modifică esențial cu mărimea diametrului elementului de refulare,

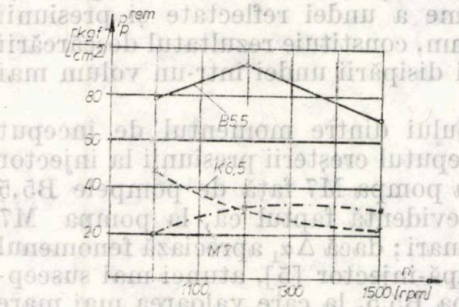


Fig. 13. Variația presiunii remanente pe conducta de înaltă presiune la pompă, în funcție de turație și mărimea elementului de refulare.

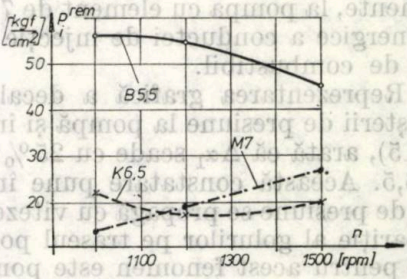


Fig. 14. Variația presiunii remanente pe conducta de înaltă presiune la injector, în funcție de turație și mărimea elementului de refulare.

însă, unda reflectată la injector (fig. 12) are un nivel cu 25—30% mai scăzut la pompa cu element de 7 mm, decît la celelalte pompe cercetate. Nivelul presiunii remanente pe conducta de înaltă presiune (fig. 13, 14)

este de 2—3 ori mai mic la pompele M7 și K6,5 decît la pompa B5,5. De asemenea, la pompa M7, alura curbelor p^{rem} este mai avantajoasă, întrucît scade continuu cu scăderea turației. Rezultă că la această pompă, conducta de înaltă presiune este mai puțin solicitată în perioada dintre

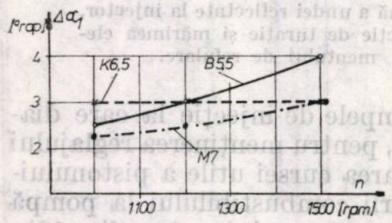


Fig. 15. Variația decalajului între momentul de început al creșterii presiunii la pompă și începutul creșterii presiunii la injector, în funcție de turație și mărimea elementului de refulare.

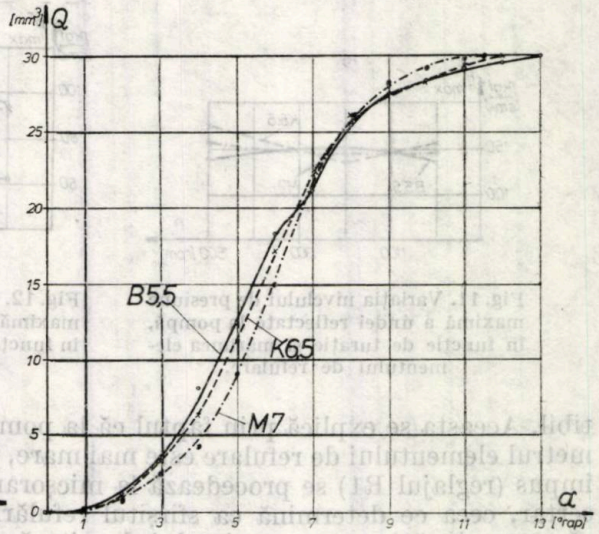


Fig. 16. Caracteristicile de injecție în formă integrală pentru pompele de injecție B5,5, K6,5 și M7.

două injecții consecutive, iar probabilitatea de apariție a fenomenului de postinjecție se reduce considerabil (pentru pompele de injecție investigate, la reglajul R1, fenomenul de postinjecție nu a fost înregistrat). Valorile mai mici ale presiunii maxime a undei reflectate și presiunii remanente, la pompa cu element de 7 mm, constituie rezultatul descărcării mai energice a conductei de injecție și disipării undei într-un volum mai mare de combustibil.

Reprezentarea grafică a decalajului dintre momentul de început al creșterii de presiune la pompă și începutul creșterii presiunii la injector (fig. 15), arată că $\Delta\alpha_1$ scade cu 25% la pompa M7 față de pompele B5,5 și K6,5. Această constatare pune în evidență faptul că, la pompa M7 unda de presiune se propagă cu viteze mari; dacă $\Delta\alpha_1$ apreciază fenomenul de apariție al golurilor pe traseul pompă-injector [5], atunci mai susceptibilă pentru acest fenomen este pompa B5,5, la care valoarea mai mare a lui $\Delta\alpha_1$, se poate explica și prin faptul că unda de presiune se propagă într-un mediu discontinuu, ceea ce-i atenuează viteza de propagare.

Caracteristica de injecție s-a determinat cu metoda Bosch [3], potrivit căreia combustibilul care traversează orificiile de pulverizare străbate o conductă de secțiune constantă și lungime mare. Variația presiunii combustibilului la ieșirea din pulverizator este înregistrată cu un traductor de presiune tensometric. În secțiunea în care este montat

traductorul, dacă nu există unde reflectate, viteza instantanee a combustibilului se calculează cu ecuaţia lui Jukovski,

$$v = p_{pulv}/a \cdot \rho, \ (cm/s), \tag{1}$$

unde p_{pulv} este presiunea combustibilului, măsurată cu traductorul tensometric (kgf/cm²); a-viteza de propagare a undei de presiune (cm/s); ρ-masa specifică a combustibilului (kgf · s²/cm⁴).
Debitul de combustibil în secţiunea în care a fost montat traductorul va fi,

$$Q' = f_c \cdot v = f_c \cdot p_{pulv}/a \cdot \rho, \ (cm^3/s), \tag{2}$$

în care f_c este secţiunea de curgere a conductei (cm²).

Curba de variaţie în timp a lui Q' reprezintă caracteristica de injecţie în formă diferenţială. Dacă se ţine seama de valoarea secţiunii de curgere f_c şi de valorile lui a şi ρ, calculate conform lucrărilor [4] şi [5], rezultă din (2),

$$Q' = 0{,}268 \cdot p_{pulv}, \ (cm^3/s). \tag{3}$$

Prin urmare, curba de variaţie a presiunii combustibilului la ieşirea din pulverizator reprezintă, la o altă scară, caracteristica de injecţie în formă diferenţială (fig. 6, 7, 8 şi 17).

Caracteristica de injecţie în formă integrală se obţine prin însumarea succesivă a cantităţilor de combustibil injectat, pe intervale de timp (sau unghi) suficient de mici, pe toată durata injecţiei. Cantitatea de combustibil pe interval se calculează cu relaţia,

$$Q = 0{,}268 \cdot p_{pulv}^{m} \cdot \frac{\Delta\alpha}{6 \cdot n}, \ (cm^3), \tag{4}$$

unde $\Delta\alpha$ este ordinul de mărime al intervalului de calcul considerat. Punctul final de pe caracteristica de injecţie integrală reprezintă cantitatea totală de combustibil injectat pe ciclu (Q_{calc}), determinată prin metoda amintită. Între cantitatea de combustibil pe ciclu determinată prin calcul şi cea măsurată experimental (Q_{exp}) pe stand, apar diferenţe (tab. 3) datorate, în principal, următoarelor cauze: neliniarităţii scării unghiurilor pe oscilograma caracteristicii de injecţie, diferenţelor inerente existente între presiunea combustibilului la ieşirea din pulverizator reală şi cea măsuartă, precum şi faptului că montajul folosit pentru măsurarea presiunii combustibilului la ieşirea din pulverizator a necesitat introducerea unei piese de legătură între pulverizator şi traductor, a cărei secţiune de curgere a fost mai mare decît cea a traductorului şi conductei de descărcare. Diferenţele de 6,5—8,5% existente între debitele de combustibil calculate şi măsurate cu eprubeta standului, se consideră acceptabile dacă se au în vedere debitele mici de combustibil injectat pe ciclu şi erorile inerente la măsurarea presiunii în avalul pulverizatorului.

Caracteristica de injecţie integrală se reprezintă grafic după ce cantitatea de combustibil Q_{calc} a fost corectată cu coeficientul $k = Q_{exp}/Q_{calc}$ (tab. 3). În figura 16 s-au reprezentat caracteristicile de injecţie în formă integrală, pentru cele trei pompe de injecţie investigate.

Tabelul 3

Mărimi ale parametrilor procesului de injecție

Param. / Pompa	p_{pulv}^{max} (kgf/cm²)	Q'_{max} (cm³/s)	Q_{exp} (mm³/ciclu)	Q_{calc} (mm³/ciclu)	k (—)	α_i (°rap)	$\Delta\beta$ (°rap)
B 5,5	207	55,4	30	32,10	0,935	13	6
K 6,5	196	52,4	30	27,52	1,090	12	7
M 7	210	56,3	30	28,17	1,065	11,5	7

Analiza caracteristicilor de injecție diferențiale (fig. 17), pune în evidență existența unor faze distincte de introducere a combustibilului injectat în camera de ardere, ca urmare a vibrației acului pulverizatorului. Măsurătorile pe caracteristica de injecție diferențială arată că primele vibrații ale acului pulverizatorului, de la începutul ridicării acestuia, apar mai întîi la pompa cu element de refulare de 7 mm (ex. după 2,5° rap la M7 ; după 3,5° rap la K6,5 și după 4,5 °rap la B5,5). Această constatare, completată și de analiza caracteristicii de injecție în formă integrală (fig. 16), îndreptățește afirmația potrivit căreia, în perioada de întîrziere la autoaprindere și faza arderii violente (de ordinul a 10—12 °RAC), pompa de injecție cu element de refulare de 7 mm introduce în camera de ardere cantități de combustibil mai mici cu circa 20—35%, față de pompele K6,5 și respectiv B5,5, ceea ce favorizează formarea amestecului și creșterea moderată de presiune în prima fază a procesului de ardere. Totodată, la sfîrșitul procesului de injecție, pompa M7 injectează cantități de combustibil cu 5% mai mici (fig. 16), ceea ce este avantajos pentru

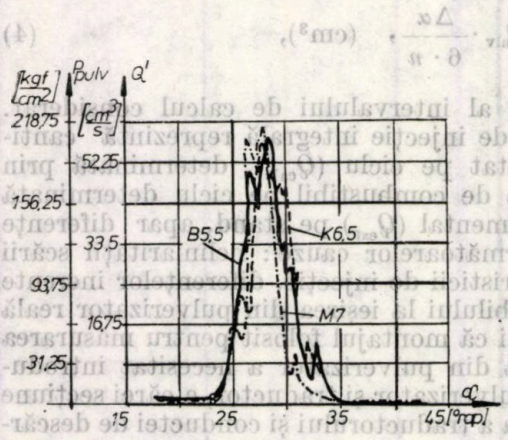


Fig. 17. Caracteristicile de injecție în formă diferențială pentru pompele de injecție B5,5, K6,5 și M7.

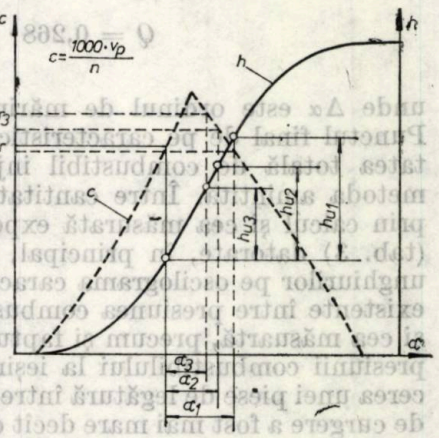


Fig. 18. Deplasarea pistonului-sertar (h) și coeficientul de viteză (c), în funcție de unghiul de rotație al axului pompei de injecție.

faza arderii difuzive atît din punct de vedere al formării amestecului în această perioadă a arderii, cît și al reducerii fumului din gazele arse.

Durata injecției s-a determinat cu ajutorul oscilogramelor care rep rezintă deplasarea acului pulverizatorului. Variația duratei injecției

cu turația și mărimea diametrului elementului de refulare este reprezentată în figura 19. Durata injecției scade cu scăderea turației (deoarece la turații reduse debitele ciclice de combustibil sînt mai reduse — fig. 4) și cu creșterea diametrului elementului de refulare. La pompa M7, durata injecției

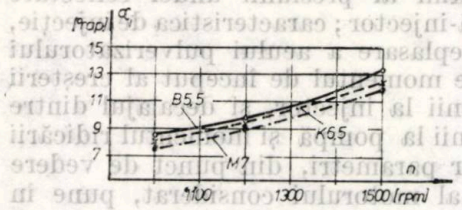


Fig. 19. Variația duratei injecției în funcție de turație și mărimea elementului de refulare.

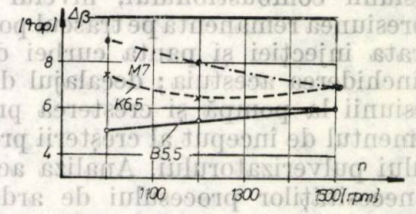


Fig. 20. Variația decalajului între momentul de început al creșterii presiunii la pompă și începutul ridicării acului pulverizatorului, în funcție de turație și mărimea elementului de refulare.

este mai mică cu 11% față de pompa B5,5 și cu 8% față de pompa K6,5. Aceasta permite pompei cu element de refulare de 7 mm ca să injecteze în camera de ardere a motorului aceeași cantitate de combustibil într-un timp mai scurt, evitînd prelungirea procesului de ardere în perioada procesului de destindere. Referitor la aceasta, informații suplimentare oferă și analiza curbelor de deplasare a acului pulverizatorului (fig. 6, 7, 8), care evidențiază faptul că la pompa M7 sfîrșitul injecției este mai ferm.

Scăderea duratei injecției cu creșterea diametrului elementului de refulare este explicabilă, dacă se ține seama de raportul existent între cursele utile a două pompe de injecție, la care debitul ciclic refulat și începutul refulării geometrice sînt identice. Dacă $d_{p_1} < d_{p_2}$, atunci se poate scrie

$$h_{u_2}/h_{u_1} = (d_{p_1}/d_{p_2})^2;$$

deci cursa utilă $h_{u_2} < h_{u_1}$, și corespunzător, $\alpha_{i_2} < \alpha_{i_1}$ (fig. 18).

Un alt parametru care poate fi analizat, dacă se ține seama de variația presiunii la pompă și de deplasarea acului pulverizatorului este decalajul $\Delta\beta$, între momentul de început al creșterii presiunii la pompă și începutul ridicării acului pulverizatorului. Analiza acestuia arată că $\Delta\beta$ crește aproape la dublu, de exemplu la turația de 1000 rot/min (fig. 20), în cazul pompei M7 față de pompa B5,5. Aceasta sugerează faptul că la pompa cu element de refulare de 7 mm, dacă ridicarea acului pulverizatorului se produce în același moment pe ciclu, iar durata injecției nu diferă esențial — în condițiile menținerii aceluiași debit de combustibil pe ciclu — trebuie mărit avansul la injecție, pentru a evita prelungirea arderii în destindere sau arderea incompletă a amestecului.

Concluzii

Pentru un motor cu aprinderea prin comprimare care costituie modelul experimental al unei familii noi de motoare, optimizarea diametrului elementului de refulare al pompei de injecție poate fi realizată

prin investigarea parametrilor procesului de injecție. În acest sens, trebuie cercetați următorii parametri: debitul de combustibil la reglajul impus de regimul nominal de funcționare al motorului dat și debitul maxim de combustibil refulat de pompele de injecție investigate; nivelul maxim al presiunii combustibilului, nivelul maxim al presiunii undei reflectate și presiunea remanentă pe traseul pompă-injector; caracteristica de injecție, durata injecției și panta curbei de deplasare a acului pulverizatorului la închiderea acestuia; decalajul dintre momentul de început al creșterii presiunii la pompă și creșterea presiunii la injector, și decalajul dintre momentul de început al creșterii presiunii la pompă și momentul ridicării acului pulverizatorului. Analiza acestor parametri, din punct de vedere al necesităților procesului de ardere al motorului considerat, pune în evidență echipamentul de injecție care se acordă cel mai bine cu motorul.

De exemplu, pentru un motor cu puterea litrică de 18 CP/l și turația nominală de 3000 rot/min, diametrul optim al elementului de refulare al pompei de injecție, stabilit corespunzător metodologiei descrise, este de 7 mm. Aceasta întrucît, pompa cu element de 7 mm este superioară celorlalte pompe investigate deoarece: nivelul maxim al presiunii de injecție este mai mare cu 7%, ceea ce favorizează penetrația și gradul de pulverizare al jetului de combustibil; nivelul maxim al undei reflectate este mai mic cu 30%, iar nivelul presiunii remanente scade de 2—3 ori, ceea ce reduce sensibil solicitarea conductei de înaltă presiune, în perioada dintre două injecții consecutive și probabilitatea apariției postinjecțiilor; caracteristica de injecție este mai avantajoasă deoarece, în perioada întîrzierii la autoaprindere și faza arderii violente, se introduc în camera de ardere cantități de combustibil cu cca. 30% mai mici, ceea ce avantajează formarea amestecului și creșterea moderată de presiune; durata injecției este cu 11% mai mică, ceea ce evită prelungirea arderii în destindere. Avantajul esențial însă, îl reprezintă faptul că pompa cu element de 7 mm se poate realiza mult mai ușor din punct de vedere tehnologic, în condițiile menținerii unui joc prescris de 1—3 μm între bucșa elementului și pistonul-sertar.

BIBLIOGRAFIE

1. * * * Einspritzpumpen PF-Robert Bosch GMBH, Stuttgart, VDT-AKP 2/1.
2. *Turcoiu T.*, Cercetări privind îmbunătățirea funcționării pompelor de injecție cu piston-sertar. Teză de doctorat, Inst. Pol. Buc., 1979.
3. *Manea A., ș.a.*, Cercetări în vederea realizării în concepție proprie a familiei de motoare diesel de tracțiune și speciale, pentru acoperirea domeniului de puteri 500—1500 CP, contract INMT, 1977.
4. *Yamaoka K., ș.a.*, Analysis of bypass control fuel injection systems for small Diesel engines by digital computer, SAE, paper 730664.
5. *Manea A.*, Contribuții la studiul caracteristicii de injecție în condițiile apariției golurilor pe traseul pompă-injector. Teză de doctorat, Institutul Politehnic București, 1975.

The Determination of the Best Diameter of the Pumping Element at the Injection Pumps Destinated to the Speed Diesel Engines

The paper established experimental the best diameter of the pumping element of the injection pumps, that equiped some speed Diesel engines, through investigation the injection process parameters. Are analysed: the flow of fuel injected, the fuel pressure at the extremitys of injection pipe, the low and the time of injection for three pumps, that the diameter of the pumping element is 5,5 mm, 6,5 mm and 7 mm.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 2

AERONAVE

C.Z.: 629.13

GENERALIZARE A SISTEMELOR DE PROPULSIE AEROREACTOARE, MOTORUL TURBOREACTOR CU „N" FLUXURI.

VIRGIL STANCIU *

Prezentul studiu își propune să stabilească noi posibilități de investigare a performanțelor sistemelor de propulsie aerospațiale pe baza caracteristicilor și performanțelor unui sistem de propulsie generalizat, motorul turboreactor cu „n" fluxuri. Din analiza performanțelor acestui motor se obțin prin particularizare soluțiile cunoscute: motorul turboreactor cu simplu flux (MTRSF), motorul turboreactor cu dublu flux (MTRDF) și motorul turbopropulsor (MTP). Sînt evidențiate, totodată, ca aplicație, avantajele utilizării motoarelor turboreactoare cu triplu flux (MTRTF).

Introducere

Îmbunătățirile performanțelor motoarelor aeroreactoare, impuse de restricțiile severe ale transportului aerian modern (poluare fonică și chimică redusă, mărirea forței de tracțiune, reducerea consumurilor de combustibil) au fost parțial rezolvate prin introducerea în exploatare, în jurul anului 1958, a unui nou tip de motor, motorul turboreactor cu dublu flux.

Din punct de vedere funcțional acest motor constituie o punte de legătură între cele două sisteme de propulsie existente, motorul turbopropulsor și motorul turboreactor.

Creșterea randamentului instalației de propulsie, elicea, prin întubarea ei și crearea unui nou flux de aer care înconjoară fluxul primar au permis o ameliorare considerabilă a zgomotului și o îmbunătățire a performanțelor motorului turbopropulsor. S-a obținut astfel un motor turboreactor foarte asemănător cu MTRSF, dar de caracteristici superioare.

Se poate afirma că motorul turboreactor cu dublu flux reprezintă totodată o extindere a motorului turboreactor cu simplu flux prin evidențierea și accentuarea caracteristicilor funcționale și geometrice ale primelor rețele de compresor axial.

Plecînd de la această constatare, să ne imaginăm, spre generalizare, un sistem de propulsie la care fiecare rețea difuzoare, sau un grup de rețele, să genereze un flux de aer, ca în figura 1.

Manuscris predat redacției la data de 20 decembrie 1980
* Asistent ing. Catedra Aeronave

Există astfel posibilitatea realizării unui motor turboreactor cu un număr foarte mare de fluxuri (teoretic infinit) ale cărui performanțe să fie considerabil îmbunătățite, datorită posibilităților nelimitate de combinare a parametrilor de care depind acestea.

Vom numi acest sistem, motor turboreactor cu „n" fluxuri.

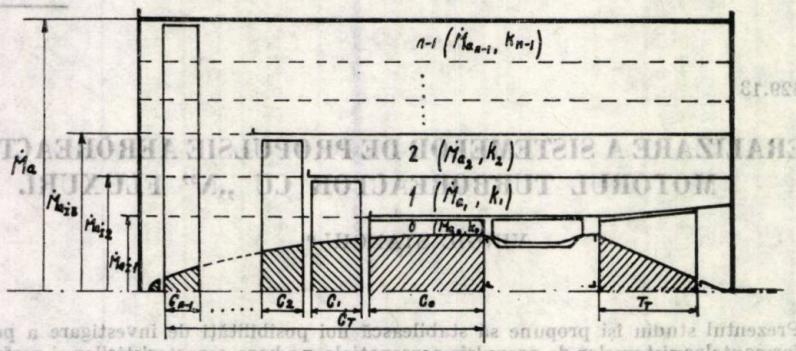


Fig. 1. Schema principială a motorului turboreactor cu „n" fluxuri.

1. **Principalii parametrii funcționali** ai motorului vor caracteriza fie fluxul „i", fie întreg motorul.

a) Parametrii fluxului de aer „i":

— Ma_i, debitul de aer care circulă prin conturul „i";

— l^*_{ci}, lucrul mecanic de comprimare prestat de o treaptă de compresor din conturul „i";

— l^*_{ci}, lucrul mecanic de comprimare a aerului datorat numai treptelor de compresor din conturul „i" adică, $l^*_{ci} = p_i \cdot l^*_{ci}$, (1)
unde p_i reprezintă numărul de trepte din conturul „i".

— l^*_{ciT}, lucrul mecanic total de comprimare a aerului în conturul „i". Acesta ține seama și de aportul celorlalte rețele, deci:

$$l^*_{ciT} = \sum_{j=i}^{n-1} l^*_{cj}, \tag{2}$$

n fiind numărul de fluxuri.

— p_{iT}, reprezintă numărul total de trepte de compresor axial din conturul „i",

$$p_{iT} = \sum_{j=i}^{n-1} p_j \tag{3}$$

— K_i, factor de dublu flux de ordin i, care reprezintă raportul dintre debitul de aer din conturul „i" și debitul de aer total din conturul interior corespunzător, $\dot{M}_{aIi}$

$$K_i = \frac{\dot{M}_{ai}}{\dot{M}_{aIi}} \tag{4}$$

unde

$$\dot{M}_{aIi} = \sum_{k=0}^{i-1} \dot{M}a_k. \tag{5}$$

— $K_i^{(i)}$, factor de flux de ordinul „i", adică:

$$K_i^{(i)} = \frac{\dot{M}_{aIi}}{\dot{M}_{a_0}} \tag{6}$$

Evident:

$$K_i^{(i)} = \prod_{p=1}^{i-1} (1 + K_p) \tag{7}$$

b) Parametrii globali ai motorului:

— $\dot{M}_a$, debitul total de aer vehiculat de motor:

$$\dot{M}_a = \sum_{i=0}^{n-1} \dot{M}_{ai} \tag{8}$$

sau înlocuind $\dot{M}_{ai}$ se obține relația:

$$\dot{M}_a = \dot{M}_{a_0} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} K_i \cdot K_i^{(i)} \tag{9}$$

— K_e, factor de dublu flux echivalent, definit ca:

$$K_e = \sum_{i=0}^{n-1} K_i \cdot K_i^{(i)} - 1 \tag{10}$$

În această situație debitul total de aer devine:

$$\dot{M}_a = \dot{M}_{a_0}(K_e + 1) \tag{11}$$

relație ce permite o comparație cu motorul turboreactor dublu flux cunoscut.

2. Condiția de funcționare stabilă a motorului turboreactor generalizat

Ca și în cazul sistemelor cunoscute, condiția de funcționare stabilă la o turație dată a grupului turbocompresor este egalitatea dintre puterea realizată de turbină, P_T și puterea consumată de compresor, P_c, dacă se neglijează puterea consumată de agregatele motorului precum și pierderile de energie din lagărele motorului, adică:

$$P_T \simeq P_c \tag{12}$$

Avînd în vedere că puterea consumată de compresor este o sumă a puterilor consumate de treptele de compresor din fiecare contur atunci:

$$P_c = \sum_{i=0}^{n-1} P_{ci} \tag{13}$$

Cum însă:

$$P_{ci} = \dot{M}_{ai} \cdot l_{ci}^* \tag{14}$$

rezultă:

$$P_c = \sum_{i=0}^{n-1} \dot{M}_{aIi} \cdot l_{ci-1}^* \tag{15}$$

Conform relației (9) se poate scrie:

$$\dot{M}_{ai} = K_i \cdot K_i^{(i)} \cdot \dot{M}_{a_0}$$

și înlocuind:

$$P_c = \dot{M}_{a_0} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} l_{ciT}^* \cdot K_i \cdot K_i^{(i)} \tag{16}$$

cu condițiile:

$$K_0 = 0\,;\; K_0^{(0)} = 1\,;\; K_1^{(1)} = 1. \tag{17}$$

Pe de altă parte puterea realizată de turbină se poate exprima prin relația:

$$P_T = \dot{M}_{a_0} \cdot l_T^* \tag{18}$$

unde l_T^* reprezintă lucrul mecanic specific produs de turbina motorului.

Egalînd relațiile (16) și (18) se deduce relația (19):

$$l_T^* \simeq \sum_{i=0}^{n-1} l_{ciT}^* \cdot K_i \cdot K_i^{(i)} \tag{19}$$

care constituie condiția de funcționare stabilă a motorului turboreactor cu „n" fluxuri de aer. Dacă se face ipoteza că lucrul mecanic prestat de o treaptă de compresor este constant, adică, $l_{ci_1}^* = l_1^* = \text{constant}$, rezultă:

$$l_T^* = l_1^* \cdot \sum_{i=0}^{n-1} p_{iT} \cdot K_i \cdot K_i^{(i)} \tag{20}$$

În ceea ce privește lucrul mecanic obținut în rețele confuzoare ale turbinei, se poate afirma că acesta este limitat, pe de o parte de temperatura maximă T_3^*, iar pe de altă parte de posibilitatea de realizare a unei destinderi complete, $p_4 = p_H$.

Se poate, deci, aprecia că raportul l_T^*/l_1^*, este limitat în stadiul actual al motoarelor aeroreactoare. Deci se poate conchide că:

$$\sum_{i=0}^{n-1} p_{iT} \cdot K_i \cdot K_i^{(i)} = C \tag{21}$$

Analizînd statistic cîteva soluții existente de motoare turboreactoare cu simplu și dublu flux se poate trage concluzia că $C = 13 - 19$, deci orice combinație între parametrii fluxurilor va trebui să se desfășoare în limitele acestei constante.

3. Performanțele specifice ale motorului turboreactor generalizat.

Din definiția forței de tracțiune pentru sistemele de propulsie aeroreactoare rezultă:

$$F = \sum_{i=0}^{n-1} F_i \tag{22}$$

unde: $F_i = \dot{M}_{ai} \cdot F_{spi}$, reprezintă forța de tracțiune a conturului „i". Pe de altă parte:

$$F = \dot{M}_{a_0} \cdot F_{sp}$$

deci forța specifică a motorului devine:

$$F_{sp} = \sum_{i=0}^{n-1} K_i \cdot K_i^{(i)} \cdot F_{spi} \tag{23}$$

Forța specifică a conturului „i", F_{spi}, se poate explicita:

$$F_{spi} \simeq C_{5i} - V \tag{24}$$

unde V este viteza de zbor, iar C_{5i}, viteza de evacuare a gazelor. S-a avut în vedere că destinderea gazelor în orice contur este completă.

Prin urmare:

$$F_{sp} = \sum_{i=0}^{n-1} K_i \cdot K_i^{(i)} \cdot C_{5i} - V \sum_{i=0}^{n-1} K_i \cdot K_i^{(i)} \tag{25}$$

În cazul funcționării motorului la punct fix $V = 0$, forța specifică ia forma:

$$F_{sp_0} = \sum_{i=0}^{n-1} K_i \cdot K_i^{(i)} \cdot C_{5i_0} \tag{26}$$

Pentru calculul vitezei de evacuare a fluidului din conturul „i", C_{5i} se apelează la relația:

$$C_{5i} = \sqrt{2 \cdot \frac{X_i}{K_i \cdot K_i^{(i)}} \cdot E \cdot \eta_i \cdot \eta_{ri}^* + V^2} \tag{27}$$

în care am notat prin:

— $X_i \cdot E$, acea parte din energia disponibilă E, a motorului care revine exclusiv conturului „i";

— $\eta_{T_i}^*$, randamentul turbinei care antrenează compresorul din conturul „i”.

— η_i, randamentul efectiv al conturului „i”;

Evident energia disponibilă E se poate exprima prin formula:

$$E = l_T^* - l_{COT}^* \tag{28}$$

sau:

$$E = \sum_{i=0}^{n-1} l_{CIT}^* \cdot K_i \cdot K_i^{(i)} \tag{29}$$

dacă destinderea în turbină este completă.

Viteza de evacuare a gazelor din conturul primar „o” este:

$$C_{5_0} = \varphi_{ar} \cdot \sqrt{2\left(1 - \sum_{i=1}^{n-1} X_i\right) \cdot E} \tag{30}$$

unde φ_{ar} este coeficientul pierderii de viteză în ajutajul motorului.

În ceea ce privește consumul de combustibil specific al acestui motor, acesta se poate calcula din:

$$C_{op} = \frac{3600}{P_{ci} \cdot \zeta_{ca}} \cdot \frac{i_3^* - i_2^*}{F_{sp}} \tag{31}$$

în care, P_{ci} este puterea calorică inferioară a combustibilului, ζ_{ca} coeficientul de perfecțiune a arderii, i_3^*, entalpia maximă a gazelor de ardere iar i_2^* entalpia aerului la sfîrșitul comprimării.

4. Cazuri particulare ale turboreactorului generalizat

Relațiile stabilite pînă acum se pot particulariza astfel:

a) $n = 1$ turboreactorul cu simplu flux;

$$K_0 = 1,\ K_0^{(0)} = 1$$

$$l_T^* = l_{COT}^*$$

b) $n = 2$ turboreactorul cu dublu flux;

$$K_1 = K,\ K_1^{(1)} = 1$$

$$l_T^* = l_{COT}^* + K \cdot l_{CIT}^*$$

c) $n = 3$ turboreactorul cu triplu flux;

$$K_1 = K_1,\ K_1^{(1)} = 1,\ K_2 = K_2,\ K_2^{(2)} = 1 + K_1$$

Atunci:

$$l_T^* = l_{COT}^* + K_1 \cdot l_{CIT}^* + K_2(1 + K_1) l_{C2T}^*$$

d) dacă se presupune $K \to \infty$ se regăsește motorul turbopropulsor.

$l_T^* = l_{COT}^* + \frac{Pef_{sp}}{\eta_r}$, unde Pef_{sp} este puterea efectivă specifică a motorului, iar η_r reprezintă randamentul reductorului motorului.

5. Studiul motorului turboreactor cu triplu flux

În cazul în care motorul prezintă trei fluxuri de aer, forța specifică la punct fix este:

$$F_{sp_0} = C_{50_0} + K_1 \cdot C_{51_0} + K_2(1 + K_1)C_{52_0}$$

unde:

$$C_{50_0} \simeq \sqrt{2(1 - X_1 - X_2)E}$$

$$C_{51_0} \simeq \sqrt{2\frac{X_1}{K_1} \cdot E \cdot \eta_T^* \cdot \eta_1}$$

$$C_{52_0} \simeq \sqrt{2\frac{X_2}{K_2(1+K_1)} \cdot E \cdot \eta_T^* \cdot \eta_2}$$

Presupunînd că $\eta_1 = \eta_2 = \eta$, forța specifică devine:

$$F_{sp_0} = \sqrt{2E}\left\{\sqrt{1 - X_1 - X_2} + \sqrt{\eta_T^* \cdot \eta}\left[\sqrt{K_1 \cdot X_1} + \sqrt{X_2 K_2(1+K_1)}\right]\right\}$$

Sub această formă există posibilitatea optimizării forței specifice în funcție de X_1 și X_2. Deoarece $F_{sp_0} = f(X_1, X_2)$ deci funcție de două variabile, atunci urmărind criteriile de optimizare a acestor funcții rezultă:

$$X_{1opt} = \frac{1}{1 + \frac{K_2(1+K_1)}{K_1} + \frac{1}{K_1 \cdot \eta_T^* \cdot \eta}}$$

și

$$X_{2opt} = \frac{1}{1 + \frac{K_1}{K_2(1+K_1)} + \frac{1}{K_2(1+K_1) \cdot \eta_T^* \cdot \eta}}$$

Se poate arăta matematic că sînt respectate toate condițiile ca valorilor X_{1opt} și X_{2opt} să-le corespundă un maxim al forței specifice.

Ca aplicație la cele stabilite în acest paragraf se poate face o mică comparație între performanțele a două motoare turboreactoare, unul cu dublu flux, celălalt cu triplu flux, traversate de același debit de aer $M_a = 150$ Kg/s.

Astfel în cazul MTRTF:

$$k_1 = 1,\ k_2 = 1,\ \eta_T^* = 0{,}85,\ \eta = 0{,}8$$

$$M_{a_0} = 50 \text{ Kg/s},\ M_{a_1} = 50 \text{ Kg/s},\ M_{a_2} = 50 \text{ Kg/s}$$

În aceste condiții :

$$X_{1opt} = 0{,}22\,;\quad X_{2opt} = 0{,}44,$$

$$F_{sp_3} = 1{,}7374 \cdot \sqrt{2E}.$$

În situația MTRDF :

$$K_e = 2,\quad X_{opt} = 0{,}576$$

iar :

$$F_{sp_2} = 1{,}53 \cdot \sqrt{2E}.$$

Rezultă că la aceeași secțiune frontală,

$$F_{sp_3} > F_{sp_2}$$

această creștere fiind de circa 15%. Acestei creșteri a forței îi corespunde și o scădere apreciabilă a consumului specific de combustibil.

Concluzii

Din cele prezentate se pot trage cîteva concluzii esențiale :

— motorul turboreactor generalizat prezintă avantajul unor performanțe specifice superioare motoarelor existente (forța specifică mărită și consum specific de combustibil mai redus), la aceeași secțiune frontală, deci aceeași rezistență la înaintare ;

— motorul turboreactor generalizat poate asigura aceleași performanțe cu cele ale unui motor clasic, dar vehiculînd un debit de aer mai mic ;

— posibilitatea optimizării performanțelor motorului turboreactor generalizat are un caracter mult mai practic și nu presupune un volum mare de calcul.

BIBLIOGRAFIE

1. *V. Pimsner, ș.a.*, Energetica turbomotoarelor cu ardere internă, Editura Academiei R.S.R., București, 1967.
2. *C. Berbente, V. N. Constantinescu*, Dinamica gazelor, volumul 1, 1977.

Generalization of Air-jet Propulsion Systems, the „n" Flow Turbo-jet Engine

The present paper has as task the establishment of new possibilities of investigating the performances of airspace propulsion systems, on the basis of the characteristics and performances of a generalized propulsion system — the „n" flow turbo-jet engine.

Out of the analysis of the performances of this engine, the known solutions are obtained by particularization : the turbo-jet engine, with simple flow (MTRSF), the turbo-jet engine with turbo-flow (MTRDF) and the turbo-propulsion engine (MTP). There are also emphasized, as an aplication, the advantages of the utilisation of turbo-jet engine with triple flow.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 2

CAZANE

C.Z.:621.18
662.61

INFLUENŢA UNOR PARAMETRI ASUPRA ARDERII AMESTECULUI FORMAT DIN ŞIST BITUMINOS ŞI GAZ NATURAL

C. C. NEAGA *

După obţinerea sistemului de ecuaţii diferenţiale care descriu arderea amestecului, format din şist bituminos şi gaz natural, se rezolvă cu ajutorul calculatorului Felix C-256 pentru mai multe variante. Se evidenţiază astfel influenţa diametrului iniţial al particulei, a gradului de recirculare forţată şi naturală, a coeficientului de exces de aer primar, a participaţiei masice iniţiale a gazului natural, asupra mărimilor care definesc arderea : temperatura particulei, temperatura fazei gazoase, diametrul curent şi participaţia masică curentă a combustibilului de aport ; apoi, sînt reprezentate în timp variaţiile acestor mărimi. Graficele arată că, pentru modelul fizic adoptat, mărimea participaţiei iniţiale a gazului natural nu duce la o micşorare sensibilă a timpului de aprindere a particulei de şist, fapt ce impune şi analiza altor modele.

Pentru a asigura stabilitatea arderii jetului de praf de şist bituminos în diferite regimuri de funcţionare ale generatorului de abur, se foloseşte un combustibil suport, auxiliar, al cărui aport caloric conduce la ridicarea nivelului de temperatură în spaţiul de ardere. Se va considera, în cele ce urmează, combustibil de aport, gazul natural.

În lucrarea de faţă se analizează evoluţia în timp a mărimilor care caracterizează arderea simultană a şistului bituminos şi a gazului natural, precum şi influenţa unor parametri variabili asupra acestor mărimi; mărimile urmărite în timp sînt temperatura particulei de şist bituminos, temperatura fazei gazoase, diametrul particulei şi participaţia masică a gazului natural.

Participaţia masică a gazului natural, în momentul iniţial se defineşte prin raportul

$$n_0 = \rho^{anh} B_g / B_s, \text{ kg/kg}, \tag{1}$$

unde B_g, B_s sînt, respectiv, debitele de gaz natural, Nm^3/h şi şist bituminos, kg/h ; ρ^{anh} — densitatea combustibilului gazos anhidru, kg/Nm^3.

Manuscris predat redacţiei la data de 10 martie 1981

* Şef lucrări dr. ing., Catedra Cazane şi turbine cu abur

Între participația masică a gazului natural și participația lui calorică, q_g (raportul între debitul caloric dezvoltat de gazul natural și debitul caloric dezvoltat de amestec) există o legătură redată prin expresia

$$q_g = B_g Q_i^{anh}/(B_g Q_i^{anh} + B_s Q_i^i) = \frac{n_0 Q_i^{anh}/\rho^{anh}}{n_0 Q_i^{anh}/\rho^{anh} + Q_i^i}, \qquad (2)$$

unde : Q_i^{anh}, Q_i^i sînt, respectiv, puterea calorică inferioară a gazului natural anhidru, kcal/Nm³ și puterea calorică inferioară cu referire la starea inițială a șistului bituminos, kcal/kg.

În vederea deducerii legilor de reacție se consideră, pentru început, că amestecul șist bituminos — gaz natural este pregătit în afara focarului și apoi, prin același arzător, se introduce în focar (fig. 1).

În figura 1, se arată componentele amestecului primar : șist bituminos, aer primar de ardere a șistului, gaz natural (combustibil suport), aer de ardere gaz natural și gaze de ardere recirculate forțat (cu ajutorul morii ventilator — de la sfîrșitul focarului —, sau cu ajutorul unui ventilator, din alte zone ale canalelor de gaze de ardere), necesare asigurării, în special, a debitului de ventilare a morii. Pentru a se apropia mai mult de realitate, analiza ulterioară ține seama și de recircularea naturală (antrenarea) a gazelor de ardere din spațiul de reacție.

Deducerea sistemului de ecuații diferențiale

După pătrunderea în focar, amestecul carburant, datorită căldurii primite prin radiație de la frontul de flacără și prin convecție, de la gazele recirculate natural, trece prin fazele prealabile aprinderii, după care se aprinde și apoi arde.

Concentrația oxigenului în faza gazoasă, la un moment dat, se calculează cu ajutorul expresiei (3), dedusă dintr-un bilanț material

$$C_\infty = (G_{Oc}/V_{ac}^0)[\lambda - (1 - \delta^3/\delta_0^3) + nG_{Og}/G_{Oc} + (r_1 + r_2)(\lambda_f - 1) +$$
$$+ \rho_{O_2} n v_g O_2/(100\, G_{Oc})] : [\lambda + (\zeta - 1)(1 - \delta^3/\delta_0^3) + n_0 V_{gg}^0/V_{ac}^0 -$$
$$- n(V_{gg}^0 - V_{ag}^0)/V_{ac}^0 + (r_1 + r_2)(\zeta + \lambda_f - 1 + n_0 V_{gg}^0/V_{ac}^0) +$$
$$+ n v_g/V_{ac}^0 + v_{H_2O} W_i^i/(100\, V_{ac}^0)], \text{ kg/Nm}^3, \qquad (3)$$

unde G_{Oc}, G_{Og} reprezintă, respectiv, greutatea de oxigen necesar arderii unității de cantitate de combustibil, solid sau gazos, kg/kg ; V_{ac}^0, V_{ag}^0 — volumele teoretice de aer necesar arderii unui kg de șist sau gaz natural, Nm³/kg ; V_{gc}^0, V_{gg}^0 — volumele teoretice de gaze de ardere rezultate din arderea unității de cantitate de șist și de gaz natural, Nm³/kg ; λ, λ_f — excesul de aer mediu în zona de ardere, respectiv la ieșirea din focar ; δ, δ_0 — diametrul curent, respectiv inițial al particulei de șist, m ; n, n_0 — participația masică curentă, respectiv inițială a gazului natural, kg/kg (for-

mula (1); r_1, r_2 — gradul de recirculare forțată, respectiv naturală; $v_g = 1/\rho^{anh}$; $\rho_{O_2} = 32/22{,}41$; $v_{H_2O} = 22{,}41/18$ — volumul specific al gazului natural; densitatea oxigenului; volumul specific al vaporilor de apă; O_2 — procentul de oxigen în compoziția gazului natural, %; $\zeta = V^0_{gc}/V^0_{ac}$ — ține

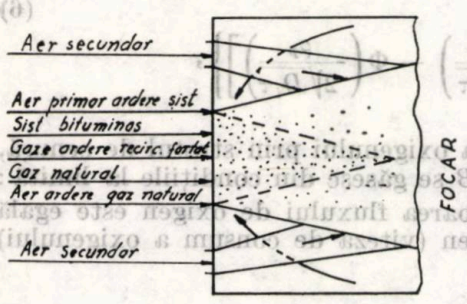


Fig. 1. — Modelul fizic de formare a amestecului carburant.

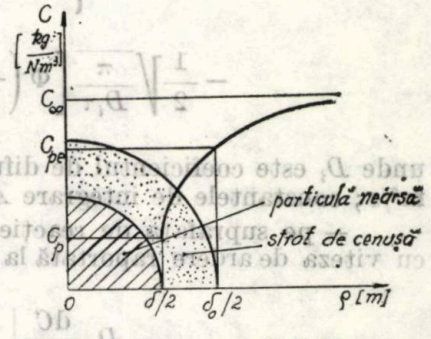


Fig. 2. — Variația concentrației de oxigen în jurul particulei de șist care arde.

seama de creșterea volumului gazelor de ardere față de volumul aerului de ardere; W^i_t — umiditatea de îmbibație a șistului, care se elimină integral în procesul de pregătire a prafului, %.

Raportul $G_{O_c}/V^0_{ac} = C_O = 0{,}3$ kg/Nm³, reprezintă concentrația oxigenului în mediul ambiant.

După ce particula de șist se aprinde, pe suprafața ei se formează stratul de cenușă pe care-l considerăm imobil în raport cu particula [1, 3]; suprafața de ardere se găsește deci sub stratul de cenușă, prin care trebuie să difuzeze moleculele de oxigen din faza gazoasă; în sens invers vor difuza moleculele produselor de oxidare.

Difuzia oxigenului este modelată de ecuația diferențială în coordonate sferice și regim nestaționar (particula se consideră sferică și „egal accesibilă" oxigenului)

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = D\left(\frac{\partial^2 C}{\partial \rho^2} + \frac{2}{\rho}\frac{\partial C}{\partial \rho}\right), \tag{4}$$

unde C este concentrația curentă a oxigenului, $C = C(\tau, \rho)$, kg/Nm³; τ — timpul, s; ρ — raza curentă, m; D — coeficientul de difuzie moleculară, m²/s.

Soluția ecuației (4) pentru domeniul din exteriorul particulei este următoarea (integrarea s-a făcut pentru $\rho = \rho_0 = \delta_0/2$ și $C = C^e_p$ și $\rho = \infty$ și $C = C_\infty$, vezi fig. 2).

$$C_\infty - C^e_p = 2A\sqrt{D\tau}\left\{\frac{\exp(-\rho_0^2/4D\tau)}{\rho_0} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{D\tau}}\left[1 - \Phi\left(\frac{\rho_0}{2\sqrt{D\tau}}\right)\right]\right\}, \tag{5}$$

iar pentru difuzia prin stratul de cenușă, soluția are expresia ($\rho = \rho_p = \delta/2$, $C = C_p$ și $\rho = \rho_0 = \delta_0/2$, $C = C_p^e$)

$$C_p^e - C_p = 2B\sqrt{D_i\tau}\left\{-\frac{\exp(-\rho_0^2/4D_i\tau)}{\rho_0} + \frac{\exp(-\rho_p^2/4D_i\tau)}{\rho_p} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{D_i\tau}}\left[\Phi\left(\frac{\rho_0}{2\sqrt{D_i\tau}}\right) - \Phi\left(\frac{\rho_p}{2\sqrt{D_i\tau}}\right)\right]\right\}, \tag{6}$$

unde D_i este coeficientul de difuzie a oxigenului prin stratul de cenușă, m^2/s; constantele de integrare A și B se găsesc din condițiile la limită:

— pe suprafața de reacție, valoarea fluxului de oxigen este egală cu viteza de ardere raportată la oxigen (viteza de consum a oxigenului)

$$D_i \frac{dC}{d\rho}\bigg|_{\rho=\rho_p} = kC_p(1 - s_a), \tag{7}$$

unde k este constanta vitezei de ardere, m/s; s_a — gradul de acoperire a suprafeței de ardere de către sterilul existent în particulă, m^2/m^2 [1].

Din relația (7) se obține

$$2B\sqrt{D_i\tau} = (1 - s_a)\rho_p^2 kC_p \exp(\rho_p^2/4D_i\tau)/D_i; \tag{8}$$

— pe suprafața particulei (raza ρ_0) din egalitatea fluxurilor

$$D\frac{dC}{d\rho}\bigg|_{\rho=\rho_p} = D_i\frac{dC}{d\rho}\bigg|_{\rho=\rho_0}, \tag{9}$$

rezultă

$$2A\sqrt{D\tau} = (1 - s_a)\rho_p^2 kC_p \exp[(\rho_p^2 - \rho_0^2)/4D_i\tau]\cdot\exp(\rho_0^2/4D\tau)/D; \tag{10}$$

integrala erorilor

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x \exp(-u^2)du$$

se aproximează, pentru nevoile de rezolvare a sistemului, cu seria

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(x - \frac{x^3}{1!3} + \frac{x^5}{2!5} - \frac{x^7}{3!7} + \frac{x^9}{4!9} - \cdots\right). \tag{11}$$

Dacă în formulele (5) și (6) se înlocuiesc expresiile constantelor (relațiile (8) și (10) și apoi se adună, rezultă

$$C_p = K_{ef}C_\infty, \tag{12}$$

unde

$$K_{ef} = \left[1 - \delta^2(1 - s_a)k\left\{\frac{1}{2\delta_0}\left(\frac{1}{D_i} - \frac{1}{D}\right)\exp\frac{\delta^2 - \delta_0^2}{16D_i\tau} + \right.\right.$$

$$- \frac{1}{8D}\sqrt{\frac{\pi}{D\tau}}\left[1 - \Phi\left(\frac{\delta_0}{4\sqrt{D\tau}}\right)\right]\exp\left(\frac{\delta^2 - \delta_0^2}{16D_i\tau} + \frac{\delta^2}{16D\tau}\right)\Bigg\} + \tag{13}$$

$$+ \delta^2(1 - s_a)k \cdot \left\{\frac{1}{2D_i\delta} - \frac{1}{8D_i}\sqrt{\frac{\pi}{D_i\tau}}\left[\Phi\left(\frac{\delta_0}{4\sqrt{D_i\tau}}\right) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \Phi\left(\frac{\delta}{4\sqrt{D_i\tau}}\right)\right] \cdot \exp\frac{\delta^2}{16D_i\tau}\right\}\Bigg]^{-1}.$$

Arderea particulei de șist (viteza de scădere a diametrului ei) este dată de ecuația

$$\frac{d\delta}{d\tau} = -\frac{2(1 - s_a)}{\rho_c G_{O_c}} k K_{ef} C_\infty \frac{T_0}{T_g}, \text{ m/s}, \tag{14}$$

unde ρ_c este densitatea șistului, kg/m³; T_g — temperatura curentă a fazei gazoase, K; $T_0 = 273$ K.

Conținutul de căldură totală (fizică și chimică) a particulei de șist la un moment dat, rezultă din însumarea căldurii fizice a stratului de cenușă și a căldurii fizice și chimice a nucleului care arde

$$Q_{pc} = \frac{\pi}{6}(\delta_0^3 - \delta^3)\rho_c a A^t c_a (T - 273) + \frac{\pi}{6}\delta^3\rho_c \cdot$$

$$\cdot [c_c(T - 273) + Q_i^t], \text{ kcal}, \tag{15}$$

unde A^t este procentul de cenușă a șistului, %; c_a, c_c — căldura specifică a cenușii, respectiv a șistului, kcal/(kg · K); a — ține seama de distribuția cenușii pe clase granulometrice [1]. Pentru simplificarea calculelor s-a considerat că stratul de cenușă are temperatura T egală cu a nucleului care arde. Variația în timp a conținutului de căldură (15) este egală cu schimburile de căldură care se stabilesc între particulă și corpurile înconjurătoare. Din această dependență rezultă variația temperaturii particulei.

$$\frac{\pi}{6}\rho_c[(\delta_0^3 - \delta^3)aA^t c_a + \delta^3 c_c]\frac{dT}{d\tau} = \frac{\pi\delta^2}{2}\rho_c[aA^t c_a(T - 273) -$$

$$- c_c(T - 273) - Q_i^t]\frac{d\delta}{d\tau} + \pi\delta^2(1 - s_a)kK_{ef}C_\infty\frac{T_0}{T_g}\left[c_{O_2}(T_g - 273) - \right.$$

$$\left. - \frac{44}{32}c_{CO_2}(T - 273)\right] - \pi\delta_0^2(\lambda_0 + bT_g)(T - T_g)Nu_t\frac{1}{\delta_0} -$$

$$- \pi\delta_0^2\varepsilon\varphi\ \sigma_0(T^4 - T_f^4), \tag{16}$$

unde primul termen din dreapta reprezintă căldura dezvoltată prin ardere; al doilea — diferența între căldura fizică a fluxului de oxigen și fluxul de bioxid de carbon; al treilea — schimbul de căldură prin conductivitate termică între particulă și faza gazoasă; al patrulea — schimbul de căldură prin radiație; c_{O_2}, c_{CO_2} — căldura specifică a oxigenului, respectiv a bioxidului de carbon, kcal/(kg · K); $\lambda_0 + bT_g$ — conductivitatea termică, variabilă ca temperatura, kcal/(m.s.K); Nu_t — criteriul Nusselt termic; ε — coeficient de emisie a particulei de șist; φ — coeficient de atenuare a radiației incidente; $\sigma_0 = 4{,}96 \cdot 10^{-8}/3600$, kcal/(m².s.K⁴) — constanta absolută a radiației.

La un moment dat volumul fazei gazoase care revine particulei are expresia

$$V = \frac{\pi\delta_0^3}{6}\rho_c[\lambda V_{ac}^0 + (\zeta - 1)(1 - \delta^3/\delta_0^3)V_{ac}^0 + n(V_{ag}^0 - V_{gg} + v_g) + n_0 V_{gg}^0 + (r_1 + r_2)(V_{gc}^0 + \lambda_f V_{ac}^0 - V_{ac}^0 + n_0 V_{gg}^0) + v_{H_2O} W_i^t/100]. \tag{17}$$

Căldura fizică și chimică a fazei gazoase

$$Q_g = Vc_g(T_g - 272) + \frac{\pi\delta_0^3}{6}\rho_c n v_g Q_i^{anh}, \tag{18}$$

conduce, în urma derivării ei, la aflarea variației temperaturii fazei gazoase

$$[\lambda V_{ac}^0 + (\zeta - 1)(1 - \delta^3/\delta_0^3)V_{ac}^0 + n(V_{ag}^0 - V_{gg}^0 + v_g) + n_0 V_{gg}^0 + (r_1 + r_2)(V_{gc}^0 + \lambda_f V_{ac}^0 - V_{ac}^0 + n_0 V_{gg}^0) + v_{H_2O} W_i^t/100]\, c_g \frac{dT_g}{d\tau} =$$

$$= 3\frac{\delta^3}{\delta_0^3}(\zeta - 1)\, c_g(T_g - 273)\, V_{ac}^0 \frac{d\delta}{d\tau} - (V_{ag}^0 - V_{gg}^0 + v_g)(T_g - 273) \cdot$$

$$\cdot\, c_g \frac{dn}{d\tau} + v_g Q_i^{anh} \frac{dn}{d\tau} + \frac{6\delta^2}{\rho_c \delta_0^3}(1 - s_a) k K_{ef} C_\infty \frac{T_0}{T_g} \cdot \tag{19}$$

$$\cdot \left[C_{O_2}(T_g - 273) - \frac{44}{32} c_{CO_2}(T - 273)\right] + \frac{12}{\rho_c \delta_0^2}(\lambda + bT_g)(T - T_g),$$

unde c_g este căldura specifică a fazei gazoase, kcal/(Nm³ · K).

Temperatura inițială a amestecului gazos (la intrarea în focar) se calculează cu expresia

$$T_{g0} = \{(\lambda_p c_{aum} V_{ac}^0 + c_{pv} W_i^t/100 + n_0 c_{aum} V_{ag}^0 + n_0 v_g c_{gn}) t_i + [V_{gc}^0 + (\lambda_f - 1) V_{ac}^0 + n_0 V_{gg}^0](r_1 c_g t_i + r_2 c_g t_t)\} : \{\lambda_p c_{aum} V_{ac}^0 + c_{pv} W_i^t/100 + n_0 c_{aum} V_{ag}^0 + n_0 v_g c_{gn} + [V_{gc}^0 + (\lambda_f - 1) V_{ac}^0 + n_0 V_{gg}^0](r_1 + r_2) c_g\} + 273, \tag{19}$$

unde t_i este temperatura fazei gazoase care antrenează praful de şist, la intrarea în arzător, °C; c_{pv} — căldura specifică a vaporilor de apă, kcal/(kg · K); c_{gn} — căldura specifică a gazului natural, kcal/(Nm³ · K); $i_g(t_t) = c_g t_t$ — entalpia specifică a gazelor de ardere la temperatura teoretică, kcal/Nm³ (s-a făcut ipoteza că gazele de ardere recirculate natural — gradul de recirculare r_2 — se amestecă complet cu jetul primar chiar în secţiunea de ieşire a lui din arzător); λ_p — excesul de aer primar.

Viteza de ardere a combustibilului gazos este redată de expresia [4, pg. 123]

$$\frac{dC_g}{d\tau} = -1{,}11 \cdot 10^{13} \frac{C_g}{T_g} C_\infty \exp(-15700/T_g), \tag{20}$$

unde C_g este concentraţia gazului natural, kg/Nm³.

În cazul analizat în lucrare

$$C_g = \frac{\pi \delta_0^3}{6} \rho_c \frac{n}{V}, \tag{21}$$

unde volumul amestecului gazos are expresia dată de formula (17). Efectuînd relaţia (20) devine

$$\frac{dn}{d\tau} = \frac{n}{V}\frac{dV}{d\tau} - 1{,}11 \cdot 10^{13} \frac{n}{T_g} C_\infty \exp(-15700/T_g), \tag{22}$$

care arată variaţia în timp a participaţiei masice a gazului natural.

Înlocuirea în sistem a valorilor constantelor. Rezolvarea sistemului. Grafice şi discuţia lor

Sistemul de ecuaţii diferenţiale care modelează matematic aprinderea şi arderea amestecului format din praf de şist bituminos şi gaz natural este format din ecuaţiile (14), (16), (19) şi (22). Pentru calcule s-au folosit şist bituminos cu analiza elementară $C^i = 10\%$; $H^i = 1{,}6\%$; $O^i + N^i = 9{,}2\%$; $S_c^i = 0{,}6\%$; $A^i = 69{,}6\%$; $W_t^i = 9\%$ şi gaz natural cu compoziţia $CH_4 = 91{,}5\%$; $C_2H_2 = 2{,}80\%$; $C_3H_8 = 1{,}40\%$; $C_4H_{10} = 0{,}80\%$; $C_5H_{12} = 0{,}80\%$; $C_6H_{14} = 0{,}20\%$; $O_2 = 0{,}35\%$; $N_2 = 1{,}35\%$; $CO_2 = 0{,}80\%$.

Coeficientul de difuzie moleculară a oxigenului în faza gazoasă

$$D = D_{oam}(T_g/T_0)^2 = 2{,}282 \cdot 10^{-10} T_g^2;$$

coeficientul de difuzie interioară, prin stratul de cenuşă [5, 1]

$$D_i = m_i D = 0{,}4564 \cdot 10^{-10} T_g^2,$$

unde m_i este funcţie de conţinutul de cenuşă a şistului; constanta vitezei de ardere a şistului în regim cinetic [3]

$$k = k_0 \exp(-E/RT) = 2{,}18 \cdot 10^8 \exp(-26900/RT);$$

conductivitatea termică a gazelor

$$\lambda_0 + bT_g = (5{,}37 \cdot 10^{-3} + 5{,}76 \cdot 10^{-5}\, T_g)/3600, \text{ kcal/(m.s.K)}.$$

După înlocuiri, sistemul devine

$$\frac{d\delta}{d\tau} = -1{,}1 \cdot 10^8 \exp(-13590/T) K_{ef} C_\infty \frac{1}{T_g}; \tag{23}$$

$$(1{,}37\delta_0^3 + \delta^3)\frac{dT}{d\tau} = -3\delta^2(T + 8400)\frac{d\delta}{d\tau} + 2{,}35 \cdot 10^8\, \delta^2 K_{ef} C_\infty \frac{1}{T_g} \cdot$$

$$\cdot \exp(-13590/T)(T_g - 1{,}49\, T) - 1{,}158 \cdot 10^{-9} \delta_0 (93 + T_g)(T - T_g) -$$

$$- 4 \cdot 10^{-14}\, \delta_0^2 (T^4 - T_f^4); \tag{24}$$

$$[1{,}113\lambda + 0{,}268(1 - \delta^3/\delta_0^3) + 16{,}05\, n_0 - 0{,}415\, n + (r_1 + r_2) \cdot$$

$$\cdot (0{,}268 + 1{,}113\lambda_f + 16{,}05\, n_0)]\frac{dT_g}{d\tau} = 0{,}804(T_g - 273)\frac{\delta^2}{\delta_0^3}\frac{d\delta}{d\tau} +$$

$$+ (0{,}415\, T_g - 31513)\frac{dn}{d\tau} - 0{,}744 \cdot 10^8 K_{ef} C_\infty \exp(-13590/T) \cdot$$

$$\cdot (T_g - 1{,}49\, T + 134)\frac{\delta^2}{\delta_0^3}\frac{1}{T_g} + 3{,}68 \cdot 10^{-10}(93 + T_g)(T - T_g)/\delta_0^2; \tag{25}$$

$$[\lambda + 0{,}24(1 - \delta^3/\delta_0^3) + 14{,}4 n_0 + (r_1 + r_2)(0{,}24 + \lambda_f + 14{,}4\, n_0)]\frac{dn}{d\tau} =$$

$$= -0{,}72\, n \frac{\delta^2}{\delta_0^3}\frac{d\delta}{d\tau} - 0{,}333 \cdot 10^{13}\, n \frac{1}{T_g}[\lambda - (1 - \delta^3/\delta_0^3) +$$

$$+ 13{,}021\, n + (r_1 + r_2)(\lambda_f - 1)] \exp(-15700/T_g); \tag{26}$$

concentrația oxigenului

$$C_\infty = 0{,}3[\lambda - (1 - \delta^3/\delta_0^3) + 13{,}021\, n + (r_1 + r_2)(\lambda_f - 1)]/[\lambda + \tag{27}$$
$$+ 0{,}24(1 - \delta^3/\delta_0^3) + 14{,}4\, n_0 - 0{,}22\, n + (r_1 + r_2)\,(0{,}24 + \lambda_f + 14{,}41\, n_0)];$$

$$K_{cf} = \left[1 - 1{,}05 \cdot 10^{18} \frac{\delta^2}{T_g^2} \exp(-13590/T) \left\{ \frac{0{,}8}{\delta_0} \exp \frac{10^{10}\,(\delta^2 - \delta_0^2)}{7{,}3\, T_g^2 \tau} + \right.\right.$$
$$+ \frac{0{,}0584 \cdot 10^5}{T_g \tau^{1/2}} \left[1 - \Phi\left(\frac{10^5\, \delta_0}{6{,}05\, T_g \tau^{1/2}}\right)\right] \exp\left(\frac{1{,}644 \cdot 10^9\, \delta^2}{T_g^2 \tau} - \frac{1{,}37 \cdot 10^9 \delta_0^2}{T_g^2 \tau}\right) \Bigg\} + \tag{28}$$
$$+ 1{,}05 \cdot 10^{18} \frac{\delta^2}{T_g^2} \exp(-13590/T) \left\{ \frac{1}{\delta} - \frac{0{,}741 \cdot 10^5}{T_g \tau^{1/2}} \left[\Phi\left(\frac{10^5\, \delta_0}{2{,}71 T_g \tau^{1/2}}\right) - \right.\right.$$
$$\left.\left. - \Phi\left(\frac{10^5\, \delta}{2{,}71\, T_g\, \tau^{1/2}}\right)\right] \exp \frac{10^{10}\, \delta^2}{7{,}3\, T_g^2\, \tau} \right\} \Bigg]^{-1}.$$

În sistemul de ecuații (23—27), funcțiile sînt diametrul particulei δ, temperatura particulei T, temperatura gazelor T_g și participația masică a gazului natural n, variabila independentă timpul τ, parametrii variabili, diametrul inițial al particulei δ_0, participația masică inițială a gazului natural n_0, gradul de recirculare forțată r_1, gradul de recirculare naturală r_2, coeficientul de aer primar λ, temperatura în focar T_f.

Sistemul de ecuații s-a rezolvat cu ajutorul unui calculator numeric, prin metoda Runge-Kutta, pentru mai multe variante.

În figura 3 se arată dinamica temperaturii particulei T, temperaturii fazei gazoase T_g și a diametrului particulei δ, în cazul arderii fără aport de gaz natural ($n_0 = 0$). Din cauza volumului mic de aer necesar arderii șistului bituminos (și volumului mic de gaze rezultate din arderea lui) temperaturile particulei și fazei gazoase sînt apropiate (curbele 1 și 2); în cazul analizat în figură, din cauza diametrului mic al particulei, schimbul de căldură prin conductivitate între particulă și gaze este intens. După 0,3 s particula se aprinde. Timpul efectiv de ardere (după aprindere) este foarte mic (0,08 s) în comparație cu timpul de aprindere. Explicația rezidă în conținutul ridicat de steril și deci conținut redus de masă combustibilă care, după aprindere, arde repede. Din analiza figurii 3 se deduce că arderea particulei de șist poate avea loc și fără adaos de gaz natural, însă cu respectarea unor condiții și anume menținerea unui nivel termic ridicat în focar. Aceasta se traduce prin răcirea redusă a gazelor de ardere, în focar și prin șamotarea ecranelor focarului în zona de ardere.

Citind în diagrame similare cu cea din figura 3, timpii de aprindere și ardere pentru mai multe variante, s-a prezentat în figura 4, variația lor cu diametrul inițial al particulei de șist. Timpii de aprindere și ardere cresc cu diametrul inițial, dar după legi diferite: timpul de aprindere (pentru condițiile analizate) variază după o parabolă cu concavitatea

în jos. Timpul de ardere efectivă (diferența $\tau_{ard} - \tau_{apr}$) crește repede cu creșterea diametrului.

Dacă se consideră dependența de forma

$$\tau_{apr} = K_{apr}\delta_0^{\alpha}, \tag{29}$$

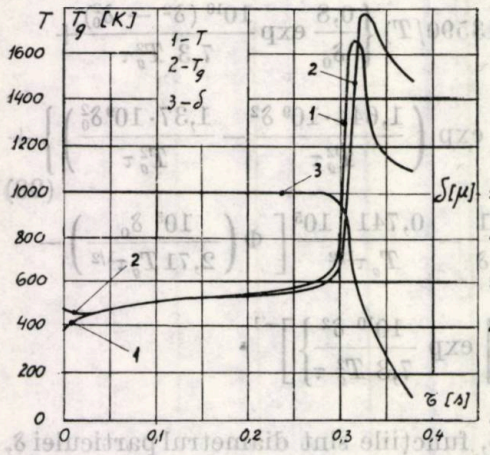


Fig. 3. — Variația în timp a temperaturii particulei, a temperaturii gazelor și a diametrului particulei de șist ($\delta_0 = 50\mu$; $T_f = 1415$ K; $\lambda = 1{,}15$; $r_1 = 0$; $r_2 = 0$; $n_0 = 0$).

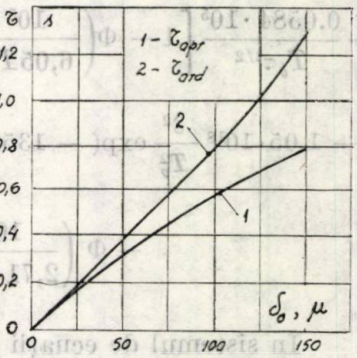


Fig. 4. — Dependența între timpul de aprindere și timpul de ardere și diametrul inițial al particulei de șist ($T_f = 1415$ K; $\lambda = 1{,}15$; $r_1 = 0$; $r_2 = 0$; $n_0 = 0$).

se găsește, pentru δ_0 cprins între 50 și 100μ, $\alpha = 0{,}92$, iar pentru particule cu diametrul inițial între 100 și 150μ, $\alpha = 87$; pentru $\delta_0 = 50 \cdot 10^{-6}$ m, $K_{apr} = 2730$ și pentru $\delta_0 = 150 \cdot 10^{-6}$ m, $K_{apr} = 1720$.

Dacă pentru timpul total de ardere se consideră

$$\tau_{ard} = K_{ard}\delta_0^{\alpha}, \tag{30}$$

se găsește, pentru $\delta_0 = 50 \ldots 100\mu$, $\alpha = 1{,}04$; pentru $\delta_0 = 100 \ldots 150\mu$, $\alpha = 1{,}24$; pentru $\delta_0 = 50 \cdot 10^{-6}$ m, $K_{ard} = 11\,220$; pentru $\delta_0 = 150 \cdot 10^{-6}$ m, $K_{ard} = 70\,800$.

Timpul de ardere efectivă

$$\Delta\tau_{ard} = \tau_{ard} - \tau_{apr} = K_{\Delta}\delta_0^{\alpha}, \tag{31}$$

pentru $\delta_0 = 50 \ldots 100\mu$, $\alpha = 1{,}4$; pentru $\delta_0 = 100 \ldots 150\mu$; $\alpha = 2{,}04$.

În figura 5 se arată influența aerului primar și a gazelor de ardere recirculate asupra temperaturilor și aprinderii particulei de șist. Micșorarea volumului de aer primar, conduce la micșorarea pierderii de căldură de la particulă la faza gazoasă, ceea ce face ca aprinderea ei să fie mai rapidă; gazele de ardere recirculate natural (r_2) datorită temperaturii lor ridicate, măresc temperatura amestecului gazos, făcînd ca în momentele inițiale,

schimbul de căldură prin conductivitate să aibă sensul de la gaze la particulă, însumîndu-se cu căldura primită de particulă prin radiație.

Figura 6, evidențiază dependența între timpul de aprindere a particulei de șist și participația masică inițială a gazului natural. De remarcat, pentru variantele reprezentate în figură, este faptul că pentru gazul natural aerul necesar arderii se introduce în totalitate (strict necesar) și numai

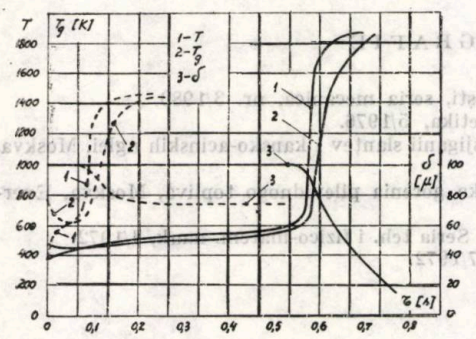


Fig. 5. — Influența aerului primar și a gazelor de ardere recirculate asupra temperaturilor și aprinderii particulei de șist : linie continuă — $\delta_0 = 100\ \mu$; $\lambda = 1{,}15$; $r_1 = 0$; $r_2 = 0$; $n_0 = 0$; $T_f = 1415$ K ; linie întreruptă — $\delta_0 = 100$; $\lambda = 0{,}5$; $r_1 = 0{,}2$; $r_2 = 0{,}2$; $n_0 = 0$; $T_f = 1415$ K.

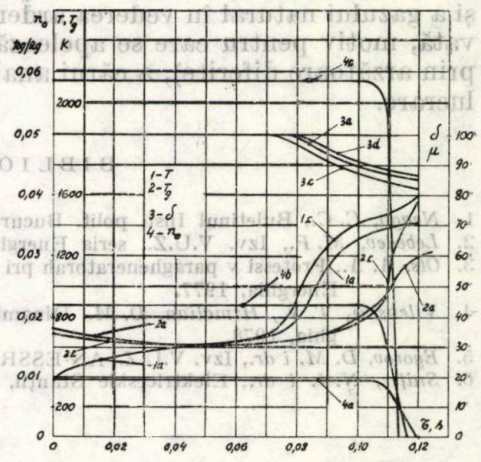


Fig. 6. — Corelație între timpul de aprindere a particulei de șist și participația masică inițială a gazului natural : $\delta_0 = 100\mu$; $\lambda = 0{,}5$; $r_1 = 0{,}2$; $r_2 = 0{,}2$; a) — $n_0 = 0{,}00974$ ($q_g = 0{,}1$) ; b) — $n_0 = 0{,}0219$ ($q_g = 0{,}2$) ; c) $n_0 = 0{,}0585$ ($q_g = 0{,}4$) ; d) — $n_0 = 0$.

pentru particula de șist $\lambda = 0{,}5$. Dar, după cum s-a arătat, șistul, gazul natural și aerul în proporțiile arătate în fraza precedentă, se introduc simultan în focar. Dată fiind reactivitatea mai mare a gazului natural, acesta va arde complet după declanșarea aprinderii lui, pe cînd particula de șist va arde parțial (pînă la epuizarea completă a oxigenului din spațiul de ardere) ; din momentul aprinderii particulei de șist, trebuie să se introducă aerul secundar, care să asigure arderea completă și a particulei.

Datorită schimbului de căldură prin radiație particula de șist se aprinde înaintea gazului natural. Temperatura de aprindere a particulei și a gazului natural, pentru diverse regimuri, este aproximativ aceeași, dar timpul după care amestecul gazos atinge temperatura de aprindere este mai mare (faza gazoasă se încălzește prin conductivitate de la particulă și prin amestecul cu gazele de ardere recirculate natural). Cu creșterea participației masice a gazului natural, timpul de aprindere a particulei se micșorează, dar valoric nesemnificativ. Timpul de aprindere a gazului natural, oricare ar fi n_0, pentru condițiile alese în analiza de față este același : 0,108 s. Arderea gazului natural durează puțin în comparație cu arderea particulei de șist. De aceea, după arderea gazului natural, particula continuă să ardă într-un mediu gazos încărcat cu produse inerte ale arderii,

fapt ce face ca arderea particulei să se prelungească peste durata găsită în cazul arderii fără aport de gaz natural. Aceasta este explicația cauzei care face ca în cazul arderii amestecului de șist bituminos și gaz natural (modelul fizic adoptat) pierderile de căldură prin ardere mecanic incompletă să crească. Date experimentale care confirmă afirmația precedentă se găsesc în lucrarea [6].

În concluzie, introducerea prin același arzător a prafului de șist și a gazului natural în vederea arderii lor nu este o soluție tehnică adecvată, motiv pentru care se apelează la un alt model fizic (introducerea prin arzătoare diferite), a cărui analiză matematică se va face într-o altă lucrare.

BIBLIOGRAFIE

1. *Neaga, C. C.*, Buletinul Inst. polit. București, seria mecanică, nr. 3/1980.
2. *Lebedev, M. F.*, Izv. V.U.Z., seria Energhetika, 5/1976.
3. *Ots, A. A.*, Proțessî v paragheneratorah pri sjiganii slanțev i kansko-acinskih uglei, Moskva, Energhia, 1977.
4. *Vilenskii, T. V., Hzmalian, D. M.*, Dinamika gorenia plevidnogo topliva, Moskva, Energhia, 1978.
5. *Egorov, D. M. i dr.*, Izv. V.U.Z., AN-ESSR, Seria teh. i fizico-matem. nauk, 4/1972.
6. *Snițer, N. I. i dr.*, Elektriceskie Stanții, 7/1972.

Influence des certaines paramètres sur la combustion du mélange de schiste bitumineux et gaz naturel

Le système d'équations différentielles, décrivant la combustion du mélange de schiste bitumineux et gaz naturel, a été résolu à l'aide d'un calculateur éléctronique FELIX C-256 pour plusieurs cas. Ainsi on met en évidence l'influence du diamètre initial de la particule, du degré de récirculation forcée et naturelle, du coefficient d'excès d'air primaire, du coefficient de participation massique initiale du gaz naturel sur les grandeurs déffinissant la combustion : la tempérture de la particule, la température de la phase gazeuse, le diamètre courant et le coefficient de participation massique courante du combustible d'apport.

Les graphes, représentant les variations de ces grandeurs en fonction du temps, nous montrent que, suivant le modèle accepté, l'augmentation du coefficient de participation initiale du gaz naturel ne mène pas à diminution sensible du temps d'allumage de la particule de schiste, ce qui exige encore l'analyse des autres modèles.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 2

MAȘINI UNELTE ȘI SCULE

C.Z.: 621.9
621.83

CALCULUL DINAMIC AL LANȚULUI CINEMATIC PRINCIPAL LA MAȘINILE-UNELTE

ION GHEGHEA, ADRIAN GHIONEA *

În lucrare se prezintă metodica de calcul dinamic pentru lanțul cinematic principal al mașinii-unelte de frezat FU-1. În acest scop se utilizează metoda matricei de transfer.

Pentru calculul deformațiilor torsionale și de încovoiere ale arborilor, se iau în considerare forțele din sistem, caracteristicile dinamice ale motorului electric, masele, elasticitățile și amortizările din angrenaje, lagăre și îmbinări.

Introducere

În timpul procesului de așchiere, stabilitatea dinamică a oricărei mașini-unelte este influențată în mare măsură și de comportarea dinamică a lanțului cinematic principal.

În cazul mașinilor de frezat, datorită intrării și ieșirii tăișurilor sculei din semifabricat, procesul de așchiere este discontinuu, favorizînd apariția vibrațiilor. Acestea influențează negativ durabilitatea sculei, calitatea suprafeței prelucrate și comportarea celorlalte elemente și subansamble ale mașinii. Din acest motiv se impune ca, în afară de calculele statice obișnuite, lanțului cinematic principal să i se determine și caracteristicile dinamice (frecvența de rezonanță, dependența amplitudinii oscilațiilor de frecvență etc.), încă din faza de proiectare a mașinii-unelte. În acest mod se pot analiza diferite variante constructive și cinematice, găsindu-se cea optimă.

Una dintre cele mai utilizate metode de studiu dinamic constă în reducerea tuturor maselor în mișcare de rotație la un singur arbore, de obicei, la arborele motorului electric [5], [6]. Această metodă necesită un volum însemnat de calcul datorită numărului mare de arbori și turații care se pot obține la ieșirea din lanțul cinematic. În același timp, metoda introduce și unele aproximații.

Pentru lanțul cinematic analizat în lucrare, se aplică metoda matricei de transfer [1], [2], [3], [4], fiind considerate pentru fiecare arbore atît solicitările de încovoiere cît și cele de torsiune.

Manuscris predat redacției la data de 19 noiembrie 1980
* Prof. dr. ing.; șef lucrări ing., Catedra Mașini unelte și scule

Notaţii folosite:

W_t, W_i — rigiditatea la torsiune respectiv la încovoiere a arborelui principal;

ψ, φ — amplitudinea unghiului de torsiune respectiv de încovoiere al arborelui;

M_e, F_e — amplitudinea momentului exterior respectiv a forţei exterioare aplicată arborelui;

w — amplitudinea oscilaţiei arborelui în direcţia axei Z;

M' — amplitudinea momentului de torsiune din arbore;

M'' — amplitudinea momentului încovoietor din arbore;

V — amplitudinea forţei tăietoare din arbore;

$C'_{m,k}$, $C''_{m,k}$ — coeficientul de amortizare vîscoasă a lagărelor la torsiune şi respectiv la încovoiere;

$C_{z,k}$, $K_{z,k}$ — coeficientul de amortizare respectiv de rigiditate al danturii roţilor dinţate în angrenare;

$K'_{m,k}$, $K''_{m,k}$ — coeficient de rigiditate al lagărului la torsiune respectiv la încovoiere;

ω — frecvenţă circulară;

$z_{m,k}$ — numărul de dinţi ai roţii dinţate din poziţia k a arborelui m;

$J_{m,k}$ — momentul mecanic de inerţie al masei $M_{m,k}$;

$r_{m,k}$, $r'_{m,k}$ — raza cercului de divizare respectiv de bază a roţii dinţate în angrenare de pe arborele m în poziţia k.

Indici:

$m = \mathrm{I}, \mathrm{II}, \ldots$ — arborele transmisiei;

$k = 1, 2, 3, \ldots$ — poziţie de calcul pe fiecare arbore.

1. Stabilirea schemei şi metodicii de calcul.

Pentru calcul se consideră schema cinematică (desfăşurată) a lanţului cinematic principal de la maşina de frezat FU-1 (fig. 1) cu roţile baladoare angrenate în poziţia obţinerii unei turaţii. Motorul electric

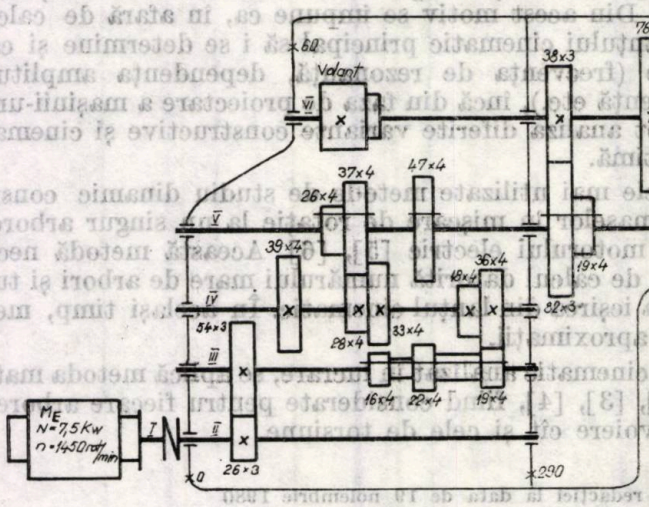


Fig. 1

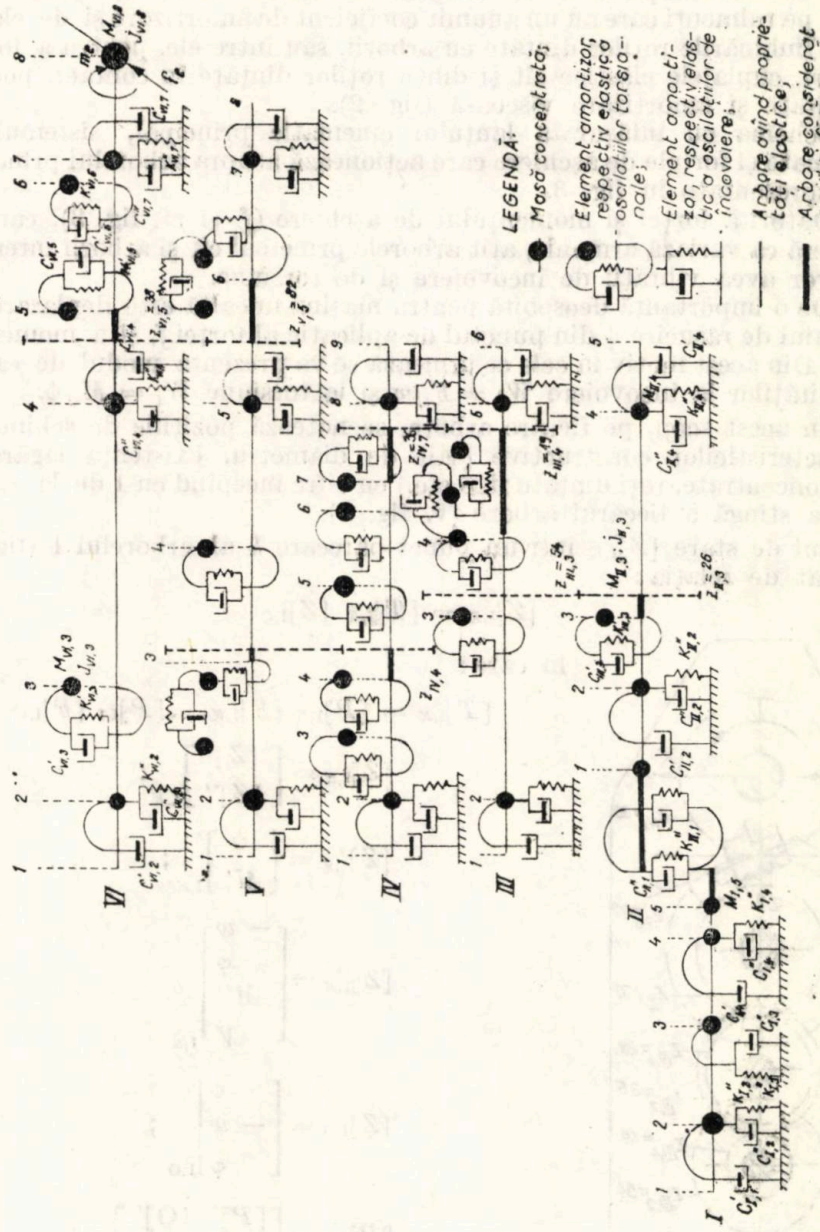

LEGENDĂ:
Masă concentrată;
Element amortizor respectiv elastic a oscilațiilor torsionale;
Element amortizor respectiv elastic a oscilațiilor de încovoiere;
Arbore având proprietăți elastice;
Arbore considerat rigid și fără masă.

Fig. 2

al cărui arbore s-a notat cu I, are rotorul de masă M_M și momentul de inerție mecanic J_M. De asemenea, posedă elasticitate și amortizare torsională datorită cîmpului electromagnetic. Arborii cutiei de viteze sînt așezați pe rulmenți care au un anumit coeficient de amortizare și de elasticitate. Îmbinările roților dințate cu arborii, sau între ele, pentru a forma baladori, cuplajele elastice cît și dinții roților dințate în contact, posedă elasticitate și amortizare vîscoasă (fig. 2).

Schema cu înfășurata lanțului cinematic principal, sistemul de coordonate și forțele de așchiere care acționează asupra arborelui principal sînt reprezentate în fig. 3.

Datorită forței și momentului de așchiere (f_e și m_e fig. 3), care se consideră că variază armonic, atît arborele principal cît și arborii intermediari vor avea vibrații de încovoiere și de torsiune.

De o importanță deosebită pentru mașina unealtă este deplasarea w și unghiul de răsucire ψ din punctul de aplicație al forței f_e și a momentului m_e. Din acest motiv în cele ce urmează se va prezenta modul de calcul a rigidităților la încovoiere $W_i = F_e/w$ și la torsiune $W_t = M_e/\psi$.

În acest scop, pe fiecare arbore, se notează pozițiile de schimbare a caracteristicilor constructive (salt de diametru, existența lagărelor, mase concentrate, roți dințate fixe etc.) cu cifre începînd cu 1 de la extremitatea stîngă a fiecărui arbore (v. fig. 2).

Vectorul de stare $[Z]_{I,K}$ într-un punct oarecare k al arborelui I (fig. 2) este dat de relația :

$$[Z]_{I,K} = [T]_{I,K}\ [Z]_{I,0} \tag{1}$$

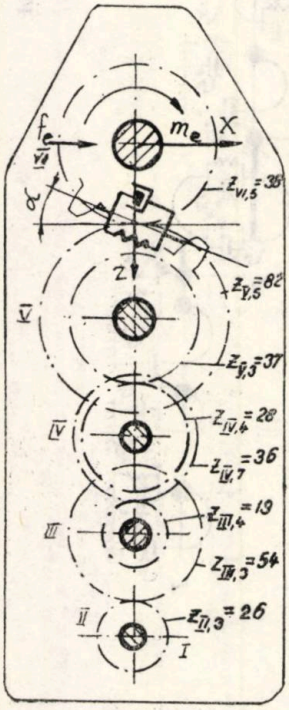


Fig. 3

în care :

$$[T]_{I,K} = [P]_{I,K}\ [F]_{I,K} \ldots [P]_{I,1}\ [F]_{I,1}$$

$$[Z]_{I,K} = \begin{bmatrix} [Z]' \\ [Z]'' \end{bmatrix}_{I,K};$$

$$[Z]'_{I,K} = \begin{bmatrix} \psi \\ M' \end{bmatrix}_{I,K};$$

$$[Z]''_{I,K} = \begin{bmatrix} -w \\ \varphi \\ M'' \\ V \end{bmatrix}_{I,K}$$

$$[Z]_{I,0} = \begin{bmatrix} \psi \\ -w \\ \varphi \end{bmatrix}_{I,0}; \tag{2}$$

$$[P]_{I,K} = \begin{bmatrix} [P]' & [O]' \\ [O]'' & [P]'' \end{bmatrix}_{I,K};$$

$$[F]_{I,K} = \begin{bmatrix} [F]' & [O]' \\ [O]'' & [F]'' \end{bmatrix}_{I,K};$$

$[0]'$ și $[0]''$ — matrice 2×4 respectiv 4×2 care are toți termenii egali cu zero.

Matricele $[P]'$, $[P]''$, $[F]'$, $[F]''$ sînt date în [1]

Vectorul de stare $[Z]_{II,1}$ în punctul 1 al arborelui II care este legat de arborele I printr-un cuplaj elastic avînd coeficienții de amortizare $C'_{I,5}$, $C''_{I,5}$ și coeficienți de rigiditate $K'_{I,5}$ și $K''_{I,5}$ este dat de relația:

$$[Z]_{II,1} = [P]_{I,5}\,[Z]_{I,5} \tag{4}$$

în care $[P]_{I,5}$ este dat de o relație similară cu (2) considerînd

$$[P]'_{II,5} = \begin{bmatrix} 1 & -\dfrac{1}{K'_{I,5} + C'_{I,5}\omega j} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$[P]''_{I,5} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dfrac{1}{K''_{I,5} + C''_{I,5}\omega j} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5}$$

Pentru arborele II calculul se continuă prin aplicarea succesivă a relației (1) pînă în punctul 3 în care există angrenajul compus din roțile $z_{II,3}/z_{III,3}$ (fig. 2). Roata dințată din punctul 3 se consideră că este formată din masa $M_{II,3}$ avînd momentul de inerție $J_{II,3}$ și roata $z_{II,3}$ fără masă. Masa $M_{II,3}$ se consideră că posedă numai oscilații torsionale în raport cu arborele, datorită îmbinării prin caneluri. Pentru vibrațiile de încovoiere masa $M_{II,3}$ se consideră fixată rigid de arbore. Porțiunea din arbore între masa $M_{II,3}$ și roata fără masă $z_{II,3}$ este considerată rigidă fără masă.

Vectorul de stare în punctul 3, în stînga roții fără masă $z_{II,3}$, se determină cu relația (1) în care matricea $[P]''_{II,3}$ se găsește dată în [1] iar $[P]'_{II,3}$ are forma:

$$[P]'_{II,3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{J_{II,3}\,\omega^2\,(K'_{II,3} + C'_{II,3}\,\omega j)}{K'_{II,3} + C'_{II,3}\omega j - J_{II,3}\,\omega^2} & 1 \end{bmatrix} \tag{7}$$

Vectorul de stare în punctul 3, în dreapta roții dințate ($[Z]^D_{II,3}$) se determină cu relația (7) dedusă pe baza considerentelor prezentate în lucrarea [1]

$$[Z]^D_{II,3} = [Z]^S_{II.3} + [R]_{II}[Y]$$

în care:

$$[R]_{II} = [[A]_{II}\,[B]_{II}]$$

unde: $[A]_{II} = \begin{bmatrix} 0 & & 0 \\ r'_{II,3} & r_{II,3}a & r'_{II,3}a \\ 0 & & 0 \\ 0 & & 0 \\ 0 & & 0 \\ ar_{II,3}b & & ab \end{bmatrix}$; $[B]_{II} = \begin{bmatrix} 0 & & 0 \\ r'_{II,3} & r_{II,3}a & -r_{II,3}a \\ 0 & & 0 \\ 0 & & 0 \\ 0 & & 0 \\ ab & r_{III,3} & -ab \end{bmatrix}$ (8)

$$a = k_z + C_z\omega j\,;\quad b = \sin\alpha$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} [Z]'_{II,3} \\ \cdots \\ [Z]'_{III,3} \end{bmatrix};\quad [Z]'_{II,3} = \begin{bmatrix} \psi \\ -w \end{bmatrix}^S_{II,3};\quad [Z]'_{III,3} = \begin{bmatrix} \psi \\ -w \end{bmatrix}^S_{III,3}$$

Vectorul de stare $[Z]^D_{II,3}$ dat de (7) poate fi scris sub forma:

$$[Z]^D_{II,3} = [T]^S_{II,3}\,[Z]_{II,1} + [A]_{II}\,[Z]'_{II,3} + [B]_{II}\,[Z]'_{III,3} \tag{9}$$

în care se notează: $[Z]'_{II,3} = [E]_{II}\,[Z]_{II,1}$ (10)

unde:

$$[E]_{II} = \begin{bmatrix} T_{1,1} & T_{1,2} & T_{1,3} \\ T_{2,1} & T_{2,2} & T_{2,3} \end{bmatrix}^S_{II,3} \tag{11}$$

Prin înlocuirea relației (10) în (9) aceasta din urmă devine:

$$[Z]^D_{II,3} = [T^D_{II,3}]\,[Z]_{II,1} + [B]_{II}\,[Z]'_{III,3} \tag{12}$$

în care:

$$[T]^D_{II,3} = [T]^S_{II,3} + [A]_{II}\,[E]_{II}$$

Din (12) rezultă că vectorul de stare din dreapta angrenajului depinde atît de vectorul de stare din punctul 1 al arborelui I cît și de vectorul de stare din punctul de angrenare al arborelui condus (III).

În punctul final al arborelui II (fig. 2) vectorul de stare este dat de relația:

$$[Z]_{II,5} = [T]_{II,5}\,[Z]_{I,1} + [T]_{II,-,}\,[B]_{II}\,[Z]''_{III,3} \tag{13}$$

Deoarece în acest punct $M' = M'' = V = 0$ din relația (13) se obțin trei ecuații care sub formă matricială se scriu:

$$[G]_{II\,5}\,[Z]_{I,1} + [H]_{II,5}\,[Z]_{III,3} = 0 \tag{14}$$

în care matricea $[G]$ este compusă din termenii $T_{i,j}$ ai matricei $[T]_{II,5}$ pentru $i = 2, 5, 6$; $j = 1, 2, 3$ iar $[H]_{II,5}$ din termenii cu același indice j, dar cu $i = 1, 2$ ai matricei $[T]_{II3-5}\,[B]_{II}$

Din (14) rezultă: $[Z]_{I,1} = -\,[G]^{-1}_{II,5}\,[H]_{II,5}\,[Z]'_{III,3}$.

În acest mod se găsește vectorul de stare de pe arborele II în funcție de vectorul de stare $[Z]'$ de pe arborele III din punctul de angrenare.

În continuare se trece la arborele III și se determină vectorul de stare pînă în stînga punctului de angrenare (3 stînga (S)) aplicînd relația (1) pentru acest arbore.

Pentru aflarea vectorului de stare în dreapta roții $Z_{III,3}$ se utilizează relația (7). În acest caz matricele $[A]_{III}$ și $[B]_{III}$ sînt date de (8) în care $r'_{II,3}$ se înlocuiește cu $r'_{III,3}$ și se schimbă semnele termenilor din ultima linie.

Avînd în vedere că $[Z]'_{II,3}$ este dat de (10), iar $[Z]'_{III,3}$ de o relație similară și că $[Z]_{I,1}$ este dat de (15), vectorul de stare în punctul 3 în dreapta roții dințate $Z_{III,3}$, are forma

$$[Z]^D_{II,3} = [T]^D_{III,3}\,[Z]_{III,1} \tag{16}$$

în care:

$$[T]^D_{III,3} = [T]^S_{III,3} - ([A]_{III}[E]_{II}[G]^{-1}_{II,5}[H]_{II,5} + [B]_{III})[E]_{III}$$

iar matricea $[E]_{III}$ este dată de relația (11) însă pentru arborele III.

În relația (16) nu mai există vectorul de stare $[Z]_{I,1}$ însă influența arborilor I și II asupra arborelui III este inclusă în matricea $[T]^D_{III,3}$.

Într-un mod similar cu cel descris mai sus se continuă calculul pînă la ultimul punct al ultimului arbore și se obține:

$$[Z]_{VI,8} = [T]_{VI,8}\,[Z]_{VI,1} - [D] \tag{17}$$

în care:

$$[D] = \begin{bmatrix} 0 \\ M_E \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ F_E \end{bmatrix}$$

Punînd condiția ca în acest punct $M' = M'' = V = 0$ din (17) se obțin trei ecuații care pot fi scrise compact sub forma:

$$[G]_{VI}\,[Z]_{VI,1} = [D'] \tag{18}$$

în care:

$$[D'] = \begin{bmatrix} M_E \\ 0 \\ F_E \end{bmatrix}$$

din relația (18) rezultă

$$[Z]_{VI,1} = [G]^{-1}_{VI,8}\,[D'] \tag{19}$$

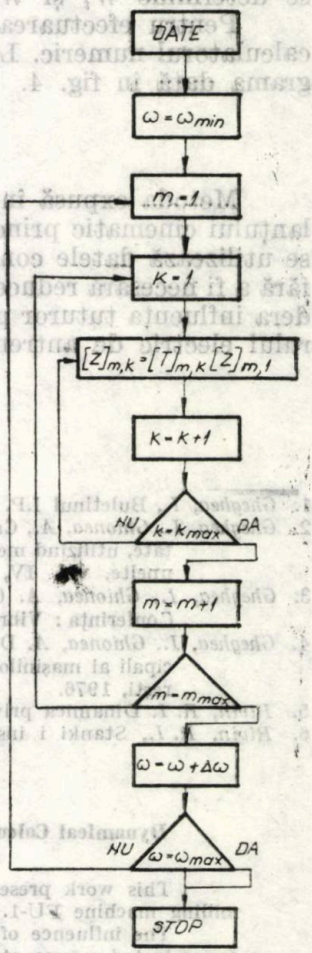


Fig. 4

Înlocuind (19) în (17) se obține vectorul de stare în punctul ultim al transmisiei și anume :

$$[Z]_{VI,8} = [T]_{VI,8}\,[G]^{-1}_{VI,8}\,[D'] - [D] \tag{20}$$

Din (20) se obține :

$$W_t = \frac{M_E}{\psi_{VI,8}} \text{ și } W_i = \frac{F_E}{w_{VI,8}}.$$

care sînt rigidităţile ultimului arbore al transmisiei la torsiune și respectiv la încovoiere. Atît W_t cît și W_i sînt numere complexe adică $W = W_1 + jW_2$. Pentru aceeași transmisie, W_t și W_i depind de frecvență circulară ω. De aceea, pentru trasarea diagramelor amplitudine fază este necesar să se determine W_t și W_i pentru diferite valori ale frecvenței circulare.

Pentru efectuarea rapidă a calculelor este necesar să se utilizeze calculatorul numeric. La întocmirea programului se poate utiliza organigrama dată în fig. 4.

Concluzii

Metoda expusă în lucrare permite efectuarea calculului dinamic al lanțului cinematic principal de la mașina de frezat FU-1. Pentru calcule se utilizează datele constructive și schema cinematică a cutiei de viteze fără a fi necesară reducerea la un singur arbore. În calcul se poate considera influența tuturor parametrilor constructivi ai transmisiei și ai motorului electric de antrenare.

BIBLIOGRAFIE

1. *Gheghea, I.*, Buletinul I.P. București, seria Mecanică, tomul XXXIX, nr. 3, 1977.
2. *Gheghea, I., Ghionea, A.*, Calculul frecvențelor de rezonanță pentru transmisiile cu roți dințate, utilizînd metoda matricei de transfer. Prima Conferință națională de mașini-unelte, vol. IV, I.P. București, 1974.
3. *Gheghea, I., Ghionea, A.* Calculul pulsațiilor proprii pentru lanțurile cinematice închise. Conferința : Vibrații în construcția de mașini, vol.II, Timișoara, 1975.
4. *Gheghea, I., Ghionea, A.* Determinarea caracteristicii amplitudine-fază pentru arborii principali ai mașinilor-unelte. A II-a Conferință națională de mașini-unelte I.P. București, 1976.
5. *Rivin, R. I.* Dinamica privoda stankov. Masghiz, 1966.
6. *Rivin, R. I.*, Stanki i instrument, nr. 9, 1970.

Dynamical Calculus of the Main Drive Chain of the Machine-Tools

This work presents dynamical calculus of the main drive chain of the milling machine FU-1. For this purpose the transfer matrice method is used. The influence of the cutting forces, caracteristics of the electrical motor, concentrated masses, stiffnes and damping of the gears teeth and shafts bearings to the torsional and bending deformations are considered.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICA
Tomul XLIII — 1981, Numărul 2

HIDRAULICĂ

C.Z.: 627.8
532.5

CALCULUL DINAMIC AL HIDROFOARELOR DE REFULARE ALE POMPELOR CU PISTON CU ACȚIONARE INDIRECTĂ

GHEORGHE ZIDARU*

În lucrarea prezentă se efectuează un studiu al oscilațiilor forțate ale lichidului în sistemul format din hidroforul de refulare și conducta de refulare, cu considerarea raportului dintre raza manetonului și lungimea bielei. Se determină gradul de iregularitate dinamică a presiunii și volumul mediu al aerului din hidroforul de refulare.

1. Introducere

În lucrarea prezentă, autorul efectuează un studiu îmbunătățit al oscilațiilor forțate ale lichidului în sistemul format din hidroforul de refulare și conducta de refulare ale unei pompe cu piston cu acționare indirectă, ținînd seama de raportul λ dintre raza manetonului și lungimea bielei.

Pînă în prezent, raportul λ a fost luat în considerație de către M. Cazacu și D. Tudor la calculul static al hidrofoarelor [1] și de către M. Cazacu și V. Nistreanu la studiul mișcării supapelor [2].

Un calcul dinamic aproximativ al hidroforului de refulare a fost efectuat încă de H. Berg [3], [5], care nu a luat în considerație influența raportului λ.

2. Deducerea gradului de iregularitate dinamică a presiunii

În calculul static al hidroforului de refulare se face ipoteza simplificatoare că mișcarea în conducta de refulare este permanentă. În realitate, presiunea în hidroforul de refulare oscilează în jurul valorii medii p_m, ceea ce face ca și în conducta de refulare, mișcarea să fie nepermanentă. Această cauză, asociată cu perturbațiile pe care le poate provoca consumatorul de lichid, fac ca în sistemul hidrofor de refulare — conductă de refulare, să se producă oscilații libere, peste care se suprapun impulsurile de debit ale pistonului în cursa de refulare. Numărul de impulsuri de debit ale pompei într-o rotație a arborelui cotit, este egal cu numărul de oscilații

Manuscris predat redacției la data de 3 noiembrie 1980
* Conf. dr. ing., Catedra Hidraulică

ale nivelului în hidrofor; dacă i este numărul de efecte ale pompei, egal cu produsul dintre numărul de pistoane și numărul de fețe active ale fiecărui piston, atunci numărul de impulsuri de debit într-o rotație este:

$$k = \begin{cases} 1 \text{ pentru pompa cu } i = 1 \\ 2 \quad \text{" } \quad \text{" } \quad \text{cu } i = 2 \\ 6 \quad \text{" } \quad \text{" } \quad \text{cu } i = 3 \\ 4 \quad \text{" } \quad \text{" } \quad \text{cu } i = 4 \end{cases}. \tag{1}$$

Prin urmare, pulsația perturbațiilor transmise sistemului oscilant hidrofor — conductă de refulare de către pompă este $k\frac{\omega}{2\pi}$.

În cele ce urmează, se consideră cazul $i = 2$.

Ecuația diferențială a oscilațiilor forțate în sistemul hidrofor de refulare — conductă de refulare este [1]:

$$\frac{d^2\zeta}{dt^2} = \frac{gA_h h_m}{l_r V_m} z_0 + \frac{gAh_m}{l_r V_m} x - \frac{gA_r h_m}{l_r V_m} \zeta, \tag{2}$$

în care s-au introdus notațiile:

A_h este aria secțiunii hidroforului de refulare;

$h_m = \frac{p_m}{\rho g}$ — presiunea medie a aerului din hidrofor, exprimată în coloană de lichid;

V_m — volumul mediu al aerului din hidrofor;

z_0 — un nivel oarecare de referință în hidrofor;

l_r — lungimea conductei de refulare;

A_r — aria secțiunii transversale a conductei de refulare;

A — aria secțiunii pistonului;

g — accelerația gravitațională.

Funcția ζ exprimă oscilațiile presiunii h a aerului din hidrofor în jurul valorii medii h_m, prin ecuația:

$$h - h_m = \frac{l_r}{g} \cdot \frac{d^2\zeta}{dt^2}. \tag{3}$$

Deplasarea pistonului în cursa de refulare este

$$x = r + l - r\cos\theta - l\left(1 - \frac{r^2}{l^2}\sin^2\theta\right)^{1/2}. \tag{4}$$

în care r este raza manetonului, iar l este lungimea bielei. Cu notația

$$\lambda = \frac{r}{l}\left(\text{Se adoptă } \lambda = \frac{1}{5}\right), \tag{5}$$

se face dezvoltarea în serie Mac-Laurin

$$(1 - \lambda^2 \sin^2\theta)^{1/2} = 1 - \frac{\lambda^2}{2}\sin^2\theta - \frac{\lambda^4}{8}\sin^4\theta - \ldots .$$

Reţinînd numai aceşti termeni ai dezvoltării, eroarea absolută este de ordinul $0(\lambda^6)$.

Se fac înlocuirile :

$$\sin^2\theta = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta)\,;\ \sin^4\theta = \frac{1}{8}(3 - 4\cos 2\theta + \cos 4\theta)$$

şi rezultă

$$(1 - \lambda^2\sin^2\theta)^{1/2} = 1 - \frac{\lambda^2}{4}(1 - \cos 2\theta) - \frac{\lambda^4}{64}(3 - 4\cos 2\theta + \cos 4\theta).$$

Deci,

$$x = r(A_0 - \cos\theta + A_2\cos 2\theta + A_4\cos 4\theta)(\theta = \omega t), \tag{6}$$

în care :

$$A_0 = 1 + \frac{\lambda^2}{4} + \frac{3\lambda^4}{64};$$

$$A_2 = -\frac{\lambda^2}{4} - \frac{\lambda^4}{16}; \tag{7}$$

$$A_4 = \frac{\lambda^4}{64}.$$

Astfel, ecuaţia diferenţială (2) devine :

$$\frac{d^2\zeta}{dt^2} + q^2\zeta = b - a\cos\omega t + aA_2\cos 2\omega t + aA_4\cos 4\omega t, \tag{8}$$

în care s-au introdus notaţiile :

$$q = \sqrt{\frac{gA_r h_m}{l_r V_m}} \text{ — pulsaţia proprie a oscilaţiilor ;} \tag{9}$$

$$b = \frac{gA_h h_m}{l_r V_m} z_0 + \frac{gAh_m}{l_r V_m} rA_0\,; \tag{10}$$

$$a = \frac{gAh_m r}{l_r V_m}. \tag{11}$$

Ecuația omogenă asociată ecuației diferențiale liniare (8) are soluția

$$\zeta_0 = C_1 \cos qt + C_2 \sin qt. \tag{12}$$

Soluția particulară a ecuației complete (8) este de forma

$$\zeta_p = \alpha_0 + \alpha_1 \cos\omega t + \beta_1 \sin\omega t + \alpha_2 \cos\omega t + \beta_2 \sin 2\omega t + \alpha_4 \cos 4\omega t + \beta_4 \sin 4\omega t.$$

Impunînd condiția ca această soluție să satisfacă ecuația (2), se obțin coeficienții:

$$\alpha_0 = \frac{b}{q^2}; \quad \alpha_1 = \frac{a}{\omega^2 - q^2}; \quad \alpha_2 = \frac{aA_2}{q^2 - 4\omega^2}; \quad \alpha_4 = \frac{aA_4}{q^2 - 16\omega^2};$$

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta_4 = 0.$$

Prin urmare, soluția generală a ecuației (2) este:

$$\zeta = \zeta_0 + \zeta_p = \frac{b}{q^2} - \frac{a}{q^2 - \omega^2} \cos\omega t + \frac{aA_2}{q^2 - 4\omega^2} \cos 2\omega t + \tag{13}$$

$$+ \frac{aA_4}{q^2 - 16\omega^2} \cos 4\omega t + C_1 \cos qt + C_2 \sin qt.$$

Înlocuind în relația (3), se obține variația presiunii aerului în hidroforul de refulare:

$$h - h_m = \frac{l_r}{g} \frac{a\omega^2}{q^2 - \omega^2} \cos\omega t - \frac{4aA_2\omega^2}{q^2 - 4\omega^2} \cos 2\omega t - \tag{14}$$

$$- \frac{16aA_4\omega^2}{q^2 - 16\omega^2} \cos 4\omega t - C_1 q^2 \cos qt - C_2 q^2 \sin qt.$$

Constantele C_1 și C_2 se determină din următoarele condiții la limită:

$$(h - h_m)|_{t=0} = (h - h_m)|_{t=\pi/\omega}; \tag{15}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(h - h_m)\Big|_{t=0} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(h - h_m)\Big|_{t=\pi/\omega}. \tag{16}$$

Prin calcule, rezultă;

$$C_1 = \frac{a}{q^2 - \omega^2}\left(\frac{\omega}{q}\right)^2; \quad C_2 = -C_1 \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi q}{2\omega}\right). \tag{17}$$

Expresia (14) devine :

$$h - h_m = -\frac{h_m}{V_m} Ar \left\{ \frac{1}{1-\left(\frac{q}{\omega}\right)^2} \left[-\cos qt + \operatorname{ctg}\left(\frac{q}{\omega}\cdot\frac{\pi}{2}\right)\sin qt + \cos\omega t - \right.\right. \tag{18}$$

$$\left.\left. - \frac{A_2}{1-\left(\frac{q}{2\omega}\right)^2}\cos 2\omega t - \frac{A_4}{1-\left(\frac{q}{4\omega}\right)^2}\cos 4\omega t \right] \right\}.$$

Pentru $\lambda = \frac{1}{5}$, cu expresiile (7), se obţin valorile :

$$A_2 = -0{,}0505\,; \quad A_4 = 0{,}000125.$$

Variaţia presiunii în hidrofor se poate scrie astfel :

$$h - h_m = \frac{l_r A r \omega^2}{g A_r} \varkappa(t), \tag{19}$$

cu funcţia adimensională

$$\varkappa(t) = \frac{1}{1-\left(\frac{\omega}{q}\right)^2}\left[-\cos qt + \operatorname{ctg}\left(\frac{q}{\omega}\,\frac{\pi}{2}\right)\sin qt + \cos\omega t\right] +$$

$$+ \frac{0{,}202}{1-\left(\frac{2\omega}{q}\right)^2}\cos 2\omega t - \frac{0{,}002}{1-\left(\frac{4\omega}{q}\right)^2}\cos 4\omega t. \tag{20}$$

Gradul de iregularitate dinamică a presiunii se defineşte astfel [3], [5] :

$$\delta_{pd} = \frac{h_{max} - h_{min}}{h_m} = \frac{l_r A r \omega^2}{g h_m A_r}(\varkappa_{max} - \varkappa_{min}).$$

Notînd

$$k_1 = \varkappa_{max} - \varkappa_{min} \tag{21}$$

rezultă :

$$\delta_{pd} = \frac{l_r A r \omega^2}{g h_m A_r} k_1 \tag{22}$$

sau, ţinînd seama de expresia (9) ;

$$\delta_{pd} = \frac{Ar}{V_m\left(\frac{q}{\omega}\right)^2} k_1. \tag{23}$$

3. Calculul numeric al coeficientului k_1

Anularea derivatei funcției (20) conduce la o ecuație transcendentă foarte complicată. Din acest motiv, aflarea valorilor $\varkappa_{max}$ și $\varkappa_{min}$ pentru fiecare q/ω și pentru $\theta = \omega t \in [0\,;\,\pi]$ nu este posibilă pe această cale. Calculul acestor valori s-a efectuat astfel: pentru un raport $\left(\frac{q}{\omega}\right)_i$ fixat, s-au calculat 1081 valori ale lui $\varkappa$ corespunzătoare unghiurilor

$$\theta_j = (j-1)\frac{\pi}{1080},\quad j = 1,\ 2,\ldots,\ 1081, \tag{24}$$

deci cu pasul egal cu 10′. S-au adoptat valorile:

$$\varkappa_{max} = \max_{1 \leqslant j \leqslant 1081} \varkappa_j\ ;\ \varkappa_{min} = \min_{1 \leqslant j \leqslant 1081} \varkappa_j. \tag{25}$$

Calculele s-au efectuat cu ajutorul calculatorului numeric FELIX C256, pentru $\frac{q}{\omega} = 0{,}05\,;\ 0{,}10\,;\ldots\ 0{,}95\,;\ 1{,}05\,;\ 1{,}10\,;\ldots\ 2{,}05\,;\ 2{,}10\ldots 3.$

Evident, din expresia (20) rezultă că, pentru $\frac{q}{\omega} = 2\,;\ 4,\ k_1 = \infty.$ Pentru $q/\omega = 1$, k_1 s-a determinat utilizînd un polinom de interpolare Lagrange de gradul III care coincide cu valorile lui k_1 calculate în punctele: $q/\omega = 0{,}90\,;\ 0{,}95\,;\ 1{,}05\,;\ 1.10.$

Valorile coeficientului k_1 sînt prezentate în tabelul 1, în comparație cu cele obținute de H. Berg [3], [5] prin neglijarea raportului λ.

Se observă, că în această lucrare, atît prin considerarea raportului λ, cît și prin alegerea unui pas de 10′ pentru unghiul θ, valorile coeficientului k_1 diferă foarte mult de cele obținute de H. Berg. Aceste diferențe sînt maxime pentru valorile mici ale raportului $\frac{q}{\omega}$, adică în zona în care se plasează cazurile cele mai frecvente întîlnite în practică. Din acest motiv, se recomandă utilizarea rezultatelor obținute în prezenta lucrare, care sînt, evident, mult mai precise decît cele deduse de H. Berg.

Utilizarea coeficientului k_1 la determinarea gradului de iregularitate dianimcă a presiunii, pentru un volum mediu V_m al aerului din hidrofor cunoscut, decurge astfel: din datele problemei concrete, se determină ω și q, deci $\frac{q}{\omega}$, iar din tabelul 1 se obține k_1 (eventual prin interpolare), apoi cu formula (23) se află δ_{pd}.

Invers, impunînd un δ_{pd} conform recomandărilor din [3], [4], [5], din formula (22) se află k_1, căruia îi corespund în tabelul 1 un anumit $\frac{q}{\omega}$, iar apoi cu formula (23) se determină volumul mediu al aerului din hidroforul de refulare.

Tabelul 1

Valorile coeficientului k_1 comparative cu cele obținute de H. Berg [3], [5[

$\frac{q}{\omega}$	k_1 (după H. Berg)	k_1 (lucrarea prezentă)	$\frac{q}{\omega}$	k_1 (după H. Berg)	k_1 (lucrarea prezentă)
0,55	0,006	0,001085	1,55	2,550	2,610276
0,10	0,012	0,004347	1,60	3,028	3,086517
0,15	0,018	0,009812	1,65	3,640	3,701218
0,20	0,025	0,017520	1,70	4,390	4,523668
0,25	0,032	0,027531	1,75	5,492	5,678412
0,30	0,041	0,039923	1,80	7,320	7,414736
0,35	0,054	0,054794	1,85	10,660	10,314180
0,40	0,070	0,072265	1,90	15,780	16,121310
0,45	0,091	0,092481	1,95	32,656	33,558910
0,50	0,114	0,115617	2,00	∞	∞
0,55	0,145	0,141878	2,05	32,800	36,262910
0,60	0,178	0,171508	2,10	17,180	18,818360
0,65	0,214	0,204794	2,15	12,620	13,011130
0,70	0,252	0,242072	2,20	9,810	10,113440
0,75	0,292	0,283740	2,25	8,104	8,379837
0,80	0,337	0,330270	2,30	7,040	7,228670
0,85	0,394	0,382218	2,35	6,280	6,410745
0,90	0,449	0,440253	2,40	5,700	5,801522
0,95	0,504	0,505172	2,45	5,250	5,331868
1,00	0,556	0,577898	2,50	4,880	4,960406
1,05	0,671	0,659729	2,55	4,610	4,660898
1,10	0,755	0,751960	2,60	4,380	4,415926
1,15	0,840	0,856419	2,65	4,190	4,213549
1,20	0,970	0,975347	2,70	4,000	4,045331
1,25	1,116	1,111572	2,75	3,840	3,905252
1,30	1,271	1,268740	2,80	3,715	3,788910
1,35	1,445	1,451615	2,85	3,620	3,693102
1,40	1,650	1,666574	2,90	3,550	3,615545
1,45	1,890	1,922316	2,95	3,490	3,554669
1,50	2,172	2,231015	3,00	3,432	3,510474

Observații:

1. Dacă pompa are $i = 1$ (simplex cu simplu efect), în cursa de refulare a pistonului, oscilațiile în sistemul hidrofor — conductă de refulare, sînt forțate, iar în cursa de aspirație sînt libere. Pentru cursa de refulare sînt valabile formulele deduse mai sus, iar pentru cursa de aspirație expresia (20) devine:

$$\varkappa(t) = \frac{1}{1-\left(\frac{\omega}{q}\right)^2}\left[-\cos qt + \operatorname{ctg}\left(\frac{q}{\omega}\cdot\frac{\pi}{2}\right)\sin qt\right], \qquad (26)$$

Gradul de iregularitate mai mare este tot cel determinat pentru $i = 2$, corespunzător în cazul $i = 1$ cursei de refulare a pistonului, deci k_1 se ia tot din tabelul 1.

2. Pentru $i \geqslant 3$, dimensionarea hidroforului de refulare, adoptind k_1 dedus în lucrare pentru $i = 2$, este acoperitoare și se recomandă.

3. În cazul general, rezonanța apare cînd :

$$\frac{q}{k\omega} = 1\,;\ 2\,;\ 3\,;\ \ldots, \tag{27}$$

unde k are valorile (1).

BIBLIOGRAFIE

[1] *Cazacu, M, Tudor, D.* Buletinul Institutului politehnic București, tom. 25, fasc. 2, 1963.
[2] *Cazacu, M ; Nistreanu, V.* Bewégung selbsttätiger Ventile der Kolbenpumpen mit Kurbeltrieben. Mitteilungen der Konferenz für Wasrsekraftmaschinen vom September 1966, Laboratorium für Wasserkraftmaschinen Timișoara.
[3] *Berg, H.* Die Kolbenpumpen. Verlag, Berlin, 1921.
[4] *Turcanu, C. : Ganea, N.* Pompe volumice. Editura tehnică, București, 1963.
[5] *Weber, F.* Arbeitsmaschinen, Bd. I, Kolbenpumpen und Kolbenverdichter, VEB Verlag Technik, Berlin, 1960.
[6] *Schulz, H.* Die Pumpen. Springer Verlag, Berlin/Heidelberg/ New-York, 1977.

Dynamische berechnung der druckwindkessel der Kolbenrumpen mit Kurbeltrieben

In der vorliegenden Arbeit werden die erzwungenen Schwingungen der Flüssigkeit im System Druckwindkessel-Druckleitung studiert, indem man das Stangenverhältnis berücksichtigt.

Man bestimmt den dynamischen Ungleichförmigkeitsgrad, und das mittlere Luftvolumen des Druckwindkessels.

c. 1260 — I. P. Informația 40 480

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ

apare trimestrial, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice :
„Bulletin de Mathématiques et de Physique pure et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
РАЗДЕЛ МЕХАНИКИ

Выходит четыре раза в год, являясь продолжением прежних научных периодических журналов, „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" и „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределах возможностей будут опубликоваться и научно-исследовательские работы специалистов извне.

Переписка, обмен периодическими изданиями и подписка производятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIES OF MECHANICS

The Bulletin is issued quarterly, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from outside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the following address.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SÉRIE MÉCANIQUE

parait tous les trois mois, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonements est :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
ROMÂNIA
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)
Seria Mecanică

1982 MAJ 25

Lei 20

F 1130/3

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA MECANICĂ

TOMUL XLIII NUMĂRUL 3 ANUL 1981
IULIE–SEPTEMBRIE

COMITETUL DE REDACŢIE

REDACTOR RESPONSABIL : Academician *Radu Voinea*

MEMBRII : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct) ; Conf. dr. ing. *Cornel Berbente* ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin* (secretar ştiinţific) ; Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu* ; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* ; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan* ; Prof. dr. ing. *Octavian Floarea* ; Prof. dr. ing. *Julieta Florea* ; Prof. dr. ing *Nicolae Geru* ; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* ; Prof. dr. *Ion Grădişteanu* ; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan* ; Prof. ing. *Jean Moncea* ; Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu* ; Prof. dr. docent ing. *Florea Oprea* ; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean* ; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu* ; Prof. dr. ing. *Ion Popescu* ; Conf. dr. ing. *Mircea Radeş* ; Prof. dr. ing. *Marin Rădoi* ; Conf. dr. ing. *Sorin Roşca* ; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu* ; Prof. dr. *Octavian Stănăşilă* ; Prof. dr. ing. *Voicu Tache* ; Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu* ; Prof. dr. docent ing. *Andrei Ţugulea* ; Prof. dr. ing. *Silvia Vacu* ; Prof. dr. docent *Rodica Vîlcu*.

Editor : Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Splaiul Independenţei 313, Tel. 31.40.10, România, Căsuţa poştală 2356
TELEX : 10.490 PIBUH

Readers from abroad can get subscriptions for this newspaper through ILEXIM import-export press, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMANIA

Sumar

FIZICĂ

V. L. Fara, R. Grigorescu
Criterii tehnico-economice de alegere a variantei optime pentru instalațiile energetice solare din R.S.R.(I) 3

MECANICĂ

Șt. Staicu
Aripi Delta antisimetrice de ordin superior în regim supersonic (I. franceză) 11

N. Enescu
Determinarea regimului electromecanic optim în funcționarea unui transportor vibrator 21

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C. Pană
Sistem de distribuție variabilă, cu comandă hidraulică pentru motoarele cu ardere internă 29

N. Negurescu
Cercetări experimentale privind arderea hidrogenului în motorul cu aprindere prin scînteie 37

CAZANE

M. Postelnicescu, L. Mihăescu, N. Pănoiu, I. Iordache
Cercetări teoretice și experimentale în vederea construirii unui arzător de praf de combustibil solid cu impact de jeturi (cu flacără plată) 49

AERONAVE

V. Stanciu
Studiu privind posibilitățile de încărcare maximă a unei rețele de palete mobile de compresor axial, din punct de vedere mecanic 59

REZISTENȚA MATERIALELOR

Lu Shudao, Mircea Radeș
Modelarea sistemelor mecanice pe baza determinării experimentale a mobilității 69

D. Ștefănescu
Captoare de forță pentru măsurarea solicitărilor axiale transmise fundațiilor la acționarea întrerupătoarelor de înaltă tensiune 77

TEHNOLOGIA MATERIALELOR

N. Atanasiu, C. I. Ionescu, Zoe Atanasiu
Asupra prelucrabilității prin așchiere a aliajelor de aluminiu deformabile 85

UTILAJ CHIMIC

R. Iatan, M. Renert
Cercetări experimentale privind solicitarea prezoanelor îmbinărilor cu flanșe cu nervuri 95

ORGANE DE MAȘINI

Elena Miriță
Utilizarea metodei elementului finit pentru determinarea factorului de forma K_F la angrenaje 103

HIDRAULICĂ

Gh. Zidaru
Alegerea poziției fusului palei rotorice de la turbomașina axială 109

Summary

PHYSICS

V. L. Fara, R. Grigorescu
Technico-economical Criteria for Chosing the Optimum Variant of Solar Energy Installations in Romania 3

MECHANICS

Șt. Staicu
Antisymmetrical Delta Wings of Superior Order in Supersonic Flow . . . 11

N. Enescu
The Determination of the Optimum Electromechanical Working Condition of a Vibrating Conveyor 21

INTERNAL COMBUSTION ENGINES

C. Pană
Variabile Distribution System with Hydraulic Command for Internal Combustion Engines 29

N. Negurescu
Experimental Researches on Hydrogen Combustion in Spark Ignition Engine 37

BOILERS AND STEAM AND GAS TURBINES

M. Postelnicescu, L. Mihăescu, N. Pănoiu, I. Iordache
Theoretical and Experimental Researches on Building a Burner for Pulverized Solid Combustible with Interaction of Jets 49

AIRSHIPS

V. Stanciu
Study Reffering to the Maximum Charge Possibilities of Axial Compressor Mobile Blade Network, of Mechanical Point of View 59

STRENGTH OF MATERIALS

Lu Shoudao, M. Radeș
System Modelling from Mobility Measurement Data 69

D. Stefănescu
Load Cells Used for Measuring the Thrust Transmitted by Circuit Breakers at the Foundations When Acting 77

MATERIALS TECHNOLOGY

N. Atanasiu, C. Ionescu
On the Machining of the Aluminium Alloys 85

CHEMICAL EQUIPMENT

R. Iatan, M. Renert, Zoe Atanasiu
Experimental Researches Concerning the Stresses in the Bolts of Ribbed Flanged Joints 95

Elena Miriță
The Finit Element Method for Determining the K_F Factor 103

HYDRAULICS

Gh. Zidaru
Choice of Impeller Blade Shaft Position of the Axial Flow Turbomachine 109

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 3

C.Z.: 620.91/92
621.47

CRITERII TEHNICO-ECONOMICE DE ALEGERE A VARIANTEI OPTIME PENTRU INSTALAȚIILE ENERGETICE SOLARE DIN R.S.R. (I)

V. L. FARA, R. GRIGORESCU *

În vederea unei reprezentări sintetice a influenței radiației solare într-un anumit model economic, este introdus un coeficient de disponibilitate a energiei radiației solare pe teritoriul țării noastre. Este calculată economia de energie realizată, în cazul unei instalații energetice pentru care o anumită cotă din energia convențională este preluată de energia solară. Folosind condiția de rentabilitate a unei instalații energetice solare, este obținută o ecuație de corelație a parametrilor tehnologici, economici și climatici (caracteristici radiației solare). Pe această bază sînt stabilite anumite criterii tehnico-economice de alegere a variantei optime de instalație energetică solară, definindu-se și indicatorii corespunzători de performanță. Sînt relevate sensibilitatea metodei de analiză tehnico-economică (evidențiindu-se pragul de rentabilitate) și selectivitatea acesteia (obținîndu-se reguli de ordonare a variantelor de instalații solare). În finalul lucrării, este prezentată o metodă grafică operativă de determinare a indicatorilor de performanță.

1. Introducere

Decizia de realizare a unei instalații solare pentru un consumator oarecare, este influențată în multe situații de valoarea ridicată a investiției inițiale necesare, aspect care poate avea un caracter prohibitiv.

Din acest motiv, este necesară efectuarea unei analize economice a instalației solare pentru o perioadă corespunzînd duratei de viață a acesteia. Această problematică a fost abordată în literatura de specialitate, [1] — [5]; totuși, caracteristicile radiației solare nu sînt suficient reprezentate, iar rezultatele obținute de diverși autori au un puternic caracter empiric.

Astfel, se impune elaborarea unei analize tehnico-economice, în care să fie reprezentați sintetic, parametrii meteo-geografici, tehnologici și economici ai unei anumite instalații energetice solare, conducînd la stabilirea unor criterii de selectare a variantei optime, aspecte care au fost urmărite în prezenta lucrare.

Manuscris predat redacției la data de 3 aprilie 1981

* Șef lucrări dr. ing., Ing., Catedra Fizică

2. Coeficientul de disponibilitate a energiei radiației solare pe teritoriul R.S.R.

În calculele de proiectare a instalațiilor solare, datorită caracterului aleator al radiației solare, prezintă un deosebit interes cunoașterea valorilor medii ale parametrilor ei caracteristici (intensitatea radiației solare globale, H [W/m²] și durata de însorire D[h/an]. În acest fel, se poate cunoaște energia medie disponibilă a radiației solare, E[kWh/m²n], pentru o anumită zonă geografică.

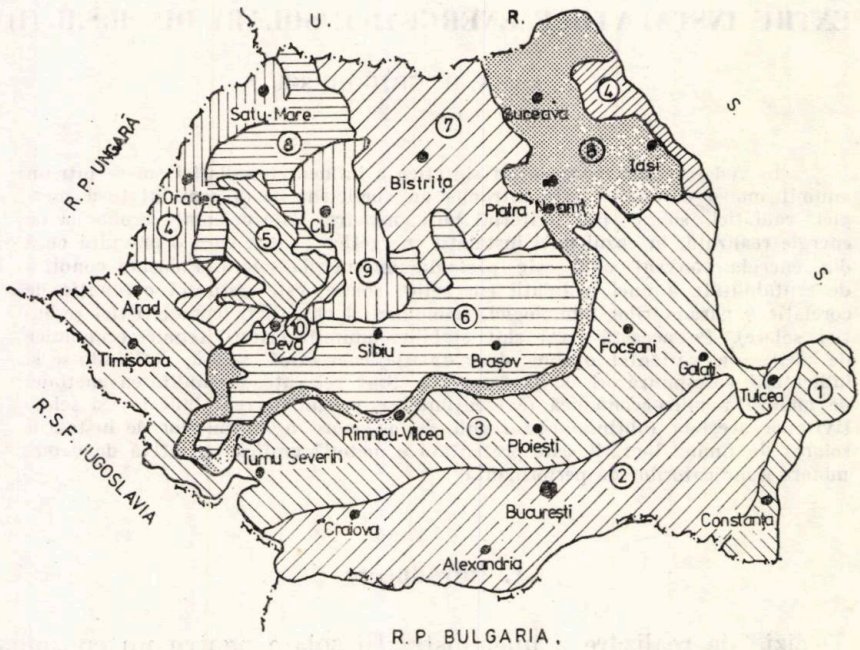


Fig. 1. Împărțirea teritoriului R.S.R. în zone de egal potențial energetic solar.

În urma măsurătorilor de durată, Institutul de Meteorologie și Hidrologie București a stabilit hărțile izoenergetice solare ale teritoriului R.S.R., atît pentru valori medii anuale, cît și pentru cele anotimpuale. Pe baza hărții ce dă curbele izoenergetice medii anuale, [6], se poate împărți teritoriul țării noastre în zece zone de egală energie, pentru fiecare zonă alegîndu-se un oraș reprezentativ, fig. 1, [7].

Se poate introduce un coeficient de disponibilitate a energiei radiației solare, [8], prin intermediul relației:

$$u = \frac{H\,D}{H_{\min}\,D_{\min}} = \frac{HD}{k} \tag{1}$$

unde H și D reprezintă intensitatea radiației solare globale și durata de însorire pentru un anumit punct geografic (sau pentru o anumită zonă

geografică), $D_{min} = 2000$ h/an (valoarea medie pentru teritoriul R.S.R.), iar $H_{min} = 400$ W/m² (constituie o valoare medie de prag de utilizare a colectorilor solari, deoarece astfel se permite funcționarea unui colector solar plan cu un geam la o temperatură a mediului ambiant de −15°C obținîndu-se apă caldă la 30°C).

Este de remarcat faptul că, deși coeficientul de disponibilitate u oferă posibilitatea unei reprezentări sintetice a influenței radiației solare, într-un anumit model economic, definiția a apelat la argumente de ordin practic (limitîndu-se într-o anumită măsură generalitatea sa).

În tabelul 1 sînt reprezentați $\bar{E}$, $\bar{D}$, $\bar{H}$ și $\bar{u}$ pentru cele zece zone geografice :

Tabelul 1

Zona	Orașul caracteristic	$\bar{E}$ [kWh/m²an]	$\bar{D}$ [h/an]	$\bar{H}$ [W/m²]	$\bar{u}$
1.	Constanța	1501,4	2283,6	657	1,876
2.	București	1459,2	2234,1	653	1,822
3.	Drăgășani	1452	2164,5	671	1,815
4.	Oradea	1369,3	2095	654	1,711
5.	Ighiu	1279,3	1888,8	677	1,599
6.	Predeal	1267,3	1636,6	774	1,584
7.	Sighet	1336,5	1899	704	1,671
8.	Dej	1302,5	1942,6	670	1,628
9.	Cluj	1375,7	1998,9	652	1,719
10.	Geoagiu	1308,3	1890,3	692	1,635

Rezultă o valoare medie a coeficientului de disponibilitate a energiei radiației solare pentru țara noastră :

$$<\bar{u}> = 1{,}703$$

3. Corelația între parametrii tehnologici, economici și climatici ai unei instalații energetice solare

3.1. *Reducerea consumului de energie convențională*

Pentru a obține economia de energie convențională realizată, vom compara energiile termice dezvoltate de două instalații :

— o instalație ce utilizează energie clasică (q_{c1}) ;

— o instalație ce utilizează energie solară, folosind și o sursă auxiliară de energie clasică (q_{c1+s})

În aceste condiții energiile termice dezvoltate de cele două instalații vor fi :

$$q_{c1} = \eta_{IA} W_{1IA} + q_{anex\,1} \tag{2}$$

$$q_{c1+s} = q_{co1} + \eta_{IA} W_{2IA} + q_{anex\,2} \tag{3}$$

unde energia termică dezvoltată de instalația de captare a energiei solare este :

$$q_{co1} = \bar{\eta}_{co1} A \bar{H} \bar{D} \tag{4}$$

În (2), (3) și (4) avem : η_{IA} — randamentul instalației ce utilizează numai energie clasică, W_{IA} — energia convențională consumată de partea clasică a instalației în cele două cazuri, $q_{anex\,1}$ — energia consumată de instalațiile anexe, $\bar{\eta}_{co1}$ — randamentul mediu al instalației de captare, A — aria de captare.

Considerînd :

$$q_{anex\,1} = q_{anex\,2} \tag{5}$$

și impunînd condiția :

$$q_{c1} = q_{c1+s} \tag{6}$$

vom obține, după înlocuiri

$$\bar{\eta} A \bar{H} \bar{D} = \eta_{IA} (W_{1\,IA} - W_{2\,IA}) \tag{7}$$

Economia de energie convențională realizată va fi :

$$\Delta W \equiv W_{1\,IA} - W_{2\,IA} = \bar{\eta}_{co1} \cdot \frac{A \bar{H} \bar{D}}{\eta_{IA}} \tag{8}$$

3.2. *Rentabilitatea unei instalații solare*

Pentru analiza rentabilității unei instalații ce utilizează energie solară vom compara prețul unei astfel de instalații cu cel al unei instalații ce utilizează numai energie convențională.

Condiția de rentabilitate a instalației solare este :

$$P_{c1+s} \leqslant P_{c1} \tag{9}$$

$$P_{c1+s} = p_{co1} A(1 + r)^{t_v} + p_s V(1 + r)^{t_v} + \bar{p} W_{21\,A} t_v + P_{anex\,1} (1 + r)^{t_v} \tag{10}$$

$$P_{c1} = \bar{p} W_{1\,IA} t + P_{anex\,2} (1 + r)^{t_v} \tag{11}$$

unde p_{co1} — prețul specific al instalației de captare a energiei radiației solare (raportate la unitatea de arie), p_s — prețul specific al instalației de stocare (raportate la unitatea de volum), V — volumul de stocare, $\bar{p}$ — prețul specific al energiei convenționale (pentru simplificarea modelului de calcul se admite o valoare medie a acestuia pentru durata de viață a instalației), P_{anex} — prețul instalațiilor anexe, t_v — timpul de viață a instalației, r — rata de actualizare a investiției.

Considerînd :

$$P_{anex\,1} = P_{anex\,2} \tag{12}$$

și utilizînd condiția de rentabilitate (9) rezultă:

$$p\,\Delta\,W t_v^* \geqslant p_{col}\frac{q_{col}}{\bar{\eta}_{col}\overline{HD}} + p_s\,V \tag{13}$$

În relația (13), $t_v^* = t_v\,(1+r)^{-t_v}$, reprezintă un timp de viață redus, ce ține cont de rata de actualizare a investițiilor. Din (13) se obține:

$$p_{col} \leqslant \bar{p}\,\frac{\bar{\eta}_{col}^2\overline{H}^2\,\overline{D}^2\,A}{q_{col}\,\eta_{IA}}\,t_v^* - \frac{p_s\,V\,\bar{\eta}_{col}\,\overline{HD}}{q_{col}} \tag{14}$$

Introducînd coeficientul de disponibilitate u, se obține în cazul egalității în relația (14), o ecuație de forma:

$$a^2\,u^2\bar{\eta}_{col}^2 - bu^2\,\bar{\eta}_{col}^2 - p_{col} = 0 \tag{15}$$

unde:

$$a = \bar{p}\,\frac{A\,k^2}{\eta_{IA}\,q_{col}}\,t_v^*,\quad b \equiv \frac{V\,k}{q_{col}}\,p_s \tag{16}$$

Ecuația (15) corelează parametrii tehnologici ($\bar{\eta}_{col}$), economici (p_{col}) și climatici (u).

4. Indicatorii de performanță ai unei instalații energetice solare

Pe baza ecuației de corelație (15), se pot introduce anumite criterii tehnico-economice, care să indice atît pragul de rentabilitate a unei instalații solare, cît și posibilitatea de alegere între mai multe variante.

— Criteriul „maximei diferențe" (max ΔC) este un criteriu tehnico-economic de bază, fiind reprezentat de diferența dintre cheltuielile globale ale instalației ce utilizează numai combustibil convențional (investiția + prețul combustibilului în timpul de viață a instalației) și cheltuielile globale ale variantei solare.

Se poate scrie:

$$\Delta C = \frac{m}{u\eta}\,(a\,u^2\,\eta^2 - b\,u\,\eta - p_{col}) \tag{17}$$

unde:

$$m \equiv \frac{q_{col}}{k} \tag{18}$$

— Criteriul tehnic de utilizabilitate.

Poate fi exprimat sub forma:

$$u^* \leqslant u \quad \text{sau} \quad \eta \geqslant \eta^* \tag{19}$$

Indicatorul corespunzător de performanță este :

$$\alpha \equiv \frac{u}{u^*} \equiv \frac{\eta}{\eta^*} \tag{20}$$

În (19) și (20),* indică valorile calculate cu ajutorul ecuației de corelație, iar u și η reprezintă coeficientul de utilizabilitate, respectiv randamentul real al colectorului.

— Criteriul de economicitate

Este exprimat de relația :

$$p_{col} \leqslant p^*_{col} \tag{21}$$

Indicatorul de performanță este în acest caz

$$\beta \equiv \frac{p^*_{col}}{p_{col}} \tag{22}$$

Criteriul maximei diferențe poate fi formulat în funcție de α și β, adică

$$\Delta C = \frac{m}{u\eta}\left(-\frac{1}{\alpha^2} a u^2 \eta^2 + \frac{1}{\alpha} bu\eta + p^*_{col}\right) = \frac{m}{u\eta} p_{col}(\beta - 1) \tag{23}$$

Criteriul maximei diferențe, fiind un criteriu decisiv de stabilire a priorității între mai multe variante de instalații solare, utilitatea indicatorilor α și β apare la ordonarea variantelor, caracterizate prin același ΔC.

În acest scop, vom presupune mici variații pentru α_0 și β_0, adică :

$$\alpha = \alpha_0 + \delta\alpha, \quad \beta = \beta_0 + \delta\beta \tag{24}$$

Vom obține pentru diferența de cheltuieli între variantele caracterizate de (α, β) și (α_0, β_0).

$$\delta\,\Delta C(\alpha) = \frac{m}{u\eta}\frac{\delta\alpha}{\alpha_0}\left[2a\, u^2\eta^2 - b\frac{u\eta}{\alpha_0}\right] \tag{25}$$

$$\delta\,\Delta C(\beta) = \frac{m}{u\eta} p_{col}\,\delta\beta \tag{26}$$

Considerînd $\delta\beta = \delta\beta$, prin scăderea relațiilor (25) și (26), se găsește :

$$\delta Y = \delta\Delta\, C(\alpha) - \delta\Delta C(\beta) = \frac{m}{u\eta}\delta\alpha\left[\frac{1}{\alpha_0}\left(2a\,\frac{u^2\eta^2}{\alpha_0^2} - \frac{bu\eta}{\alpha_0}\right)\right] - p_{col} \tag{27}$$

Există două posibilități :

— diferența δY este pozitivă (în acest caz indicatorul α este mai tare decît indicatorul β)

— diferența δY este negativă (în acest caz β este mai tare decît α).

Notînd :

$$x \equiv \frac{u\eta}{\alpha_0}, \quad R \equiv 16\alpha \frac{p_{co1}}{b^2} \tag{28}$$

și rezolvînd ecuația :

$$2ax^2 - bx - \alpha_0 p_{co1} = 0 \tag{29}$$

rezultă :

$$x \simeq \frac{b}{4a}\left(1 + \sqrt{1 + 16\,a\frac{p_{co1}}{b^2}}\right) \tag{30}$$

$$\approx \frac{b}{4a}(1 + \sqrt{R}) \equiv x_0 \tag{31}$$

Se observă că :

$\delta Y > 0$ pentru $x > x_0$ (α este mai tare decît β)

$\delta Y < 0$ pentru $x < x_0$ (β este mai tare decît α)

Sintetizînd, se pot stabili anumite reguli de ordonare a variantelor de instalații solare :

a) se exclud variantele cu $\alpha < 1$, $\beta < 1$,

b) se ordonează variantele, după criteriul max ΔC

c) pentru variantele cu valori foarte apropiate ale lui ΔC se procedează astfel :

— dacă, pentru toate variantele $x > \alpha_0 x_0$, atunci α este mai tare decît β ; ordonarea variantelor se face după max α ; în cazul variantelor cu același α ordonarea se face după max β.

— dacă pentru toate variantele $x < \alpha_0 x_0$, atunci β este mai tare decît α ; ordonarea variantelor se face după criteriul max β ; în cazul variantelor cu același β, ordonarea se face după max α ;

— dacă pentru unele variante $u\eta > \alpha_0 x_0$, iar pentru alte variante $u\eta < \alpha_0 x_0$, se aplică criteriul max $|\delta Y|$.

— dacă pentru unele variante $u\eta = \alpha_0 x_0$ sau dacă situația de indecibilitate între variante se menține după epuizarea tuturor criteriilor, ordonarea se va face pe baza altor criterii decît cele economice (tehnice, funcționale, estetice etc.).

BIBLIOGRAFIE

1 *S. A. Beckman, S. A. Klein, J. A. Duffie,* ,,Solar Heating Design'', John Wiley, New York (1977);
2 *K. W. Böer,* Solar Energy 20, 225 (1978)
3 *J. W. MacArthur, W. J. Palm, R. C. Lessman,* Solar Energy *21,* 1, (1978)
4 *R. L. Reid, E. Lumsdaine, L. Albrecht,* Solar Energy *19,* 513 (1977);
5 *J. M. Sulock,* Solar Energy *24,* 505 (1980);
6 *V. Creteanu, I. Ciocoiu* ș.a., ,,Studiu asupra posibilităților de valorificare a energiei solare în România'', contr. cerc. nr. 103 (1973);
7 *V. L. Fara, R. Grigorescu, D. Cecan,* ,,Contribuții la elaborarea metodologiei de proiectare a unei instalații solare pentru încălzirea apei în R.S.R.'', Simpozionul Național de Utilizarea Energiei Solare, octombrie 1980;
8 *V. L. Fara, R. Grigorescu,*'' Analiza tehnico-economică a instalațiilor energetice solare'', Sesiunea jubiliară a I.P.G. Ploiești, decembrie 1978.

Technico-Economical Criteria for Chosing the Optimum Variant of Solar Energy Installations in Romania

In view of a synthetic representation of the contribution of solar radiation within a given economic model, the paper introduces a coefficient of the availability of solar radiation energy incident on the Romanian territory. It also estimates the energy economy achieved within an installation which uses solar energy to replace a part of the conventional energy consumption. Using the condition for the profitableness of a solar energy installation, an equation correlating the technological, economic and climatic parameters (characterizing solar radiation) is derived. This gives the technico-economical criteria for the choice of the optimum variant for a solar energy installation and allows the definition of performance coefficients. The paper outlines the sensitivity of the method of technico-economical analysis (indicating the profitableness threshold) and its selectivity (by deriving rules of ordering for the variants of solar energy installations).

The paper is concluded with an operative graphical method for the determination of the performance coefficients.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 3

MECANICĂ

C.Z.: 533.6.011.5.:629-13

AILES DELTA ANTISYMÉTRIQUES D'ORDRE SUPÉRIEUR EN RÉGIME SUPERSONIQUE

ȘTEFAN STAICU *

L'article étudie l'écoulement supersonique autour des ailes delta minces coniques d'ordre supérieur à incidences antisymétriques compte tenu de la séparation du courant aux bords d'attaque.

Des relations pour la distribution des pressions et des caractéristiques aérodynamiques ont été établies.

1. Introduction

Dans cet article on se propose d'étudier l'écoulement supersonique autour d'une aile delta mince conique d'ordre supérieur à incidences antisymétriques, compte tenu du décollement du courant aux bords d'attaque subsoniques. La distribution antisymétrique des incidences ou des vitesses verticales correspond à une aile delta tordue et arquée antisymétriquement (fig. 1).

Soit une aile triangulaire repérée au système d'axes $O_1x_1x_2x_3$, ayant l'origine au sommet de l'aile et l'axe O_1x_1 parallèle à la direction du courant nonperturbé U_∞. Dans l'hypothèse des petites perturbations, le mouvement autour de l'aile considérée est homogène d'ordre n si la vitesse verticale de perturbation w sera représentée sous la forme d'un polynôme homogène d'ordre $(n-1)$:

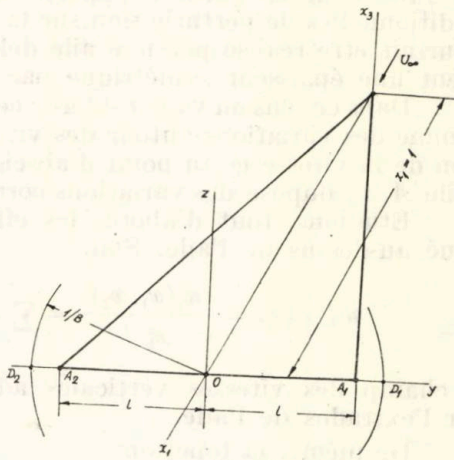


Fig. 1

$$w(x_1, x_2) = U_\infty \cdot \alpha\,(x_1, x_2) = x_1^{n-1} \sum_{k=0}^{n-1} w_{n-k-1,\,k}\, y^k, \left(y = \frac{x_2}{x_1}\right). \qquad (1)$$

Ouvrage reçu à la rédaction le 26 Février 1981
* Maître-Assistant, Chaire de Mécanique.

Puisqu'on étudie une aile delta antisymétrique, la vitesse verticale w obéit à la relation

$$w(x_1,\ x_2) = -\ w\ (x_1, -x_2). \tag{2}$$

Cette antisymétrie sera obtenue en prenant, dans la relation (1), les termes à exposants impaires ($k = 2\chi + 1$)

$$\frac{w(x_1, x_2)}{x_1^{n-1}} = \sum_{\chi=0}^{E\left(\frac{n-2}{2}\right)} w_{n-2\chi-2,\,2\chi+1}\, y^{2\chi+1}, \tag{3}$$

définissant l'aile à antisymétrie naturelle. Au contraire, si on ne considère que les termes paires ($k = 2\varkappa$), dans la relation (1), on définie l'aile à antisymétrie forcée dont la vitesse w prendra l'expression

$$\frac{w(x_1, x_2)}{x_1^{n-1}} = \sum_{\chi=0}^{E\left(\frac{n-1}{2}\right)} (\pm) w_{n-2\chi-1,\,2\chi}\, y^{2\chi}. \tag{4}$$

Au fur et à mesure que les valeurs des incidences locales $\alpha(x_1, x_2)$ augmentent, le courant se détache aux bords d'attaque.

Le champ de l'écoulement sera perturbé par l'existence de deux noyaux tourbillonaires d'une même intensité et même signe mais placés antisymétriquement par rapport à l'axe de symétrie O_1x_1. Soient c et t, l'abscisse et respectivement l'ordonnée du noyau dans le plan Oyz. Les vitesses créées par ces deux tourbillons seront dénommées vitesses additionnelles de perturbation.

Ensuite on cherche la solution du problème, selon une suggestion du Professeur E. Carafoli [2], en admettant que le champ des vitesses additionnelles de perturbation sur la surface de l'aile et du cône de Mach pourrait être réalisé par une aile delta fictive portante qui aurait également une épaisseur symétrique par rapport à son squelette.

Dans ce sens on va considérer ces vitesses verticales supplémentaires comme des variations autour des vitesses verticales locales (1). La variation de la vitesse w au point d'abscisse $y = \eta$ appartenant à la trace de l'aile A_1A_2 impose des variations correspondantes aux paramètres $w_{n-k-1,\,k}$.

Etudions, tout d'abord, les effets locaux du noyau tourbillonaire situé au-dessus de l'aile. Soit

$$w^{(e)}_{n-1}(\eta) = \frac{w_e(x_1, x_2)}{x_1^{n-1}} = \sum_{k=0}^{n-1} w^{(e)}_{n-k-1,\,k}(\eta)\cdot\eta^k,\ (0 < \eta < l) \tag{5}$$

le champ des vitesses verticales additionnelles introduit par le noyau sur l'extrados de l'aile.

De même, la fonction

$$w^{(i)}_{n-1}(\eta) = \frac{w_i(x_1, x_2)}{x_1^{n-1}} = \sum_{k=0}^{n-1} w^{(i)}_{n-k-1,\,k}(\eta)\cdot\eta^k,\ (0 < \eta < l) \tag{6}$$

représentera la vitesse verticale additionnée par le noyau sur l'intrados de l'aile réelle.

Remarquons que la répartition des vitesses verticales définie par (5) et (6) pourra être décomposée de la façon suivante :

$$w^{(e)}_{n-1}(\eta) = w'_{n-1}(\eta) + w''_{n-1}(\eta) \tag{7}$$

$$w^{(i)}_{n-1}(\eta) = -w'_{n-1}(\eta) + w''_{n-1}(\eta). \tag{8}$$

De là on tire, d'une part, la distribution

$$w'_{n-1}(\eta) = \frac{1}{2}[w^{(e)}_{n-1}(\eta) - w^{(i)}_{n-1}(\eta)] = \sum_{k=0}^{n-1} w'_{n-k-1,k}(\eta)\cdot\eta^k, (0 < \eta < l) \tag{9}$$

définissant une aile delta mince, pour laquelle l'incidence sur l'extrados est donnée par la fonction

$$\alpha'_{n-1}(\eta) = \frac{w'_{n-1}(\eta)}{U_\infty} \tag{10}$$

et, d'autre part

$$w''_{n-1}(\eta) = \frac{1}{2}[w^{(e)}_{n-1}(\eta) + w^{(i)}_{n-1}(\eta)] = \sum_{k=0}^{n-1} w''_{n-k-1,k}(\eta)\cdot\eta^k, (0 < \eta < l) \tag{11}$$

correspondant à une aile delta à épaisseur symétrique dont la pente varie d'après la fonction

$$\alpha''_{n-1}(\eta) = \frac{w''_{n-1}(\eta)}{U_\infty}. \tag{12}$$

Les vitesses w' et w'' représentent, au fond, les vitesses verticales de perturbation créées par des arêtes distribuées sur la surface de l'aile, donnant au point d'abscisse $y = \eta$ du plan physique Oyz les sauts élémentaires

$$\frac{dw'_{n-k-1,k}(\eta)}{d\eta}, \quad \frac{dw''_{n-k-1,k}(\eta)}{d\eta}, \quad (k = 0, 1, \ldots, n-1)\cdot \tag{13}$$

Ces variations continues des paramètres $w'_{n-k-1,k}$, $w''_{n-k-1,k}$ seront réalisées, dans le sens de l'analogie hydrodynamique établie par E. Carafoli [1], à l'aide d'une distribution de singularités d'ordre supérieur placées sur la trace de l'aile dans le plan complexe X defini par la transformation conforme :

$$X^2 = \frac{l - x}{l + x} \tag{14}$$

du plan complexe

$$x = (1 - B^2z^2)^{-1}\,[y + iz\sqrt{1 - B^2(y^2 + z^2)}],\quad (B = \sqrt{M_\infty^2 - 1}). \tag{15}$$

Les intensités de ces sources peuvent être données par les fonctions suivantes :

$$q'_{n-1}(\eta, y) = \sum_{k=0}^{n-1} q''_{n-k-1,k}(\eta) y^k \begin{cases} q'_{n-k-1,\,k} = 0,\ \eta \in (0, s) & \text{(16a)} \\ q'_{n-k-1,k} = q_{n-k-1,k},\ \eta \in (s, l),\ (k = 0,1,\ldots, n-1) & \text{(16b)} \end{cases}$$

pour l'aile composante mince, et

$$q''_{n-1}(\eta, y) = \sum_{k=0}^{n-1} q''_{n-k-1,}(\eta) y^k \begin{cases} q''_{n-k-1,k} = p_{n-k-1,k}\dfrac{\eta}{l},\ \eta \in (0,s),\ k = 0,1,\ldots,n-1) & \text{(17a)} \\ q''_{n-k-1,k} = q_{n-k-1,k} + p_{n-k-1,k}\dfrac{\eta}{l},\ \eta \in (s, l) & \text{(17b)} \end{cases}$$

pour l'aile composante épaisse.

2. Détermination de la vitesse axiale de perturbation

En tenant compte de la répartition antisymétrique des sources (16), (17) on obtient l'expression suivante de la vitesse axiale de perturbation pour la première aile composante

$$u'_{n-1} = \frac{\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n-1}{2}\right)} A_{n,\,2k+1} y^{2k+1}}{\sqrt{l^2 - x^2}} + \frac{2}{\pi}\int_s^l \sum_{k=0}^{n-1} q'_{n-k-1,k}(\eta) y^k \left[\operatorname{arg\,ch}\sqrt{\frac{(l+\eta)(l-y)}{2l(\eta - y)}} - \right. \tag{18}$$

$$\left. -(-1)^k \operatorname{arg\,ch}\sqrt{\frac{(l+\eta)(l+y)}{2l(\eta + y)}}\right] d\eta + \frac{2}{\pi}\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n-2}{2}\right)} Q^*_{n,\,2k+1} y^{2k+1} \operatorname{arg\,ch}\sqrt{\frac{l^2}{y^2}}.$$

En effectuant l'intégration, on trouve

$$\frac{u'}{x_1^{n+1}} = \frac{\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n-1}{2}\right)} A_{n,\,2k+1} y^{2k+1}}{\sqrt{l^2 - y^2}} - \frac{l}{\pi}\left\{\sum_{k=0}^{n-1} q_{n-k-1,\,k} y^k \left[\left(\frac{s}{l} - \frac{y}{l}\right)\operatorname{arg\,ch}\left|\frac{l^2 - sy}{l(s-y)}\right| - \right.\right.$$

$$\left. -(-1)^k\left(\frac{s}{l} + \frac{y}{l}\right)\operatorname{arg\,ch}\frac{l^2 + sy}{l(s+y)}\right] -$$

$$-2\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n-2}{2}\right)} q_{n-2k-2,\,2k+1} y^{2k+1}\sqrt{1 - \frac{y^2}{l^2}}\operatorname{arc\,cos}\frac{s}{l}\Bigg\} +$$

$$+\frac{2}{\pi}\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n-2}{2}\right)} Q^*_{n,\,2k+1} y^{2k+1} \operatorname{arg\,ch}\sqrt{\frac{l^2}{y^2}}, \tag{19}$$

où, le dernier terme correspond à l'arête située le long de la ligne médiane de l'aile à antiysmétrie forcée des incidences.

La vitesse axiale de perturbation pour la seconde aile composante sera

$$u''_{n-1} = \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{n-1} B_{n;\,k}\, y^k \left[\operatorname{arg\,ch} \sqrt{\frac{(1+Bl)(1-By)}{2B(l-y)}} - \right.$$

$$\left. -(-1)^k \operatorname{argch} \sqrt{\frac{(1+Bl)(1+By)}{2B(l+y)}} \right] +$$

$$+ \frac{2}{\pi} \int_s^l \sum_{k=0}^{n-1} q''_{n-k-1,\,k}(\eta)\, y^k \left[\operatorname{argch} \sqrt{\frac{(1+B\eta)(1-By)}{2B(\eta-y)}} - \right. \tag{20}$$

$$\left. -(-1)^k \operatorname{argch} \sqrt{\frac{(1+B\eta)(1+By)}{2B(\eta+y)}} \right] d\eta +$$

$$+ \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{E\left(\frac{n-2}{2}\right)} Q^{**}_{n,\,2k+1}\, y^{2k+1} \operatorname{argch} \sqrt{\frac{1}{B^2y^2}} + \sum_{k=0}^{E\left(\frac{n-3}{2}\right)} D_{n,\,2k+1}\, y^{2k+1} \sqrt{\frac{1-B^2y^2}{B^2}},$$

d'où on tire

$$\frac{u''}{x_1^{n-1}} = \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{n-1} B_{n,\,k}\, y^k \left[\operatorname{argch} \sqrt{\frac{(1+Bl)(1-By)}{2B(l-y)}} - \right.$$

$$\left. -(-1)^k \operatorname{argch} \sqrt{\frac{(1+Bl)(1+By)}{2B(l+y)}} \right] +$$

$$+ \frac{l}{\pi} \left\{ \sum_{k=0}^{n-1} q_{n-k-1,\,k}\, y^k \left[\left(1 - \frac{y}{l}\right) \operatorname{argch} \frac{1-B^2ly}{B(l-y)} - \right.\right.$$

$$\left. - (-1)^k \left(1 + \frac{y}{l}\right) \operatorname{argch} \frac{1+B^2ly}{B(l+y)} - \left(\frac{s}{l} - \frac{y}{l}\right) \operatorname{argch} \left| \frac{1-B^2sy}{B(s-y)} \right| + \right.$$

$$\left.\left. + (-1)^k \left(\frac{s}{l} + \frac{y}{l}\right) \operatorname{argch} \frac{1+B^2sy}{B(s+y)} \right] +\right.$$

$$+ \frac{2}{Bl} \sum_{k=0}^{E\left(\frac{n-2}{2}\right)} q_{n-2k-2,\,2k+1}\, y^{2k+1} \sqrt{1-B^2y^2}\ (\arcsin Bl - \arcsin Bs) +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{n-1} p_{n-k-1,\,k}\, y^k \left(1 - \frac{y^2}{l^2}\right) \left(\operatorname{argch} \frac{1-B^2ly}{B(l-y)} - (-1)^k \operatorname{argch} \frac{1+B^2ly}{B(l+y)} \right) +$$

$$+ \frac{1}{Bl} \sum_{k=0}^{E\left(\frac{n-1}{2}\right)} p_{n-2k-1,\,2k}\, y^{2k} \frac{y}{l} \sqrt{1-B^2y^2} \arcsin Bl +$$

$$+\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n-1}{2}\right)} p_{n-2k-2,\,2k+1}\, y^{2k+1}\left[\frac{y^2}{l^2}\operatorname{arg\,ch}\sqrt{\frac{1}{B^2y^2}}+\frac{1-\sqrt{1-B^2l^2}}{B^2l^2}\sqrt{1-B^2y^2}\right]\Bigg\}+$$

$$+\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n-3}{2}\right)} D_{n,\,2k+1}\, y^{2k+1}\sqrt{\frac{1-B^2y^2}{B^2}}+\frac{2}{\pi}\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n-2}{2}\right)} Q^{\cdot\cdot}_{n,\,2k+1}\, y^{2k+1}\operatorname{arg\,ch}\sqrt{\frac{1}{B^2y^2}}. \tag{21}$$

Dans cette expression le dernier terme est gardé pour la cas de l'aile à antisymétrie forcée des incidences.

La vitesse axiale de perturbation sera donnée par

$$u^{(e)}_{n-1} = u'_{n-1} + u''_{n-1} \tag{22}$$

sur l'extrados, et

$$u^{(i)}_{n-1} = -u'_{n-1} + u''_{n-1} \tag{23}$$

sur l'intrados de l'aile.

Pour déterminer les constantes $q_{n-k-1,\,k}$, $p_{n-k-1,\,k}$, $(k=0,\,1,\ldots,\,n-1)$, apparaissant dans les expressions (19), (21), on partira des relations

$$-Im(-1)^{n-k}\int x^{n-k-2}\sqrt{1-B^2x^2}\,\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}x^n}\left(\frac{\mathrm{d}\mathfrak{V}'_{n-1}}{\mathrm{d}\eta}\right)\mathrm{d}x =$$

$$=\frac{(n-1)!}{C^k_{n-1}}\,\frac{\mathrm{d}w'_{n-k-1,\,k}}{\mathrm{d}\eta},\ (k=0,1,\ldots,\,n-1) \tag{24}$$

provenant des conditions de compatibilités des écoulements coniques d'ordre supérieur [2]. Afin d'utiliser la variable complexe x, on écrit $\mathrm{d}\mathfrak{V}'_{n-1}$ à partir de $\mathrm{d}u'_{n-1}$ en remplaçant y par x.

Puisque l'intégration sera effectuée sur un demi — cercle σ de rayon suffisamment petit, autour d'un point quelconque $x=\eta$ sur la trace de l'aile, on conclut que toutes les opérations mathématiques sont limitées au calcul des demi- résidus à ce point. Dans ce sens, la fonction analytique $\dfrac{\mathrm{d}\mathfrak{V}'_{n-1}}{\mathrm{d}\eta}$ sera réduite à l'expression suivante

$$\frac{\mathrm{d}\mathfrak{V}'^{(r)}_{n-1}}{\mathrm{d}\eta} = -\frac{1}{\pi}\sum_{k=0}^{n-1} q'_{n-k-1,\,k}(\eta)x^k \ln(\eta - x). \tag{25}$$

Une autre série d'équations sera obtenue en écrivant, pour la fonction analytique $\mathfrak{V}''_{n-1}$ de l'aile composante à épaisseur symétrique, des relations analogues à (24) :

$$-Im(-1)^{n-k}\int x^{n-k-2}\sqrt{1-B^2x^2}\,\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}x^n}\left(\frac{\mathrm{d}\mathfrak{V}''_{n-1}}{\mathrm{d}\eta}\right)\mathrm{d}x =$$

$$=\frac{(n-1)!}{C^k_{n-1}}\,\frac{\mathrm{d}w''_{n-k-1,\,k}}{\mathrm{d}\eta},\ (k=0,1,\ldots,\,n-1) \tag{26}$$

dans laquelle la dérivée $\frac{d\mathfrak{U}''_{n-1}}{d\eta}$ sera remplacée par son expression réduite

$$\frac{d\mathfrak{U}''^{(r)}_{n-1}}{d\eta} = -\frac{1}{\pi}\sum_{k=0}^{n-1} q''_{n-k-1,k}(\eta)\, x^k \ln(\eta - x)\cdot \tag{27}$$

En partant de ces équations on obtient

$$\frac{dw'_{n-k-1,k}}{d\eta}, \frac{dw''_{n-k-1,k}}{d\eta}, \quad (k = 0, 1, \ldots, n-1). \tag{28}$$

Supposons que le long de la ligne du bord d'attaque ($\eta = l$) les paramètres $w'_{n-k-1,k}$, $w''_{n-k-1,k}$ prennent les valeurs :

$$w'_{n-k-1,k}(l) = \frac{1}{2}[w^{(e)}_{n-k-1,k}(l) - w^{(i)}_{n-k-1,k}(l)] = w^{(1)}_{n-k-1,k} \tag{29a}$$

$$w''_{n-k-1,k}(l) = \frac{1}{2}[w^{(e)}_{n-k-1,k}(l) + w^{(i)}_{n-k-1,k}(l)] =$$

$$= w^{(3)}_{n-k-1,k}, \quad (k = 0, 1, \ldots, n-1) \tag{29 b}$$

et encore

$$w'_{n-k-1,k}(0) = w^{(0)}_{n-k-1,k}, w''_{n-k-1,k}(0) = w^{(2)}_{n-k-1,k} \quad (k = 0,1,\ldots,n-1) \tag{30}$$

sur la ligne centrale O_1x_1 de l'aile ($\eta = 0$).

Ces conditions à la limite nous permettent d'obtenir les premières relations entre les constantes $q_{n-k-1,k}$ $p_{n-k-1,k}$,

$$w^{(0)}_{n-k-1,k}, w^{(1)}_{n-k-1,k}, w^{(2)}_{n-k-1,k} \text{ et } w^{(3)}_{n-k-1,k}\cdot$$

Le champ des vitesses verticales additionnelles créé par les deux noyaux de tourbillons doit correspondre à l'aile fictive définie auparavant. Ces vitesses pourront s'annuler ou bien devenir négatives, dans certains endroits de l'ailes, ce qui fait que l'effet global des deux tourbillons relativement à ces vitesses puisse s'annuler lui aussi.

Alors, on peut écrire la condition de moyenne

$$\int_0^l w'_{n-1}(\eta)\, d\eta = 0 \tag{31}$$

définissant une incidence moyenne nulle pour l'aile mince, et encore

$$\int_0^l w''_{n-1}(\eta)\, d\eta = 0 \tag{32}$$

conduisant à une pente moyenne nulle pour l'aile épaisse.

En tenant compte de (9), (11) on obtiendra

$$\sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{k+1} \int_0^l \eta^{k+1} \frac{\mathrm{d}w'_{n-k-1,k}}{\mathrm{d}\eta}\,\mathrm{d}\eta = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{l^{k+1}}{k+1} \cdot w^{(1)}_{n-k-1,k} \tag{33a}$$

$$\sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{k+1} \int_0^l \eta^{k+1} \frac{\mathrm{d}w''_{n-k-1,k}}{\mathrm{d}\eta}\,\mathrm{d}\eta = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{l^{k+1}}{k+1} \cdot w^{(3)}_{n-k-1,k}. \tag{33 b}$$

Les constantes $A_{n,2k+1}$, seront déterminées en considérant la variation de la vitesse verticale $w'_{n-1}(\eta)$ (ou bien celle des paramètres $w'_{n-k-1,k}(\eta)$) entre un point de l'aile jusqu'à un autre point situé sur le cône de Mach où la vitesse s'annule.

Afin d'éviter certains calculs laborieux, on supposera une source unique Q'_{n-1} à la place des sources distribuées q'_{n-1}, concentrée au centre géométrique à l'abscisse :

$$\eta_c = \frac{1}{2}(l+s), \tag{34}$$

soit

$$Q'_{n-1} = Q'_{n-k-1,k}\, y^k = \int_s^l \sum_{k=0}^{n-1} q'_{n-k-1,k}(\eta) y^k\,\mathrm{d}\eta = (l-s) \sum_{k=0}^{n-1} q_{n-k-1,k}\, y^k. \tag{35}$$

Dans ce cas, la vitesse axiale de perturbation pour l'aile composante mince revient sous la forme :

$$\mathfrak{U}'^{(c)}_{n-1} = \frac{\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n-1}{2}\right)} A_{n\cdot 2k+1} y^{2k+1}}{\sqrt{l^2-y^2}} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{n-1} Q'_{n-k-1,k} y^k \left[\operatorname{arg\,ch} \sqrt{\frac{(l+\eta_c)(l-x)}{2l(\eta_c - x)}} - \right.$$

$$\left. -(-1)^k \operatorname{arg\,ch} \sqrt{\frac{(l+\eta_c)(l+y)}{2l(\eta_c+y)}} \right] + \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{E\left(\frac{n-2}{2}\right)} Q^{**}_{n,2k+1}\, y^{2k+1} \operatorname{arg\,ch} \sqrt{\frac{l^2}{y^2}}. \tag{36}$$

En partant de (24) on écrit les conditions à la limite

$$-\mathrm{Re}\,(-1)^{n-k} i \int_{\text{aile}}^{\text{cône de Mach}} x^{n-k-2} \sqrt{1-B^2x^2}\, \frac{\mathrm{d}^n\, \mathfrak{U}'^{(c)}_{n-1}}{\mathrm{d}x^n}\,\mathrm{d}x = \frac{(n-1)!}{C^k_{n-1}} w'_{n-k-1,k}. \tag{37}$$

Pour calculer les constantes $Q^{*}_{n,2k+1}$, $Q^{**}_{n,2k+1}$, $(k=0, 1, \ldots, n-1)$ on écrit des relations analogues aux relations (24) et (26) et on effectue l'intégration sur un quart de cercle autour de l'origine O. Dans ce but nous utiliserons les fonctions analytiques réduites

$$\mathfrak{U}^{*(r)}_{n-1} = -\frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{E\left(\frac{n-2}{2}\right)} Q^{*}_{n,2k+1}\, x^{2k+1} \ln x \tag{38 a}$$

$$\mathfrak{U}^{**(r)}_{n-1} = -\frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{E\left(\frac{n-2}{2}\right)} Q^{**}_{n,2k+1}\, x^{2k+1} \ln x, \tag{38 b}$$

et on remplace les paramètres $w'_{n-k-1,\,k}$, $w''_{n-k-1,\,k}$ par $w^{(0)}_{n-k-1,\,k}$ et respectivement $w^{(2)}_{n-k-1,\,k}$.

Les constantes $D_{n,\,2k+1}$ seront déterminés en écrivant des conditions pouvant éliminer les singularités dans les expressions des premières $(n-1)$ dérivées de la fonction u''_{n-1} aux abscisses $y = \pm\, 1/B$.

Ainsi, on écrit le système d'équations

$$\left(\sqrt{1-B^2y^2}\,\frac{\mathrm{d}^r\,u''_{n-1}}{\mathrm{d}y^r}\right)_{y=\pm 1/B} = 0,\quad (r=1,2,\ldots,n-1). \tag{39}$$

En écrivant des relations analogues à (26) et en faisant des intégrations sur un demi — cercle autour du bord d'attaque $(y = l)$ on détermine les constantes $B_{n,\,k}$. Cette fois-ci, la fonction analytique réduite sera

$$U^{(r)}_{n-1} = -\frac{1}{\pi}\sum_{k=0}^{n-1} B_{n,\,k}\,x^k \ln(l-x) \tag{40}$$

et le paramètre w'' prendra sa valeur $w^{(3)}_{n-k-1,\,k}$ au point d'abscisse $\eta = l$.

Mais, remarquons que la vitesse axiale de perturbation u''_{n-1} ne peut pas devenir infinie aux points $y = \pm\, l$. C'est pour cela qu'on va imposer la condition

$$\sum_{k=0}^{n-1} B_{n,\,k}\,l^k = 0, \tag{41}$$

d'où on obtient les solutions

$$B_{n,\,k} = 0,\quad (k = 0,1,\ldots,\ n-1), \tag{42}$$

avec les conséquences

$$w^{(3)}_{n-k-1,\,k} = 0,\ (k = 0,1,\ldots,n-1). \tag{43}$$

Alors, la pente du bord d'attaque de l'aile composante d'épaisseur symétrique doit être égale à zéro.

On va remarquer aussi que la vitesse axiale de perturbation u'_{n-1} doit être finie sur la ligne des bords d'attaque $(y = \pm\, l)$. Par conséquent on impose la condition suivante

$$\sum_{k=0}^{E\left(\frac{n-1}{2}\right)} \mathrm{A}_{n,\,2k+1}\,l^{2k+1} = 0, \tag{44}$$

s'ajoutant aux équations établies là — dessus.

3. Distribution des pressions et caractéristiques aérodinamiques

Le coefficient de pression, dans l'hypothèse des petites perturbations, sera :

$$C^{(e)}_{p,\,n} = -\,2\frac{u^{(e)}}{U_\infty} = -\,2\,\frac{u^{(e)}_{n-1}}{U_\infty}\,x_1^{n-1} \tag{45}$$

sur l'extrados, et

$$C_{p,n}^{(i)} = -2\frac{u^{(i)}}{U_\infty} = -2\frac{u_{n-1}^{(i)}}{U_\infty} x_1^{n-1} \tag{46}$$

sur l'intrados de l'aile.

En passant au calcul du coefficient de portance d'une demi-aile, on doit remarquer que les ailes d'épaisseur symétrique ne sont pas portantes. Alors, le coefficient de portance correspond à l'aile composante mince :

$$C_z^{(n)} = \frac{8}{(n+1)\,lU_\infty}\int_0^l u'_{n-1}\,dy. \tag{47}$$

Le coefficient du moment de roulis autour de l'axe Ox_1 est donné par l'expression

$$HC_m^{(n)} = \frac{8}{(n+2)\,lU_\infty}\int_0^l u'_{n-1}\,y dy, \tag{48}$$

où H représente une longueur de référence.

BIB LIOGRAPHIE

1. *E. Carafoli*, High —speed Aerodynamics (Pergamon Press, London, 1956).
2. *E. Carafoli*, Wing Theory in Supersonic Flow (Pergamon Press, London, 1969).
3. *E. Carafoli, Şt. Staicu*, Sur un modèle théorique concernant l'aile delta mince avec décollement aux bords d'attaque. (Journal de Mécanique, Vol. 6, nr. 2, Paris, Juin, 1967).
4. *E. Carafoli, Şt. Staicu*, On the flow separation from the edges of the antisymmetrical delta wing in supersonic regim. („Problems of hydrodynamics and continuum mecanics", S.I.A.M., p. 115—136, Philadelphia, Pennsylvania, 1969).

Aripi delta antisimetrice de ordin superior în regim supersonic

Lucrarea studiază scurgerea supersonică în jurul aripilor delta subţiri conice de ordin superior cu incidenţe antisimetrice, ţinînd seama de separaţia curentului la bordurile de atac.

Se stabilesc relaţii pentru distribuţia de presiuni şi caracteristicile aerodinamice.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 3

C.Z.: 531.3:621.867
621.317

DETERMINAREA REGIMULUI ELECTROMECANIC OPTIM ÎN FUNCȚIONAREA UNUI TRANSPORTOR VIBRATOR

N. ENESCU, M. POPESCU *

În lucrare se prezintă un mod de determinare practică a caracteristicii de transfer, în cazul unui transportor vibrator cu caracteristică liniară, stabilind corelația între mărimea de intrare — masa materialului de pe suprafața activă a mașinii — și mărimea de ieșire — puterea absorbită de la rețea de motorul de antrenare al vibratorului.

Se prezintă, pe baza unui model mecanic, modul de utilizare a caracteristicii de transfer, pentru stabilirea unui consum optim de putere.

Introducere

Transportoarele vibratoare sînt sisteme destinate în general transportului materialelor granulare sau pieselor mici (materiale în vrac), prin utilizarea unui jghiab vibrator așezat pe (sau suspendat cu) arcuri elicoidale sau lamelare. Între jgheab și suportul fix al mașinii poate fi intercalată o ramă de reacție, care contribuie în principal la reducerea transmisibilității vibrațiilor spre fundație.

În figurile 1, a, b și c sînt prezentate în ordine schemele mecanice ale unui transportor vibrator rezemat pe arcuri lamelare, transportor

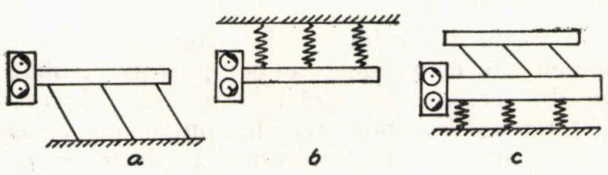


Fig. 1

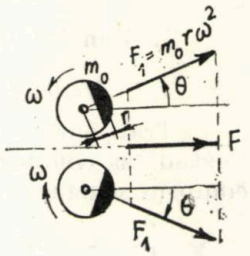


Fig. 2

vibrator suspendat cu arcuri elicoidale și transportor vibrator cu ramă intermediară de reacție și arcuri elicoidale și lamelare. În toate cele trei reprezentări s-a figurat schematic o sursă de vibrații bazată pe rotația sincronă a două mase excentrice, forța perturbatoare avînd expresia (vezi fig. 2):

$$F = 2F_1 \cos \theta = 2m_0 r\omega^2 \cos \theta, \qquad (1)$$

Manuscris predat redacției la data de 18 februarie 1981
* Șef lucrări dr. ing. Catedra Mecanică; Asist. ing. Catedra Măsuri și aparate electrice

în care : m_0 este masa excentrică a unei roți ;

r — excentricitatea ;

ω — viteza unghiulară de antrenare a roții ;

$\theta = \omega t + \varphi$.

Lucrarea de față nu-și propune să prezinte modul de realizare al operației de transport și nici alegerea regimului de transport al materialului. Se presupun cunoscuți parametrii regimului dinamic, iar antrenarea generatorului de vibrații se face la o frecvență determinată cu ajutorul unui motor electric.

În timpul funcționării apar variații inerente ale cantității de material pe suprafața jgheabului, ceea ce produce fluctuații ale puterii motorului electric de antrenare. Lucrarea își propune să determine regimul elecromecanic optim în funcționarea transportorului, în sensul utilizării motorului electric cît mai aproape de puterea nominală, evitîndu-se în același timp supraîncărcarea sa.

Problema se poate generaliza și în cazul unei site vibrante, al cărei model mecanic poate fi unul dintre cele prezentate în figura 1 ; procesul tehnologic presupune însă cernerea materialului și nu transportul dar principial funcționarea celor două utilaje este asemănătoare.

Pentru realizarea scopului propus se urmărește determinarea unei caracteristici de transfer (considerînd ansamblul ca un sistem) între intrare și ieșire, utilizînd ca mărime de intrare masa de material ce se găsește la un moment dat pe organul de lucru, iar ca mărime de ieșire puterea absorbită de la rețea de motorul electric de antrenare. Caracteristica de transfer obținută poate fi folosită pentru stabilirea regimului optim sub raportul consumului de putere al mașinii.

1. Modelul utilizat

1.1. Modelul matematic global

Transportorul se consideră un ansamblu (cutie neagră) în care nu se studiază comportarea elementelor componente ci comportarea globală, conform schemei structurale din figura 3 (analiză intrare-ieșire) Întrucît interesează comportarea din punct de vedere electromecanic, se determină pe baze experimentale (din măsurări) caracteristica de transfer intrare-ieșire, respectiv funcția $P = f(m)$, unde P este puterea electrică absorbită de la rețea, iar m masa de material. Un același mod de analiză poate servi și la optimizări din punct de vedere mecanic, alegînd alte mărimi de studiu — de exemplu amplitudinea vibrațiilor funcție de masa de material etc.

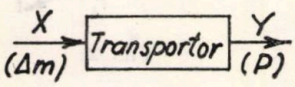


Fig. 3

Avînd în vedere că masa de material pe organul de lucru este o mărime aleatoare, în stabilirea unui regim optim de funcționare se va face apel la metodele statisticii matematice. Se consideră o valoare medie

(obținută din măsuri directe asupra debitului masei de material la transportoare în funcțiune) a valorilor instantanee cu un coeficient de variație $c_{vm} = \frac{\sigma_m}{\overline{m}}$. Cunoscîndu-se caracteristica de transfer $P = f(m)$, se determină coeficientul de variație al puterii $c_{vP} = \frac{\sigma_P}{\overline{P}}$, care caracterizează influența variației masei de material asupra variației puterii absorbite.

1.2. Modelul fizic (experimental)

Ca model fizic pentru ilustrarea metodei de obținere a caracteristicii de transfer s-a utilizat un sistem cu două grade de libertate cu ramă de reacție, cu un singur rotor excentric montat pe rama intermediară în

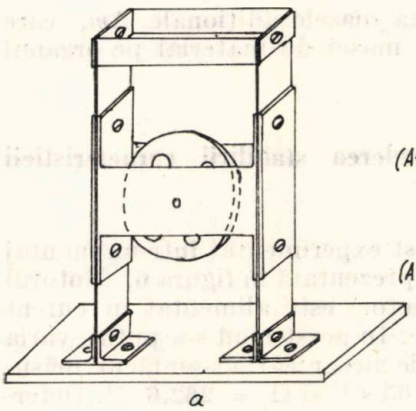
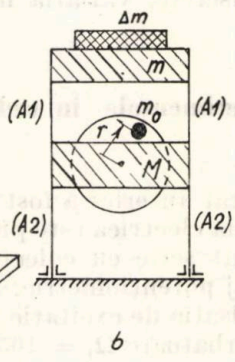


Fig. 4



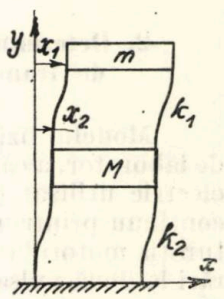


Fig. 5

planul de simetrie al modelului, antrenat prin cuplaj elastic de către un motor electric. Schița acestui model și schema sa mecanică sînt date în figurile 4, a și b.

Arcurile lamelare perechi $A1$ și $A2$, încastrate în suportul fix și în cele două rame m și M, conduc la mișcări de translație simplă ale celor două corpuri principale ale sistemului. Datorită faptului că lamelele de arc sînt încastrate, deformația lor se datorește numai componentei orizontale a forței perturbatoare F_1, a cărei valoare este jumătate din F (vezi expresia 1), deoarece s-a utilizat o singură masă excentrică în rotație. Componenta verticală a lui F_1 solicită arcul la întindere-compresiune și are valoare mică pentru a produce arcului deformații demne de luat în seamă. De asemenea, calculul la flambaj a arătat că nici din acest punct de vedere nu există pericol.

Pentru calculul constantelor elastice ale arcurilor lamelare s-a utilizat expresia $k = 12\,EI/l^3$, obținîndu-se $k_1 = 2\,611\frac{N}{m}$ pentru un arc superior și $k_2 = 4\,384\frac{N}{m}$, pentru un arc inferior. Scriind ecuațiile diferențiale de mișcare ale sistemului (vezi fig. 5)

$$m\ddot{x}_1 = -2k_1(x_1 - x_2)\,;\; M\ddot{x}_2 = 2k_1(x_1 - x_2) - 2k_2x_2, \qquad (2)$$

rezultă pulsațiile sale proprii, date de:

$$\omega_{1,2} = \frac{k_1}{m} + \frac{k_1 + k_2}{M} \pm \sqrt{\left(\frac{k_1}{m} + \frac{k_1 + k_2}{M}\right)^2 - 4\frac{k_1 k_2}{mM}}, \qquad (3)$$

ale căror valori se calculează pentru $m_1 = 0{,}74$ kg și $m_2 = 1{,}76$ kg, rezultînd $\omega_1 = 110\ s^{-1}$ și $\omega_2 = 53{,}9\ s^{-1}$.

Măsurarea frecvențelor de rezonanță cu lampa stroboscopică a condus la $\omega_1' = 106{,}8\ s^{-1}$ și $\omega_2' = 56{,}5\ s^{-1}$, ceea ce reprezintă o eroare relativă $\varepsilon_1 = 2{,}9\%$, respectiv $\varepsilon_2 = 4{,}8\%$, considerate acceptabile pentru scopul urmărit.

Pe rama superioară m se pot monta masele adiționale Δm, care modelează, prin valori discrete, variația masei de material pe organul de lucru al mașinii.

2. Determinări experimentale în vederea stabilirii caracteristicii de transfer

Modelul fizic prezentat anterior a fost experimentat într-un montaj de laborator, a cărui schemă electrică este prezentată în figura 6. Motorul electric utilizat (monofazat serie cu colector) este alimentat în curent continuu printr-un montaj potențiometric. În acest mod s-a putut varia turația motorului (deci pulsația de excitație mecanică) și s-au făcut măsurări la două pulsații perturbatoare $\Omega_1 = 105\ s^{-1}$ și $\Omega_2 = 262{,}6\ s^{-1}$. Deter-

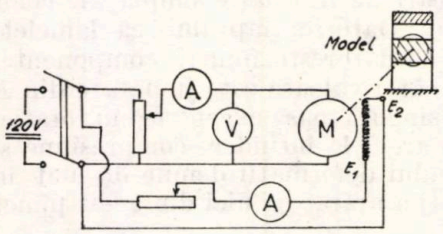


Fig. 6

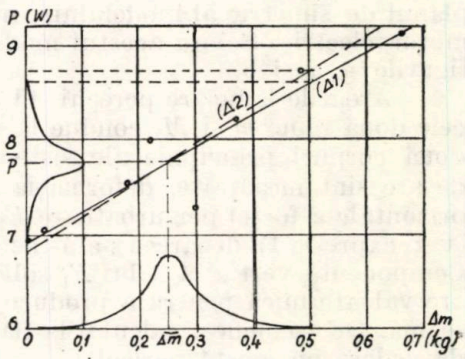


Fig. 7

minarea puterii necesare pentru acționarea modelului P_u s-a făcut prin măsurarea puterii absorbite de la rețea P_s și ținînd cont de puterea necesară mersului în gol a mașinii electrice P_g, astfel:

$$P_u = P_s - P_g. \qquad (4)$$

Materialul aflat pe organul de lucru este modelat prin masa adiţională de pe rama superioară (Δm), care a fost modificată în gama 0 — 0,67kg.

În tabelul 1 se indică valorile măsurate pentru una din pulsaţiile experimentale ($\Omega_1 = 105\ s^{-1}$).

Tabelul 1

Δm (kg)	I (A)	U (V)	P_u (W)
0	0,226	49,0	6,97
0,0367	0,228	49,0	7,07
0,1845	0,235	49,5	7,53
0,2161	0,245	49,5	8,02
0,3058	0,230	49,5	7,28
0,3680	0,250	49,0	8,15
0,4893	0,260	49,5	8,77
0,6687	0,265	50,0	9,15

În figura 7 s-au reprezentat punctele caracteristice măsurărilor, evidenţiindu-se o dependenţă de tip liniar. Coeficientul de corelaţie al celor două mărimi s-a calculat cu expresia :

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - n\bar{X}\bar{Y}}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - n\bar{X}^2\right]\left[\sum_{i=1}^{n} Y_i^2 - n\bar{Y}^2\right]}}, \tag{5}$$

în care X_i sînt valorile parametrului Δm, iar Y_i — ale puterii P_u. Valoarea ridicată a coeficientului de corelaţie (pentru Ω_1, rezultă $r = 0{,}93$) arată o dependenţă liniară a mărimii de ieşire de cea de intrare. Datorită caracterului liniar al corelaţiei celor două mărimi în acest caz, rezultă două drepte de regresie cu expresiile :

$$(\Delta 1) : Y = a + bX \text{ şi } (\Delta 2) : X = a_1 + b_1 Y, \tag{6}$$

unde coeficienţii a, b, a_1 şi b_1 se calculează cu formulele :

$$b = \frac{\sum X_i Y_i - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum X_i^2 - n\bar{X}^2} = 3{,}3068\,; \quad a = \bar{Y} - b\bar{X} = 6{,}9297\,; \tag{7}$$

$$b_1 = \frac{\sum X_i Y_i - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum Y_i^2 - n\bar{Y}^2} = 0{,}2615\,; \quad a_1 = \bar{X} - b_1\bar{Y} = -1{,}7737. \tag{8}$$

Deci, cele două drepte de regresie pot servi drept caracteristici de transfer ale sistemului vibrator, referitoare la parametrii aleși. Pentru calcule se vor considera pe rînd cele două drepte, urmînd să se facă media valorilor obținute.

3. Discutarea rezultatelor

Corespunzător situației reale, se consideră pentru fluctuația masei materialului de pe organul de lucru o plajă de valori între $\Delta m = 0$ (fără material pe suprafața jgheabului sau sitei) și $\Delta m = 0{,}5$ kg, exprimînd cazul în care se realizează încărcarea maximă. Între aceste valori se consideră că masa materialului are o distribuție gaussiană (normală) cu valoarea medie $(\Delta m)_{mediu} = 0{,}25$ kg. În această ipoteză, pentru regimul staționar reprezentat de funcționarea în sarcină a mașinii, se obține pentru masa Δm abaterea medie pătratică

$$\sigma_{\Delta m} = \frac{\Delta m}{6} = 0{,}083,$$

coeficientul de variație al masei fiind

$$c_{vm} = \frac{\sigma_{\Delta m}}{(\overline{\Delta m})} = 0{,}332.$$

La acest regim de funcționare rezultă pentru putere două valori medii, după cum se utilizează dreptele de regresie (Δ_1) sau (Δ_2) din figura 7. Plaja valorilor lui P_n este :

— pentru (Δ_1) : $\Delta P_1 = 1{,}63$ și $\overline{P}_1 = 7{,}7447$ W.

Abaterea medie pătratică este $\sigma_{P_1} = 0{,}272$, iar coeficientul de variație al puterii

$$c_{vP_1} = \frac{\sigma_{P_1}}{\overline{P}_1} = 0{,}035;$$

— pentru (Δ_2) : $\Delta P_2 = 1{,}90$ și $\overline{P}_2 = 7{,}75$ W.

Abaterea medie pătratică este $\sigma_{P_2} = 0{,}317$, iar coeficientul de variație al puterii

$$c_{vP_2} = \frac{\sigma_{P_2}}{\bar{P}_2} = 0{,}041.$$

Luînd media celor două valori, coeficientul de variație al puterii este $c_{vP} = 0{,}038$.

Rezultă o valoare foarte mică a acestui coeficient, ceea ce înseamnă că fluctuațiile masei materialului de pe organul de lucru al mașinii influențează puțin asupra rețelei electrice de alimentare a motorului de antrenare al mașinii vibratoare. Se observă că pentru un coeficient de variație al masei de 33,2%, rezultă un coeficient de variație al puterii de numai 3,8%, ceea ce denotă stabilitatea mare în funcționarea mașinii vibratoare al cărui model a fost încercat experimental.

Concluzii

Caracteristica de transfer obținută, dă posibilitatea adoptării celui mai convenabil regim de funcționare din punct de vedere al consumului de putere și mai ales a stabilității acestui consum în timpul funcționării mașinii, prin limitarea pe de o parte a cantității maxime de material pe suprafața activă a mașinii, iar pe de altă parte prin alegerea acelor regimuri de funcționare pentru care puterea prezintă cea mai mare stabilitate (cel mai mic coeficient de variație) față de variația cantității de material. Bineînțeles, această cerință trebuie corelată cu cele referitoare la regimul de funcționare cerut de procesul tehnologic.

Metoda statistică stabilită poate fi aplicată și mașinilor în funcțiune, alegîndu-se cu multă grijă parametrii de intrare și de ieșire ce vor fi măsurați, funcție și de posibilitățile și mijloacele de măsurare de care se dispune.

Pentru obținerea unui regim electromecanic optim din punct de vedere al puterii consumate, se poate acționa stabilind limite de variație pentru masa de material aflată la un moment dat pe suprafața activă a mașinii, prin utilizarea unui dozator pentru reglarea debitului.

BIBLIOGRAFIE

1. *Enescu, N.*, Contribuții la studiul fenomenelor dinamice tranzitorii ținînd seama de frecări, Teză de doctorat, I.P. București, 1979
2. *Panaite, V.*, Fiabilitate și statistică tehnică, Litografia I.P. București, 1978

The Determination of the Optimum Electromechanical Working Condition of a Vibrating Conveyor

The paper is concerned with the problem of practical determination of the transfer characteristic of a vibratory conveyor, having linear input-output dependence. The input parameter is the mass of the material existent in a moment on the conveyor surface and the output one is the electric power consumed by motor.

By using a mechanical model, the way of utilization of this experimental characteristic for establishing the optimum consumption of power is presented.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 3

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C.Z.: 621.43 :62 – 82

SISTEM DE DISTRIBUȚIE VARIABILĂ CU COMANDĂ HIDRAULICĂ PENTRU MOTOARELE CU ARDERE INTERNĂ

CONSTANTIN PANĂ*

În lucrare se prezintă un sistem de distribuție variabilă, cu comandă hidraulică, prin utilizarea unor distribuitoare rotative destinat a echipa un motor cu ardere internă. Sînt prezentate cîteva legi de ridicare ale supapei obținute cu acest sistem.

1. Introducere

Puterea motorului cu ardere internă depinde în cea mai mare măsură de cantitatea de încărcătură proaspătă intrată în cilindrul acestuia. Apare, astfel, necesitatea controlului procesului de schimbare a gazelor din cilindrul motorului cu ardere internă. Cercetările efectuate în domeniul proceselor de schimb de gaze din cilindrul motorului au stabilit căile de realizare a fazelor optime de distribuție [1], [5].

Motoarele cu ardere internă, realizate pînă în prezent, au faze de distribuție fixe, optime pentru un anumit regim de funcționare a motorului.

Prin utilizarea distribuției variabile (fazele de distribuție devin optime pentru toate regimurile de funcționare) se realizează îmbunătățirea funcționării motoarelor cu ardere internă: creșterea performanțelor de putere și moment motor, creșterea economicității, reducerea nivelului de emisii poluante, creșterea domeniului de utilizare a motorului de tracțiune [2], [3].

Diverse firme constructoare de motoare cu ardere internă au realizat unele sisteme de modificare a fazelor de distribuție, care permit modificarea înălțimii de ridicare a supapei sau deplasarea legii de ridicare a supapei în jurul punctelor moarte.

Ele nu permit modificarea independentă a avansului la deschiderea supapei și a întîrzierii la închiderea supapei, în funcție de regimul de funcționare al motorului.

Manuscis predat redacției la data de 30 ianuarie 1981

* Șef lucrări dr. ing. Catedra de Motoare cu ardere internă

2. Descrierea sistemului. Principiul de funcționare

În figura 1 este reprezentată schema funcțională a soluției propuse.

Supapa 1 a motorului menținută pe sediul său de arcul 3 este acționată de pistonașul 4, care se mișcă în cilindrul 5, prin intermediul tijei 3.

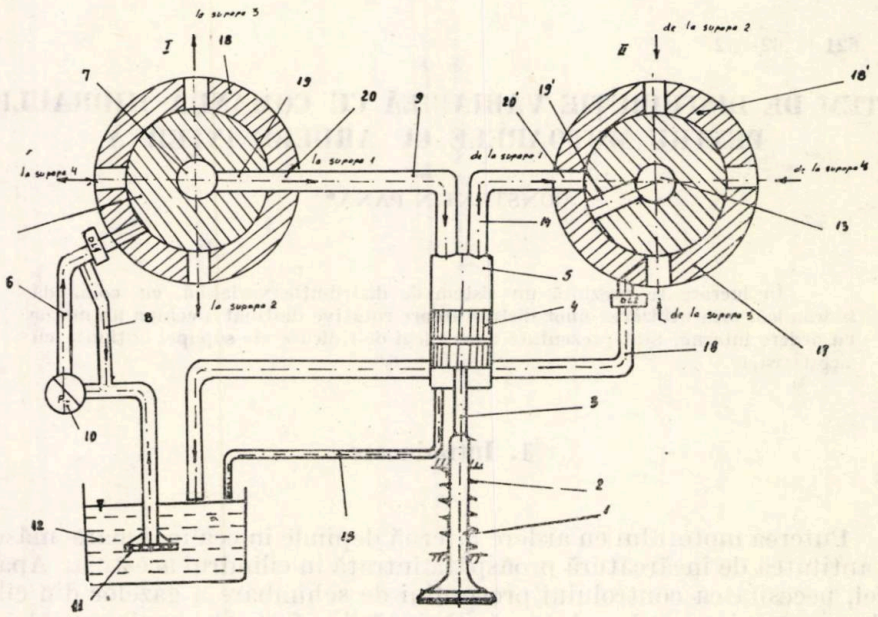


Fig. 1. — Schema funcțională a sistemului de distribuție variabilă conceput.

Pistonul 4 se deplasează sub acțiunea forței hidraulice creată de presiunea fluidului de lucru.

Din rezervorul 12, fluidul de lucru este aspirat de pompa 10, care va ridica presiunea fluidului la valoarea corespunzătoare presiunii de lucru a sistemului.

Fluidul de lucru este refulat, prin conducta 6 spre distribuitorul I.

Rotorul 17 al distribuitorului I are practicat un canal axial 7, prin care pătrunde fluidul de la pompă și un canal radial 19, prin care fluidul de lucru este „distribuit".

Statorul 18 al distribuitorului are practicate patru canale radiale 20 (numărul canalelor radiale este funcție de numărul de cilindri ai motorului).

Atunci cînd canalul radial 19 al rotorului ajunge în dreptul unui canal radial 20 al statorului, fluidul de lucru, aflat la presiunea de lucru trece prin conductele 9 în cilindrul 5, acționînd pistonul 4 și deschizînd astfel, supapa 1 a motorului.

Prin mișcarea de rotație a rotorului 17, se întrerupe comunicația dintre canalele 19 și 20. Pentru a realiza o închidere controlată a supapei 1, instalația este prevăzută cu distribuitorul II.

Rotorul 17′ are practicat un canal axial 13 și un canal radial 19′.

Cînd canalul radial 19′ ajunge în dreptul unuia din canalele radiale 20′ ale statorului 18′, fluidul de lucru părăseşte cilindrul 5, trecînd prin canalul axial 13 în rezervorul 12, permiţînd, astfel, închiderea supapei 1 a motorului (în fig. 2 este indicată legea de ridicare a supapei motorului).

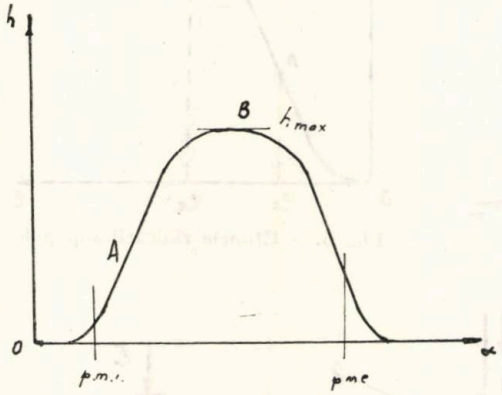


Fig. 2. — Legea de ridicare a supapei motorului

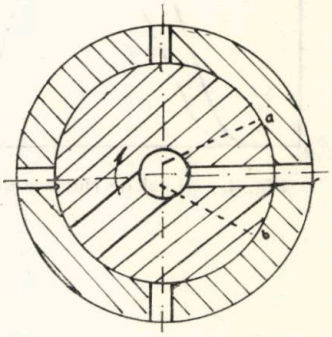


Fig. 3. — Poziţiile de decalare ale rotorului faţă de statorul distribuitorului

Soluţia descrisă îşi propune să îndeplinească următoarele probleme :

a) deschiderea controlată a supapei

b) închiderea controlată a supapei

c) modificarea momentelor de deschidere şi închidere a supapei

d) modificarea înălţimii de ridicare a supapei.

Deschiderea şi închiderea controlată a supapei este realizată prin forma geometrică şi mărimea canalelor distribuitoarelor.

Modificarea momentelor de deschidere şi închidere a supapei se realizează prin decalarea rotoarelor faţă de statoare.

Astfel, prin decalarea rotorului 17 al distribuitorului I faţă de statorul 18, se poate mări sau micşora avansul la deschiderea supapei (fig. 3).

Prin decalarea rotorului 17′ al distribuitorului II faţă de statorul 18′, se poate mări sau micşora întîrzierea la închiderea supapei.

Modificarea înălţimii de ridicare a supapei se poate realiza prin laminarea fluidului prin ventilele de laminare DL_1 şi DL_2. Prin modificarea decalajului dintre cele două distribuitoare, se poate realiza şi modificarea domeniului pe care supapa este deschisă la înălţimea maximă corespunzătoare regimului de funcţionare (fig. 4).

La deschiderea supapei motorului, pentru evitarea şocurilor mari, mişcarea acesteia trebuie să se desfăşoare în două etape (fig. 5) :

a) etapa mişcării accelerate (0—A), etapă în care forţele de inerţie care apar sînt preluate de fluidul de lucru, prin intermediul pistonaşului

b) etapa mişcării decelerate (A—B), în care forţele de inerţie care apar sînt preluate de arcul supapei.

Pentru micşorarea vitezei de ridicare a supapei motorului, în ultima perioadă, se introduce la partea inferioară a cilindrului pistonului de comandă a supapei, prin conducta 3, ulei la o presiune p' (fig. 6).

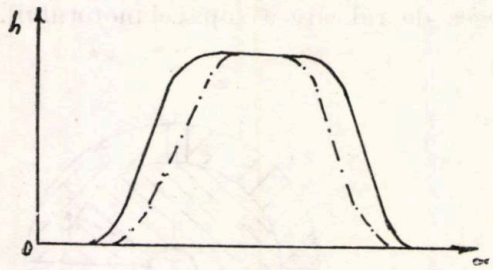


Fig. 4. — Legi de ridicare ale supapei

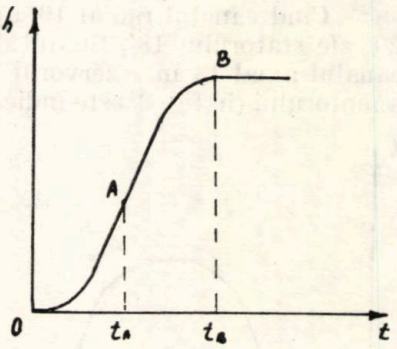


Fig. 5. — Etapele ridicării supapei

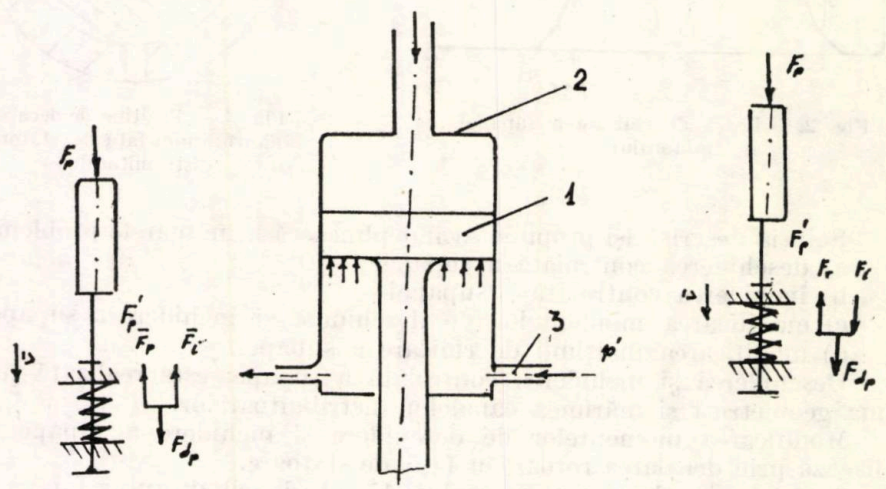


Fig. 6. — Schema funcțională de amortizare a mișcării supapei

În figura 6b este prezentată schema forțelor ce acționează asupra supapei, la sfîrșitul mișcării accelerate, cînd începe acțiunea forței hidraulice F_p, exercitată asupra suprafeței inferioare a pistonului 1.

În timpul mișcării încetinite, sensul de acțiune a forțelor este indicat în fig. 6c.

Din condiția de echilibru a supapei, rezultă valoarea presiunii p' :

$$p' = p + \frac{4}{\pi d_p^2}(F_{dr} + F_i - F_r)$$

unde :

p — presiunea fluidului din sistem
d_p — diametrul pistonului
F_{dp} — forța de presiune din cilindrul motorului
F_i — forța de inerție
F_r — forța din resort

Presiunea p' a fluidului de frînare poate fi relizată de o pompă de joasă presiune. Prin alegerea convenabilă a înălțimii h a orificiului de golire a compartimentului inferior a cilindrului 2, se poate realiza o amortizare puternică a ridicării supapei pe ultima porțiune (chiar o anulare a șocului și, deci, o protejare a întregului sistem de distribuție).

La închiderea supapei motorului, pentru a evita așezarea cu șoc a acesteia, trebuie luate măsuri pentru amortizarea așezării supapei pe sediul său.

Legea de închidere a supapei este controlată de legea de variație a secțiunii de curgere a distribuitorului II.

Prin modificarea poziției elementului de laminare DL_2 se poate asigura existența unei „perne de fluid" situată deasupra pistonului ce comandă supapa, fără a efectua închiderea completă a supapei.

Pe cale experimentală se poate determina poziția optimă a dispozitivului de laminare DL_2.

Sistemul de distribuție variabilă analizat a fost conceput și realizat pentru a echipa motorul 810—99, care a fost supus experimentărilor.

3. Instalația experimentală utilizată pentru sistemul de distribuție variabilă cu comandă hidraulică prin folosirea unor distribuitoare rotative

Experimentările efectuate au avut ca scop stabilirea funcționalității sistemului de distribuție (determinarea legilor de ridicare ale supapei, modificarea duratei de deschidere a supapei, a avansului, și a întîrzierii la deschiderea, respectiv închiderea supapei, modificarea înălțimii de ridicare a supapei) și a dimensiunilor optime.

Încercările experimentale au fost realizate în cadrul laboratorului catedrei de motoare cu ardere internă din Institutul politehnic București.

3.1. *Instrumentația și metodologia utilizării*

Sistemul de modificare a fazelor de distribuție a fost montat pe un banc de injecție (pentru realizarea, antrenării, (fig. 7).

Chiulasa (motorului DACIA 1300) este fixată pe un stativ. Legătura dintre dispozitiv și supapă este făcută cu ajutorul unor furtune hidraulice.

În timpul încercărilor s-a înregistrat variația înălțimii de ridicare a supapei.

Înregistrarea ridicării supapei este corelată cu mișcarea de rotație a

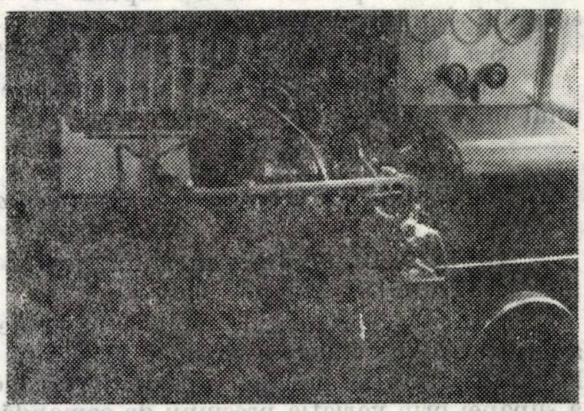


Fig. 7. — Vedere asupra bancului de încercări

arborelui distribuitorului, marcată prin impulsuri din două în două grade de rotație ale acestuia.

Antrenarea distribuitoarelor a fost realizată pe un banc de injecție de tip Mirköz MD 12.

Deplasarea supapei a fost măsurată cu un traductor de tip inductiv RFT.

Marcarea impulsurilor de grad rotație arbore distribuitor a fost realizată prin intermediul unui traductor fotoelectric (fig. 8).

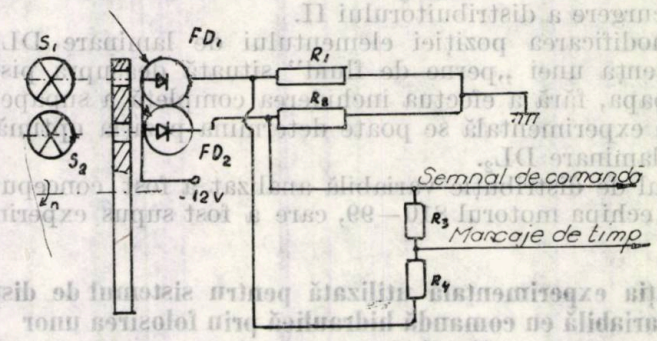


Fig. 8. — Schema funcțională a traductorului fotoelectric

Înregistrarea oscilogramelor s-a făcut prin fotografiere după ecranul unui osciloscop tip Philips.

3.2 *Determinarea deplasării supapei*

În timpul experimentărilor s-a măsurat înălțimea de ridicare a supapei, precum și momentele de deschidere și închidere a supapei.

Înălțimea de ridicare a supapei a fost determinată cu ajutorul unui traductor inductiv de deplasare, tip RFT.

Înregistrarea oscilogramelor s-a făcut cu un aparat de fotografiat Pentacon Super, reglat la o cifră de diafragma $i = 5, 6$ pentru a obține o adîncime corespunzătoare a cîmpului de claritate pentru ecranul osciloscopului și grătarul cu diviziuni.

S-a folosit pelicula tip ORWO nr. 27.

În prealabil, traductorul de deplasare a fost etalonat cu ajutorul unui micrometru.

3.3 *Rezultatele încercărilor experimentale*

În fig. 9, 10, 11, 12 se prezintă, pentru exemplificare unele fotoînregistrări făcute la regimurile indicate.

Datele experimentale au pus în evidență o modificare importantă a duratei de deschidere a supapei, măsurată în grade rotație distribuitor, la variația turației precum și posibilitatea modificării înălțimii de ridicare a supapei prin variația presiunii de comandă a fluidului de lucru.

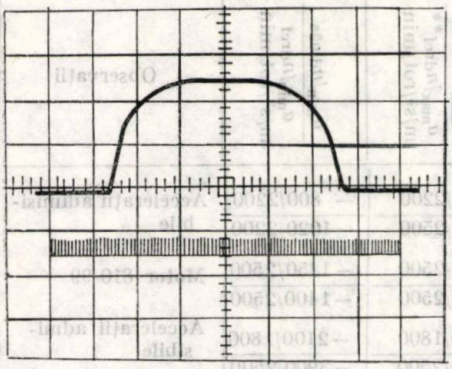


Fig. 9. — Variația înălțimii de ridicare a supapei $n = 4400$ rot/min, $p = 25$ daN/cm², $h = 4{,}4$ mm

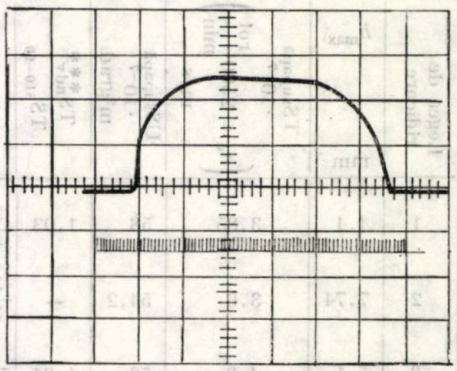


Fig. 10. — Variația înălțimii de ridicare a supapei $n = 3600$ rot/min, $p = 25$ daN/cm², $h = 5{,}1$ mm

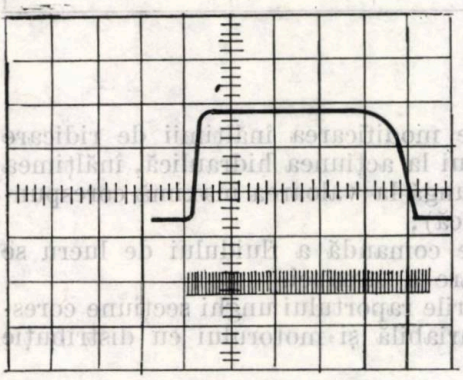


Fig. 11. — Variația înălțimii de ridicare a supapei $n = 3200$ rot/min, $p = 30$ daN/cm², $h = 5{,}1$m

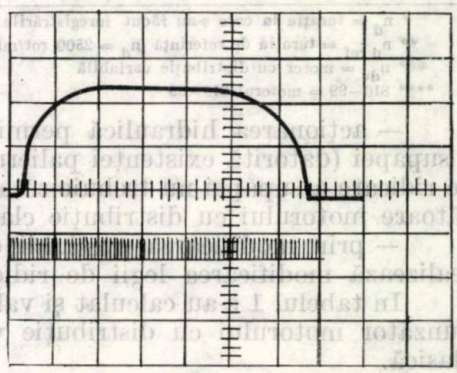


Fig. 12. — Variația înălțimii de ridicare a supapei $n = 3600$ rot/min, $p = 25$ daN/cm², $h = 5{,}1$ mm.

Experimentările efectuate au arătat că sistemul descris realizează atît modificarea momentelor de deschidere și închidere a supapei cît și modificarea înălțimii de ridicare a supapei, permițînd astfel, obținerea unor legi dorite de ridicare a supapei motorului.

Analiza legilor prezentate permite constatarea următoarelor observații (tabelul 1).

— deși înălțimea de ridicare a supapei cu comandă hidraulică este mai redusă decît a motorului cu distribuție clasică (pentru legile prezentate), totuși unghiul secțiune al supapei este mai mare pentru supapa comandată hidraulic;

— acționarea hidraulică permite realizarea unei ridicări și a unei coborîri ale supapei pe durate relativ mici (cu obținerea unor valori ale accelerației și decelerației admisibile);

— acționarea hidraulică permite realizarea unui palier larg;

— acționarea hidraulică permite realizarea modificării independente a avansului la deschiderea supapei și a întîrzierii la închiderea supapei;

Tabelul 1

Legea de ridicare	h_{max} mm	$TS_{supapă} \cdot 10^{-7}$ $\left(n_d = 2500 \frac{rot}{min}\right)$ m·s	$US_{supapă} \cdot 10^{-7}$ m^2grad	$\frac{TS_{ndv}^{***}}{TS_{810-99}}$	$\frac{a_{max}/n_{dmăs}^{*}}{a_{max}/n_{dref}^{**}}$ $m/s^2/rot/min$	$\frac{a_{min}/n_{dmăs}}{a_{min}/n_{dref}}$ $m/s^2/rot/min$	Observații
1	4,4	3,85	58	1,03	3200/2200 4150/2500	— 800/2200 —1020/2200	Accelerații admisibile
2	7,74	3,6	54,2	—	3000/2500 3000/2500	—1450/2500 —1400/2500	Motor 810-99
3	5,1	4,8	72	1,31	600/1800 1100/2500	—2100/1800 —3900/2500	Accelerații admisibile
4	5,1	4,5	67,1	1,22	2350/1600 5800/2500	—3100/1600 —7800/2500	Valorile accelerației care aparsînt inadmisibile

* n_d = turația la care s-au făcut înregistrările
** $n_{d\,ref}$ = turația de referință [n_d = 2500 rot/min]
*** n_{dv} = motor cu distribuție variabilă
**** 810–99 = motorul 810–99

— acționarea hidraulică permite modificarea înălțimii de ridicare a supapei (datorită existenței palierului la acțiunea hidraulică, înălțimea de ridicare a supapei nu trebuie să ajungă la valoarea maximă corespunzătoare motorului cu distribuție clasică);

— prin modificarea presiunii de comandă a fluidului de lucru se realizează modificarea legii de ridicare a supapei.

In tabelul 1 s-au calculat și valorile raportului unghi secțiune corespunzător motorului cu distribuție variabilă și motorului cu distribuție clasică.

Legile de ridicare ale supapei prezentate indică facilitățile sistemului de distribuție propus. Prin încercări ale motorului echipat cu sistemul de distribuție analizat, pe bancul de probă, se pot găsi legile de ridicare cele mai indicate pentru funcționarea optimă a motorului la regimuri de funcționare diferite și legea optimă de comandă a distribuitoarelor în vederea automatizării sistemului.

BIBLIOGRAFIE

1. *Aramă C., Grünwald B.*, Motoare cu ardere internă, Procese și caracteristici, Editura Tehnică, 1966.
2. *Aramă C., Apostolescu N., Grünwald B.*, Poluarea aerului de către motoarele cu ardere internă, Ed. Tehnică, 1975.
3. *Aramă C., Serbănescu A.*, Economia de combustibil la automobile, Editura Tehnică, 1974
4. *Pană C.*, Îmbunătățirea funcționării motoarelor cu ardere internă prin utilizarea distribuției. variabile, Teză de doctorat, Institutul Politehnic București, 1980.
5. *Stratulat M.*, Determinarea momentelor optime de comandă a distribuției motoarelor cu ardere internă, Disertație, Institutul Politehnic București, 1960.

Veröndesliche, hydraulisch gestenerta Gasweehselsystem für Verbrennungsmotoren

In der Arbeit wird eine hydraulische Gaswechselsteuerung für Verbrennugsmotoren vorgestellt, die durch die Anwendung eines Rotationsverteilers arbeiten. Es werden einige Ventilweggesetze vorgestellt, die mit diesen System erzielt wunrden.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 3

C.Z.: 621.43.045.3

CERCETĂRI EXPERIMENTALE PRIVIND ARDEREA HIDROGENULUI ÎN MOTORUL CU APRINDERE PRIN SCÎNTEIE

NICULAE NEGURESCU*

În lucrare sînt analizate soluțiile de principiu pentru asigurarea arderii normale a hidrogenului în motorul cu aprindere prin scînteie și se propune o soluție proprie. Se prezintă instalația experimentală utilizată și rezultatele practice obținute.

1. Introducere

Dificultățile întîmpinate la utilizarea hidrogenului drept combustibil în motoarele cu ardere internă, privesc pe de o parte instalația de alimentare și posibilitățile de stocare în condiții de siguranță la bordul autovehiculului, iar pe de altă parte controlarea procesului de ardere (1), (2). În regimurile de funcționare cu dozaj stoechiometric sînt frecvente manifestări de ardere anormală; aprindere spontană urmată de rateuri și viteză mare de creștere a presiunii. Aceste fenomene dispar cînd amestecul este sărac în hidrogen ($\lambda = 1{,}7 - 2$) (3), (4). Avînd în vedere reducerea puterii litrice a motorului alimentat cu hidrogen prin aspirație normală (la dozaj stoechiometric hidrogenul ocupă circa o treime din volum în detrimentul cantității de aer ce evoluează pe ciclu, iar căldura degajată prin ardere este mai mică decît în cazul benzinei cu circa 12%) rezultă necesitatea găsirii unor soluții care să permită funcționarea la dozaj stoechiometric în sarcină totală (pentru a folosi întreaga cantitate de oxigen disponibilă) și refacerea puterii litrice prin măsuri ușor de aplicat.

2. Soluții posibile pentru arderea normală a hidrogenului în motorul cu aprindere prin scînteie

Măsurile de principiu pentru evitarea fenomenelor de ardere anormală a hidrogenului în motoare, vizează:

— înlăturarea eventualelor surse de aprindere nedorite din camera de ardere;

Manuscris predat redacției la data de 30 ianuarie 1981
*) Șef lucr. dr. ing., Catedra de Motoare cu ardere internă.

— evitarea formării unor amestecuri inflamabile, în locuri unde aprinderea s-ar putea produce de la alte surse decît aprinderea comandată;

— reducerea vitezei de creștere a presiunii.

Procedele ce pot fi aplicate pentru atingerea acestor obiective sînt:

1) răcirea punctelor calde și a gazelor de ardere rămase în cilindru, eventuale surse de aprindere, sub temperatura de inflamare a amestecului hidrogen-aer, prin introducerea unui agent de răcire în cilindrul motorului, înaintea introducerii hidrogenului. Se pot folosi gaze de ardere răcite și recirculate sau aer avînd avantajul că nu necesită un rezervor special.

2) Separarea hidrogenului de aer — metodă ce poate fi realizată, după locul de amplasare a organului de distribuire a hidrogenului, în două variante: a) introducerea hidrogenului printr-o supapă amplasată pe galeria de admisie (fig. 1a), soluție care prezintă ca dezavantaj principal faptul că volumul din galeria de admisie cuprins între supapa de hidrogen și supapa de admisie determină durata maximă de introducere a hidrogenului în cilindru. Aerul aspirat înaintea introducerii hidrogenului trebuie să asigure răcirea incintei cilindrului, iar sfîrșitul admisiei hidrogenului trebuie să preceadă închiderea supapei de admisie, pentru ca în ultima parte a admisiei în cilindru să se aspire întreaga cantitate de hidrogen

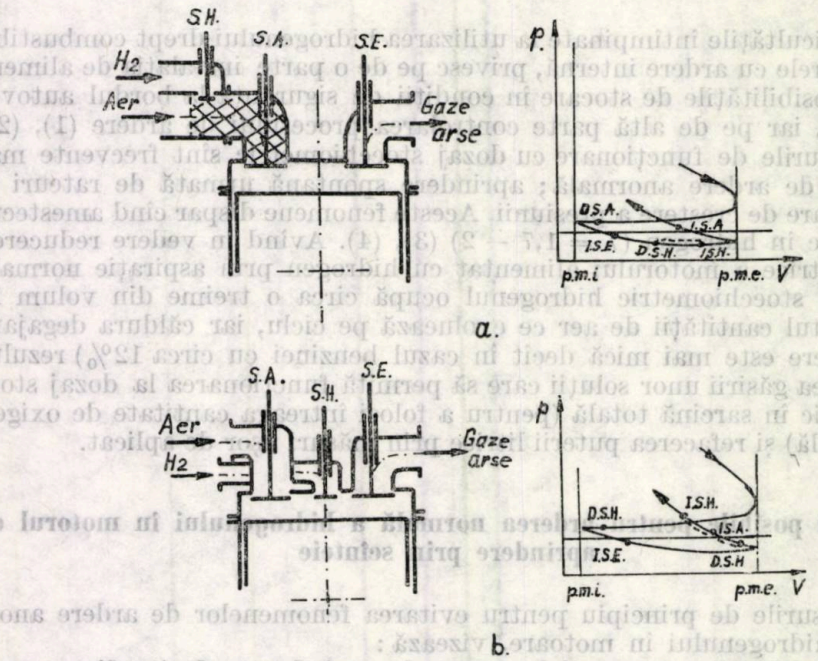


Fig. 1 — Sisteme de alimentare cu hidrogen și poziționarea pe ciclu a duratei introducerii hidrogenului:

a) supapa de hidrogen amplasată pe galeria de admisie;
b) supapa de hidrogen amplasată în chiulasă D.S.A. (I.S.A.), D.S.E. (I.S.E) = deschiderea (închiderea) supapei de admisie (S.A); respectiv evacuare (S.E); D.S.H.(I.S.H) = deschiderea (închiderea) supapei de hidrogen (S.H).

livrată pe ciclu. În caz contrar, ciclul următor ar debuta cu aspirarea unui amestec hidrogen-aer care s-ar aprinde venind în contact cu corpurile nerăcite în prealabil ; b) supapa care controlează accesul hidrogenului amplasată în camera de ardere (fig. 1b). Admisia nu este necesar să se termine cu aer ; hidrogenul poate fi introdus și după închiderea supapei de admisie, singura condiție fiind ca aerul introdus în etapa anterioară să asigure răcirea convenabilă a gazelor de ardere și a punctelor calde din cilindru.

3) Reducerea vitezei de degajare a căldurii care poate fi controlată prin intermediul vitezei de ardere și prin caracteristica camerei de ardere.

Pentru reducerea vitezei de ardere se pot utiliza inhibitori (argon, heliu, azot, amoniac, apă) (5), soluție care în afară de reducerea performanței de putere litrică prin aport de substanță necombustibilă, prezintă și alte dezavantaje mai ales în cazul cînd aceștia nu sînt incorporați fizic în combustibil și necesită un rezervor suplimentar.

S-a încercat ca prin forma camerei de ardere să se influențeze legea de degajare a căldurii și prin aceasta să se reducă efectul vitezei mari de ardere a hidrogenului asupra regimului de presiuni din cilindru. Aceste camere de ardere au însă dezavantajul că nu permit o bună curățire de gaze arse care pot constitui surse de aprindere (6).

Pentru evitarea dezavantajelor semnalate, este rațional să se acționeze asupra vitezei de degajare a căldurii prin intermediul celui de al doilea factor care determină gradul de cuprindere al amestecului de către frontul de aprindere : viteza de propagare, ce poate fi influențată de intensitatea turbulenței amestecului din camera de ardere și de dozaj.

Rezultă astfel ca avantajoase, pentru înlăturarea manifestărilor de ardere anormală a hidrogenului în motorul cu aprindere prin scînteie, următoarele procedee :

— pentru evitarea preaprinderilor de la corpuri fierbinți din camera de ardere, se utilizează răcirea cu aer înainte de introducerea hidrogenului (printr-o supapă amplasată în chiulasă), aer care rămîne în cilindrul motorului și este apoi utilizat pentru ardere ;
— pentru reducerea vitezei de creștere a presiunii se acționează asupra vitezei de degajare a căldurii pe două căi : prin reducerea vitezei de propagare a frontului de aprindere la începutul fazei principale de ardere prin intermediul dozajului, realizînd în zona bujiei amestecuri sărace în hidrogen (scade totodată și cantitatea de căldură degajată prin arderea unității de volum de amestec combustibil), amestecul global fiind stoechiometric și prin caracteristica camerei de ardere (7).

3. Descrierea standului experimental

Încercările experimentale s-au efectuat pe un stand a cărui schemă generală este prezentată în fig. 2 : 1-motor ; 2-frînă hidraulică ; 3-electromotor de antrenare ; 4-mecanism planetar ; 5-pompa de acționare hidraulică a supapei de hidrogen ; 6-rezervor de ulei ; 7-circuit de alimentare cu ulei în sistemul de comandă hidraulică ; 8-refulare sub presiune a uleiului pentru acționare ; 9—10-circuit ulei retur ; 11-supapă de descărcare ;

12-rezervor de liniştire aer admisie; 13-diafragmă pentru măsurat debitul de aer la admisie; 14-manometru diferenţial cu lichid; 15-ventil; 16-diafragmă pentru măsurat debitul de hidrogen; 17-butelie de hidrogen; R1-prima treaptă de reducere a presiunii; R2- a doua treaptă de reducere a presiunii.

S-a utilizat un motor cu aprindere prin scînteie monocilindric, obţinut prin transformarea unui motor cu aprindere prin comprimare

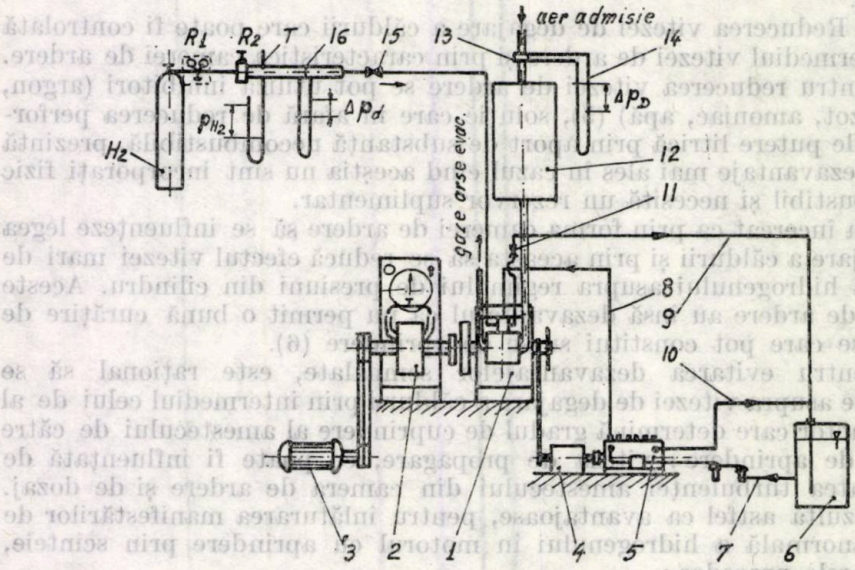


Fig. 2 — Schema standului experimental.

D-12. S-a creat astfel o bază experimentală extrem de robustă, capabilă să suporte eventuale creşteri anormale de presiune ce ar putea apare la anumite regimuri de funcţionare. Pentru a putea fi folosit în scopul propus, motorul D-12 a suferit o serie de modificări constructive:

— pistonul original, cu cameră de ardere toroidală, a fost înlocuit cu un piston cu capul plan, în scopul reducerii turbulenţei;

— s-a amplasat în chiulasă a treia supapă, pentru alimentarea cu higrogen;

— s-a montat o placă intermediară între blocul cilindrului şi chiulasă pentru a asigura volumul camerei de ardere;

— s-a adaptat o instalaţie electrică de aprindere, ruptor-distribuitorul fiind montat coaxial cu arborele cu came, de la care s-a realizat şi antrenarea.

Principalele date constructive ale motorului sînt: alezajul 108 mm, cursa 130 mm, raportul de comprimare, 7,5, avans deschidere supapă admisie 30°RAC, întîrziere închidere supapă admisie 72°RAC, avans deschidere supapă evacuare 66°RAC, întîrziere închidere supapă evacuare 28°RAC. Se utilizează hidrogen îmbuteliat în recipienţi la 150 bar, folosind două trepte de reducere a presiunii.

Introducerea hidrogenului în cilindrul motorului poate avea loc şi în timpul cursei de comprimare, deci trebuie să aibă o presiune mai mare

decît presiunea atmosferică și din acest motiv se acordă o atenție sporită în ceea ce privește etanșarea.

Sistemul de alimentare cu hidrogen cuprinde următoarele părți principale :

— circuitul de înaltă presiune : butelia și prima treaptă de reducere a presiunii ;

— circuitul de joasă presiune : a doua treaptă de reducere a presiunii, instalația de măsurare a debitului de hidrogen și supapa de acces a hidrogenului în cilindrul motorului.

Pentru măsurarea debitului de hidrogen se utilizează o diafragmă prin care curgerea are loc în regim critic și care a fost etalonată în prealabil cu ajutorul unui contor de gaze. Acționarea supapei de hidrogen este realizată printr-un sistem hidraulic care permite reglarea duratei de deschidere a supapei în limite foarte largi 24° —182°RAC, iar prin intermediul unui mecanism planetar momentul de deschidere al acestei supape poate fi deplasat pe ciclu.

Standul a fost instrumentat pentru urmărirea proceselor din motor pe baza diagramei indicate și a semnalelor date de două bujii de ionizare plasate în camera de ardere. Ridicarea diagramei indicate s-a realizat cu un traductor de presiune piezoelectric cu amplificator de sarcină Kistller și un osciloscop cu patru spoturi tip Orion. Pentru sporirea preciziei citirii diagramelor, s-a luat de la arborele cotit un semnal de unghi la intervale de 4°RAC cu ajutorul unui disc montat rigid pe arbore, prevăzut cu 90 de găuri echidistante și un dispozitiv cu sursă luminoasă și fotodiode. Punctul mort interior este marcat de o gaură suplimentară pe disc, rezultînd un semnal mai puternic. Marcarea duratei de deschidere a supapei de hidrogen se realizează prin alimentarea fotodiodelor dispozitivului de marcaj unghiular printr-un traductor de contact înglobat în construcția supapei : pe durata alimentării cu hidrogen marcajele de unghi nu mai apar pe diagramă.

Motorul este încărcat de o frînă hidraulică. În timpul funcționării s-au măsurat : temperatura apei în sistemul de răcire cu un termometru cu bimetal ; turația motorului cu ajutorul unui stroboscop tip N 2601 ; presiunea, temperatura și debitul aerului la admisie ; presiunea, temperatura și debitul hidrogenului și s-au fotografiat diagrame pe osciloscop.

4. Controlul dozajului

În vederea asigurării reproductibilității încercărilor și a unor condiții de deplină siguranță în funcționare, a fost necesară stabilirea unei metodologii de experimentare. Instalația a fost mai întîi testată, utilizînd aer comprimat pentru simularea alimentării cu hidrogen, urmărindu-se : etanșeitatea sistemului și posibilitățile de reglare a cantității de hidrogen.

Calitatea amestecului este asigurată prin controlul debitului masic de hidrogen livrat pe ciclu, care poate fi realizat în două variante :

— prin modificarea duratei deschiderii supapei de hidrogen ;

— prin modificarea densității hidrogenului ; presiunea la ieșirea 0...9 bar (suprapresiune) ;

Cum utilizarea hidrogenului la presiune ridicată creează dificultăți în ceea ce privește etanșarea, se va determina presiunea minimă necesară

pentru asigurarea debitului masic și a curgerii în regim critic. La această presiune de lucru, cantitatea de hidrogen va fi controlată prin durata deschiderii supapei.

Pentru estimarea debitului maxim de hidrogen necesar, se consideră funcționarea la dozaj stoechiometric, iar hidrogenul este introdus pe cursa de comprimare, deci fără a afecta cantitatea de aer aspirată.

Debitul de aer aspirat de motor:

$$Q_a = V_s \cdot \frac{n}{2} \cdot 60 \cdot \eta_v \cdot 10^{-3} = 96{,}5 \text{ m}^3/\text{h} \quad (1)$$

(cilindreea $V_s = 1{,}19$ dm^3; turația $n = 3000$ rot/min; coeficientul de umplere $\eta_v = 0{,}9$).

Debitul masic de aer, în condițiile de la sfîrșitul admisiei ($p_a = 0{,}85 \cdot 10^5$ N/m^2, $T_a = 310$ K, $R_a = 287{,}05$ J/kg grad):

$$G_a = Q_a \cdot \frac{p_a}{R_a \cdot T_a} = 92{,}2 \text{ Kg/h} \quad (2)$$

pentru care este necesar să se asigure la dozaj stoechiometric un debit masic de hidrogen ($G_t = 34{,}32$ kg aer pentru un kg de hidrogen la dozaj stoechiometric) de:

$$G_{H_2} = \frac{G_a}{G_t} = 2{,}686 \text{ kg/h} \quad (3)$$

ceea ce corespunde la un debit pe ciclu de $G'_{H_2} = 0{,}2984 \cdot 10^{-4}$ kg/ciclu.

Alimentarea cu hidrogen are loc într-un timp t(sec/ciclu) corespunzător duratei unghiulare α de deschidere a supapei de hidrogen. Deci instalația de alimentare va trebui să asigure un debit masic de:

$$M_{H_2} = \frac{G'_{H_2}}{t} \text{ [kg/s]}; \quad t = \frac{\alpha^\circ}{6n} \text{ [s]} \quad (4)$$

Cu caracteristicile reductorului utilizat în cea de a doua treaptă de reducere a presiunii, care asigură un debit de 72 m^3 hidrogen/h, considerînd pentru hidrogen: $T_{H_2} = 293$ K, $R_{H_2} = 4157$ J/kg grad și $p_0 \geqslant 1440$ mm Hg (din condiția de asigurare a curgerii critice) se obține: $\alpha_{max} = 175°$RAC la 3000 rot/min; pentru turații mai reduse și presiuni de alimentare mai mari, α se reduce.

Presiunea de lucru efectivă din sistemul de alimentare cu hidrogen se determină deci din condiția asigurării curgerii critice, ținînd seama de poziționarea pe ciclu a duratei de deschidere a supapei (dispozitivul de comandă utilizat asigură un domeniu foarte larg pentru varierea lui $\alpha = 24 \ldots 182°$RAC).

Calitatea amestecului se exprimă prin coeficientul de exces de aer:

$$\lambda = \frac{G_a}{G_t \cdot G_{H_2}} \quad (6)$$

unde:

$$G_a = Q_a \cdot \frac{p_0}{R_a \cdot T_0}; \quad G_{H_2} = Q_{H_2} \cdot \frac{p_{H_2}}{R_{H_2} \cdot T_{H_2}} \quad (6)$$

p_a, (p_{H_2}) — presiunea aerului (hidrogenului) înaintea diafragmei de măsurare a debitului; [mm Hg];
T_a, (T_{H_2}) — temperatura aerului (hidrogenului) înaintea diafragmei de măsurare a debitului; [K];
R_a, (R_{H_2}) — constanta aerului (hidrogenului); [J/kg grd)];
Q_a, (Q_{H_2}) — debitul de aer (hidrogen) măsurat prin metoda diafragmei [m³/h];

$$\lambda = \frac{1}{G_t} \cdot \frac{Q_a}{Q_{H_2}} \cdot \frac{p_a}{p_{H_2}} \cdot \frac{R_{H_2}}{R_a} \cdot \frac{T_{H_2}}{T_0} \tag{7}$$

$$Q_a = 5{,}4836 \cdot \sqrt{\Delta p_a} \ [m^3/h] \tag{8}$$

$$Q_{H_2} = 1{,}9782 \cdot \sqrt{\Delta p_{H_2}} \ [m^3/h] \tag{9}$$

unde: Δp_a, (Δp_{H_2}) — căderea de presiune pe diafragma de aer (hidrogen) în mm H_2O (mmHg).

Se obține astfel din (7) o relație de legătură între coeficientul de exces de aer, debitul de aer și debitul de hidrogen, pentru condiții date de lucru. Cu această relație se pot construi nomograme cu ajutorul cărora, în timpul experimentărilor să poată fi ușor corelată cantitatea de aer aspirat cu cantitatea de hidrogen introdusă pentru realizarea dozajului dorit.

5. Rezultate experimentale

Prin încercările experimentale s-a urmărit să se evidențieze cauzele manifestărilor de ardere anormală la utilizarea hidrogenului în motoare și eficiența măsurilor luate pentru înlăturarea acestor fenomene; s-a urmărit în special funcționarea cu dozaj stoechiometric la care preaprinderile și „bătaia de ardere" au fost semnalate cu frecvență mare. În acest scop s-au determinat experimental influențele unor factori asupra procesului de ardere.

a) *Influența momentului introducerii hidrogenului în cilindrul motorului.* Momentul introducerii hidrogenului în cilindrul motorului influențează arderea prin gradul de omogenizare al amestecului și prin starea termică a incintei cilindrului. Astfel, la reducerea avansului introducerii hidrogenului (măsurat în °RAC față de PMI de la sfîrșitul comprimării), timpul disponibil pentru omogenizarea amestecului este mai redus, iar răcirea corpurilor fierbinți din cilindrul motorului va fi mai eficientă. Hidrogenul este introdus sub forma unui jet în scopul obținerii unui amestec eterogen sub aspectul dozajului. Cîmpul de dozaje corelat avantajos cu poziționarea bujiei de aprindere, poate conduce la reducerea vitezei de creștere a presiunii. Prin intermediul dozajului se influențează viteza de reacție. Asigurînd în zona bujiei un amestec sărac în hidrogen, începutul propagării flăcării se va face cu viteză redusă, influențînd legea de degajare a căldurii și în final legea de variație a presiunii (dozajul global este stoechiometric).

Pentru evidențierea acestei influențe, păstrînd neschimbați ceilalți factori, cu ajutorul mecanismului planetar s-a modificat momentul deschiderii supapei de hidrogen. Diagramele indicate, pentru trei situații diferite, sînt comparate în fig. 3. Se constată că la mărirea avansului

la deschiderea supapei de hidrogen, viteza maximă de creștere a presiunii se mărește cu peste 50% ($\alpha_{aH_2} = 144 - 184°$RAC); fig. 4.

Dacă avansul introducerii hidrogenului este prea mare (peste 250°RAC) apar rateuri în admisie. Prin reducerea acestui unghi rateurile dispar, dar viteza de creștere a presiunii este mare („bătaia de ardere"); la valori ale lui $\alpha_{aH_2} = 140 - 180°$RAC, viteza de creștere a presiunii are valori normale. Pentru $\alpha_{aH_2} < 120°$RAC, apar regimuri de funcționare

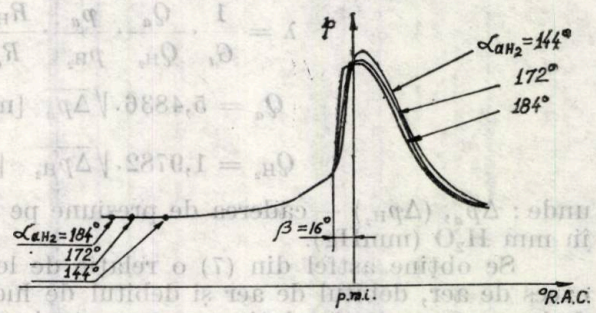


Fig. 3 — Influența avansului la introducerea hidrogenului în cilindrul motorului asupra formei diagramei indicate; $n = 1200$ rot/min, $t_{apă} = 80°C$; $\lambda = 1{,}0$; $\beta = 16°$RAC.

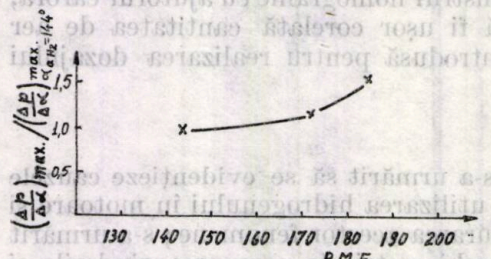


Fig. 4. — Influența avansului la deschiderea supapei de hidrogen asupra vitezei maxime de creștere a presiunii.

instabilă, deși dozajul global este stoechiometric (în zona bujiei amestecul este prea sărac, timpul de amestecare fiind redus), fig. 5.

b) *Influența caracteristicii camerei de ardere.* Caracteristica camerei de ardere influențează legea de degajare a căldurii și în final legea de variație a presiunii. Reprezentînd gradul în care amestecul este cuprins

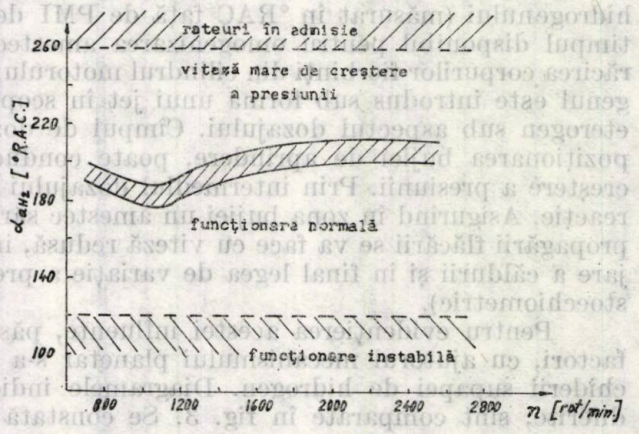


Fig. 5 — Influența avansului la introducerea hidrogenului în cilindrul motorului asupra regimului de funcționare.

de frontul de aprindere la deplasarea lui, caracteristica camerei de ardere este determinată de forma constructivă și poziția bujiei. Pentru motorul experimental utilizat, camera de ardere nu are praguri de turbulență, (fig. 6) care au fost suprimate în scopul reducerii vitezei de propagare a frontului de aprindere și pentru reducerea gradului de omogenizare a amestecului, influențînd și pe această cale legea de degajare a căldurii.

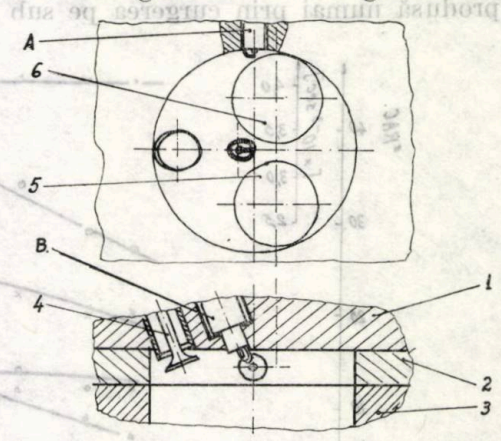


Fig. 6 — Construcția camerei de ardere; 1 — chiulasă; 2 — placă intermediară; 3 — cămașă cilindru; 4 — supapă pentru hidrogen 5 — supapă de evacuare; 6 — supapa de admisie; A, (B) — bujie de aprindere amplasată lateral (central).

Experimental s-a constatat o funcționare cu o viteză normală de creștere a presiunii cînd bujia de aprindere a fost plasată lateral, poziția A (fig. 7a). Prin plasarea bujiei de aprindere central a apărut „bătaia de ardere" (fig. 7b). Viteza mare de creștere a presiunii se datorează gradului mare de cuprindere al amestecului de către frontul de aprindere prin mărirea suprafeței lui. La aceasta se adaugă și creșterea vitezei de propagare a frontului de aprindere la începutul fazei principale a arderii, deoarece aprinderea se declanșează într-un amestec bogat în hidrogen; jetul de hidrogen este orientat spre zona centrală a camerei de ardere unde se află amplasată bujia, poziția B. În sprijinul acestei explicații stă și reducerea întîrzierii la aprindere în cazul B, față de cazul A, viteza de reacție fiind mai mare în dozaje bogate.

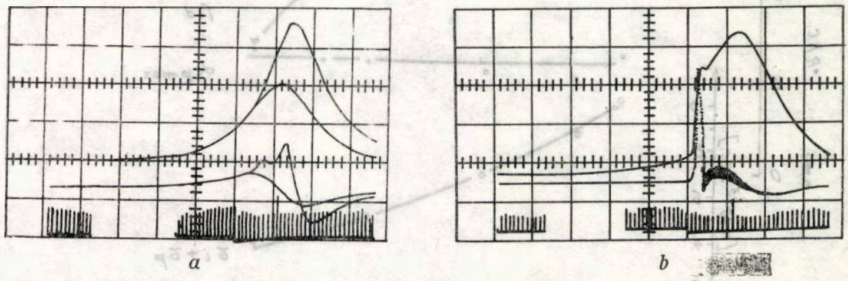


Fig. 7 — Diagrama indicată la n = 1800 rot/min; t_{apa} = 80°C; $\lambda = 1$; β = = 40°RAC; α_{aH_2} = 170—172°RACa) bujia amplasată lateral (A); b) bujia amplasată central (B).

c) *Influența turației*

S-a constatat că la creșterea turației, avansul la producerea scînteii electrice (β) scade, pentru a menține poziția presiunii maxime pe ciclu ($\alpha_{p_{max}} \simeq$ ct), fig. 8a, deoarece printr-o amestecare mai bună, datorită măririi vitezei medii a curentului de încărcătură proaspătă și vitezei medii a

pistonului, se amplifică turbulența de toate gradele. Astfel în zona bujiei (amplasată lateral) concentrația hidrogenului va crește mai rapid, mărind viteza de reacție. Păstrînd avansul la desprindere constant ($\beta_d \simeq$ ct) β și $\alpha_{p\max}$ cresc cu turația (fig. 8b). Durata în secunde a primelor două faze rămîne constantă, ceea ce arată că turbulența din cilindrul motorului, produsă numai prin curgerea pe sub supape și prin desprinderea de pe

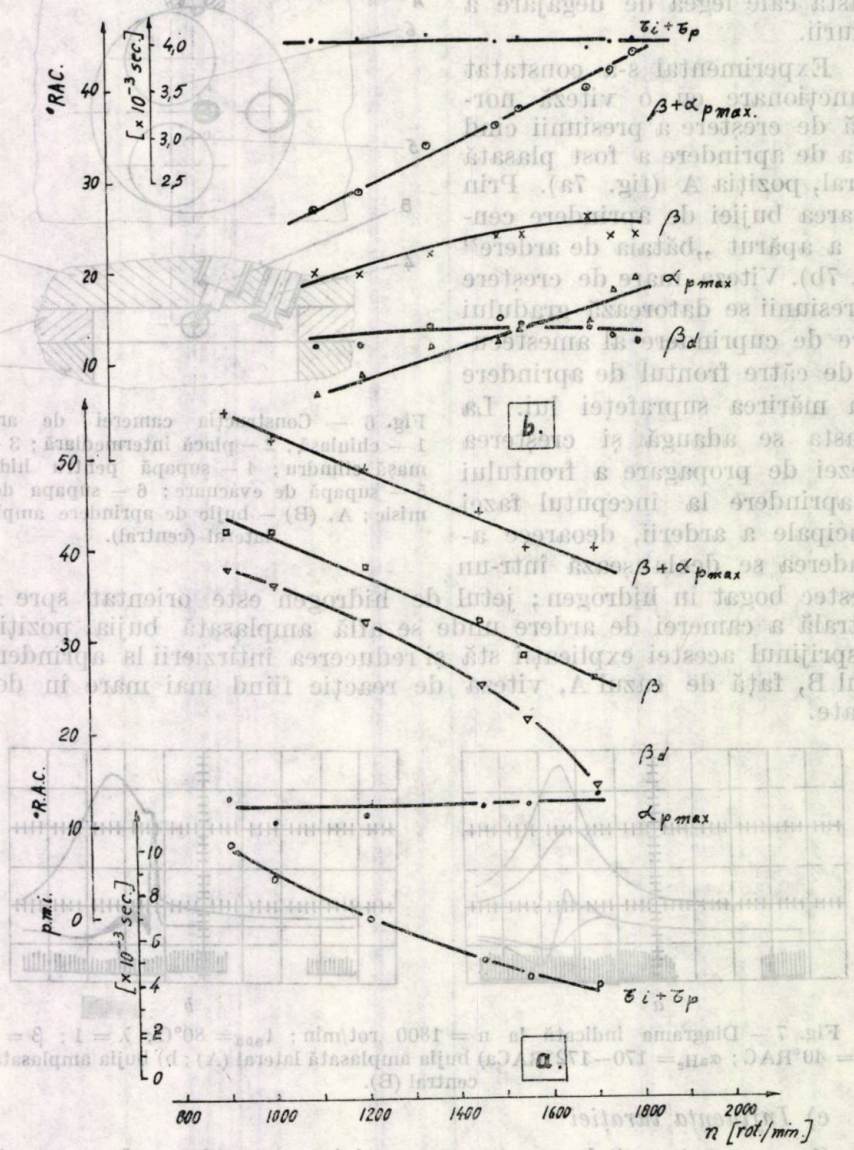


Fig. 8 — a) Influența turației asupra β, β_d menținînd poziționarea pe ciclu a presiunii maxime ($\alpha_{p\max} = \text{ct}$)
b) Influența turației asupra duratei primelor două faze ale arderii ($\tau_i + \tau_p$) menținînd avansul la desprindere constant ($\beta_d \simeq$ ct).

fundul pistonului (au fost desființate pragurile de turbulență) nu influențează sensibil viteza de propagare a frontului de aprindere și viteza de reacție (cu atît mai mult cu cît pentru hidrogen acestea au valori mult mai mari decît alți combustibili).

d) *Infuența dozajului*

Influența dozajului asupra procesului de ardere se face simțită atît în faza inițială cît și în faza principală. În fig. 9 se constată reducerea avansului la desprindere și mărirea duratei arderii la creșterea coeficientului de exces de aer.

Influența atît de mare a dozajului asupra duratei arderii nu poate fi explicată considerînd amestecul omogen. Aceasta trebuie corelată cu neomogenitatea amestecului în ceea ce privește dozajul, creată în scopul reducerii vitezei de reacție în primele faze ale arderii (aprinderea este declanșată într-un amestec sărac în hidrogen).

Procedeul de alimentare utilizat permite o stratificare a amestecului; în zona centrală a cilindrului unde este orientat jetul de hidrogen — se formează dozaje bogate, iar la circumferință, în zonele laterale jetului de hidrogen, amestecuri mai sărace. Astfel, deși dozajul global este apropiat de cel stoechiometric, în apropierea bujiei de aprindere amplasată lateral se va găsi amestec sărac în hidrogen, viteza de reacție fiind corespunzător redusă. Prin reducerea coeficientului de exces de aer (global) și amestecul din zona bujiei va deveni mai bogat în hidrogen și ca o consecință avansul la desprindere va crește (viteza de reacție crește).

Aplicarea acestui procedeu a fost posibilă datorită limitelor largi de inflamabilitate pe care le are hidrogenul. Acest lucru a permis și utilizarea reglajului calitativ al sarcinii motorului, ceea ce a dus la creșterea randamentului indicat (fig. 10).

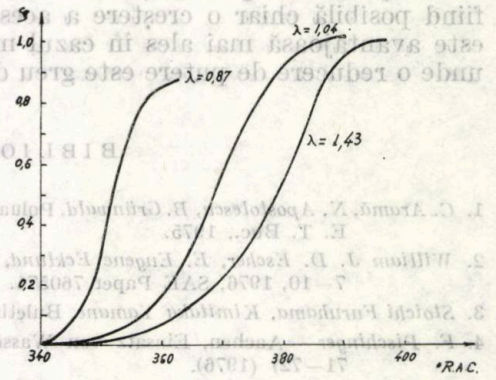


Fig. 9 — Influența coeficientului de exces de aer asupra duratei arderii.

Concluzii

Din cele prezentate se pot trage următoarele concluzii:

1. Procedeul de alimentare experimentat evită manifestările de ardere necontrolată din motorul cu aprindere prin scînteie a amestecurilor hidrogen-aer, la dozaj (global) stoechiometric.

2. Preaprinderile sînt evitate prin răcirea corpurilor calde din cilindrul motorului înaintea introducerii hidrogenului, cu aer care este apoi utilizat pentru ardere.

3. Viteza de creștere a presiunii este controlată prin intermediul vitezei de degajare a căldurii, asupra căreia se acționează pe două căi: prin reducerea vitezei de propagare a frontului de aprindere la începutul

fazei principale a arderii realizînd în jurul bujiei un amestec sărac în hidrogen (scade viteza de reacţie şi cantitatea de căldură degajată prin arderea unităţii de volum de amestec combustibil) şi prin caracteristica

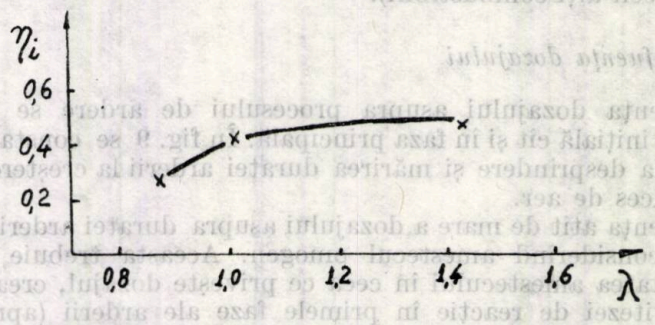


Fig. 10 — Dependenţa randamentului indicat de coeficientul de exces de aer ; reglaj calitat

camerei de ardere, fără a utiliza însă construcţii care să nu permită o bună curăţire de gaze arse) ;

4. Procedeul de alimentare propus utilizează hidrogen la presiune medie (circa 2 bar) ceea ce permite cu metode simple, asigurarea condiţiilor de securitate. Comanda supapei de hidrogen este simplă şi sigură.

5. Procedeul de alimentare utilizat nu penalizează performanţa de putere litrică a motorului (hidrogenul fiind introdus în cilindrul motorului la începutul comprimării, nu este afectată cantitatea de aer aspirat), fiind posibilă chiar o creştere a acestui indice cu circa 10% (7). Metoda este avantajoasă mai ales în cazul motoarelor de cilindree mică şi medie unde o reducere de putere este greu de acceptat.

BIBLIOGRAFIE

1. *C. Aramă, N. Apostolescu, B. Grünwald*, Poluarea aerului de către motoarele cu ardere internă E. T. Buc., 1975.

2. *William J. D. Escher, E. Eugene Ecklund*, Recent Progress the Hydrogen Engine, June 7—10, 1976, SAE Paper 760571.

3. *Stoichi Furuhama, Kimitaka Yamane*, Buletin of JSAE, no. 6 pg. 1—10 (1974).

4. *F. Pischinger* — Aachen, Einsatz von Wasserstoff ber Verbrennungsmotoren (MTZ, 37, 3, 71—72) (1976).

5. *G. A. Karim, M. E. Tayler*, SAE Paper 730089, January 8—12, 1973

6. * * * Cercetări pentru utilizarea hidrogenului drept carburant în motoarele cu ardere internă, Catedra de motoare cu ardere internă, IPB, 1976.

7. *N. Negurescu*, Cercetări în legătură cu alimentarea motoarelor cu aprindere prin scînteie cu hidrogen, Teză de doctorat, IPB, 1980.

Experimentelle untersuchungen betreffs Wasserstoff Verbrennung in dem Otto-Motor.

In der Arbeit werden die prinzipiellen Lösungen analysiert für die Versicherung der normalen Verbrennung des Wasserstoffs in dem Otto-Motor und es wird eine eigene Läsung vorgeschlagen. Es werden die verwendete experimentelle Analage und die erziclten praktischen Ersechnisse.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 3

CAZANE

C.Z. :621.18 :662.93

CERCETĂRI TEORETICE ȘI EXPERIMENTALE ÎN VEDEREA CONSTRUIRII UNUI ARZĂTOR DE PRAF DE COMBUSTIBIL SOLID CU IMPACT DE JETURI (CU FLACĂRĂ PLATĂ)

M. POSTELNICESCU, L. MIHĂESCU, N. PĂNOIU, I. IORDACHE*

Lucrarea prezintă etapele cercetării în vederea construirii unui arzător pentru praf de combustibil solid cu impact de jeturi, etape ce au cuprins scrierea ecuațiilor analitice, experimentări izotermice și de ardere.

1. Considerații generale privitoare la arzătoarele cu flacără plată

Arzătoarele cu flacără plată permit reglajul temperaturii de supraîncălzire a aburului dat de un cazan, funcționînd cu combustibil solid pulverizat, prin modificarea poziției nucleului flăcării în focar. În același timp, arzătoarele cu flacără plată determină o mai bună amestecare a combustibilului cu mediul oxidant, ceea ce duce la îmbunătățirea în ansamblu a arderii.

Principiul de construcție și funcționare a unui atare arzător este următorul: fantele arzătorului sînt astfel dispuse încît jeturile de agent primar- combustibil și aer secundar sînt simetrice față de axa mediană a a arzătorului, impactul jeturilor ducînd la formarea unui jet comun cu o suprafață plană; prin schimbarea raportului dintre cantitatea de aer secundar introdus prin fante se realizează basculareа flăcării.

În fig. 1 se prezintă un arzător pentru un grupaj de trei fante cu unghiurile de incidență la 60°, viteza aerului secundar variind în limitele a 45—55 m/s [1].

Limitele de dezvoltare ale jetului s-au determinat pe un contur convențional, pe care viteza axială s-a redus la 10% din viteza de ieșire a jetului calculată cu relația

$$w_0 = \frac{w_p^2 + 2w_s^2}{w_p + 2w_s} \quad [\text{m/s}], \tag{1}$$

Manuscris predat redacției, la data de 6 aprilie 1981

* Prof. dr. ing.; Șef lucrări de ing.; Conf. dr. ing.; Conf. dr. ing., Catedra Cazane și turbine.

unde w_p și w_s reprezintă viteza agentului primar și respectiv a aerului secundar, în m/s.

Unghiul de înclinare a axei jetului, față de planul orizontal, se poate determina cu relația

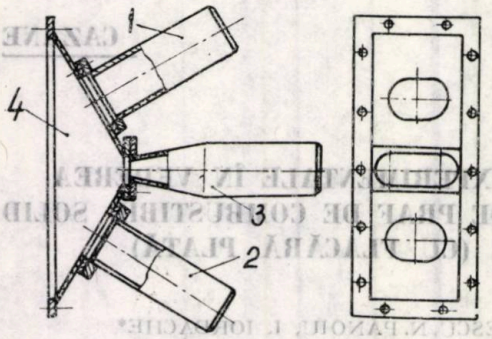


Fig. 1 — Arzător pentru flacără plată cu trei fante

$$\varphi_0 = \operatorname{arc\,tg} \frac{w_{z0}}{w_{x0}}, \qquad (2)$$

unde w_{z0} și w_{x0} sînt componentele verticale și respectiv orizontale ale vitezei jetului rezultant. S-a constatat că unghiul de înclinare al jetului rezultat, la schimbarea raportului dintre aerul secundar superior și inferior, variază cu circa 4%pentru fiecare schimbare cu 15 % a raportului aerului secundar.

Pentru îmbunătățirea geometriei flăcării, arzătorul a fost echipat cu mai multe fante incidente, el căpătînd aspectul din fig. 2 [2].

Modificarea debitului de aer secundar insuflat pe fantele superioare față de cele inferioare va modifica unghiul de înclinare al jetului rezultant față de situația de simetrie, conform relației [2]:

$$\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}\varphi_0 \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \qquad (3)$$

n reprezentînd raportul dintre aerul secundar introdus pe fantele superioare și cel introdus pe fantele inferioare.

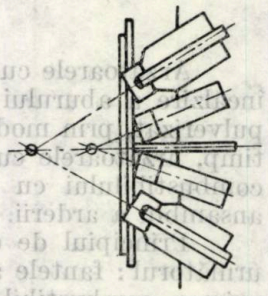


Fig. 2 — Arzător pentru flacără plată cu cinci fante

2. Ecuațiile dezvoltării jetului rezultant al arzătoarelor cu flacără plată

Pentru studiul dezvoltării jetului rezultant (obținut din intersecția jeturilor primare), atît din punct de vedere al distribuției cîmpului de viteze și al penetrației, cît și a capacității de basculare, a fost necesară elaborarea unui model matematic.

Expresia analitică a vitezei axiale pentru cazul intersecției a două jeturi amplasate simetric la distanța α față de axa de simetrie și bătînd sub unghiul α_0 (fiind măsurată pînă în centrul fantei de grosime b_0), pentru un punct c din zona de intersecție va fi dată de relația [3]:

$$u_c(x,y) = \frac{u_{01}}{\sqrt{\dfrac{\alpha}{\sin\alpha_0} + \left(x - \dfrac{\lambda}{\operatorname{tg}\alpha_0}\right)\dfrac{1}{\cos\alpha_0}}} \cdot \sqrt{\frac{b_0}{c\int_0^1 e^{-\frac{c}{4x}\eta^2} d\eta}} \cdot$$

$$\cdot e^{-\frac{1}{4xc}\cdot\frac{\frac{y^2}{\cos^2\alpha_0}}{\left[\frac{\lambda}{\sin\alpha_0}+\left(x-\frac{\lambda}{\operatorname{tg}\alpha_0}\right)\frac{1}{\cos\alpha_0}\right]^2}} \tag{4}$$

viteza axială a jetului rezultant, conform principiul superpoziției fiind [4]:

$$u=\sqrt{u_{1c}^2+u_{2c}^2}\left[\frac{m}{s}\right]. \tag{5}$$

Cu u_{01} și u_{02} s-au notat vitezele în fantele celor două jeturi, cu c semitangenta unghiului de evazare al jetului, cu $\varkappa$ constanta lui Boussinq de turbulență. Coordonata axială x trece prin axa de simetrie, iar cea verticală y prin secțiunea de ieșire a arzătorului, η fiind coordonata adimensională, definită ca raport dintre coordonata verticală y și semigrosimea b a jetului.

Reglajul poziției jetului față de axa de simetrie se face prin modificarea debitelor pe fantele arzătorului, modificînd astfel vitezele u_{01} și u_{02}.

După o verificare a limitelor de reglaj, efectuată prin simularea funcționării cu ajutorul unui calculator electronic, s-a trecut la construcția unui arzător care să echipeze un cazan de la CTE Doicești, arzător arătat în fig. 3.

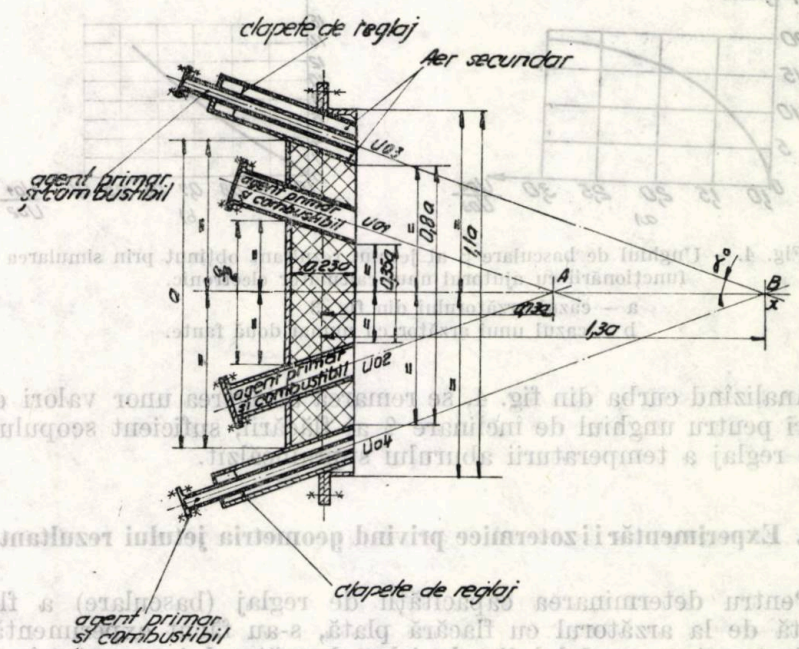


Fig. 3 — Modelul arzătorului cu flacără plată utilizat la experimentările izotermice.

Utilizîndu-se principiul superpoziției [4], expresia vitezei axiale a jetului rezultant pentru complexul de fante ale arzătorului, în urma înlocuirii constantelor, a devenit [3]:

$$u = \sqrt{\frac{0{,}109}{x - 1{,}9}\left[(u_{01}^2 + u_{02}^2)\, e^{-\frac{1}{2x_1c_1}\cdot\frac{y^2}{(x-1{,}9)^2}} + (u_{03}^2 + u_{04}^2)\, e^{-\frac{1}{2x_2c_2}\cdot\frac{y^2}{(x-1{,}9)^2}}\right]} \qquad (6)$$

vitezele u_{01}, u_{02}, u_{03}, u_{04} fiind arătate în desenul arzătorului, produsul $\varkappa_1 c_1$ caracterizînd expandarea jeturilor centrale de agent primar și combustibil, iar $\varkappa_2 c_2$ jeturile periferice ce reprezintă o combinație de agent primar-combustibil și aer secundar, pentru un unghi $\alpha_0 = 20°$.

În fig. 4 a se prezintă unghiul de basculare β pentru jetul rezultant, obținut în urma prelucrării spectrului vitezei axiale obținut cu ajutorul unui calculator electronic, la o modificare a vitezelor aerului secundar u_{03} și u_{04} de 14 la 46 m/s. Viteza în fantele centrale u_{01} și u_{02} a fost menținută constantă la valoarea de 25 m/s, deoarece prin aceste fante circulă agent primar și combustibil, iar într-o schemă de preparare a combustibilului de tip închis cu insuflare directă nu se pot face reglaje pe conductele de praf de la moară la arzător.

În fig. 4 b se prezintă unghiul de basculare pentru un arzător cu numai două fante, unghiul de intersecție fiind tot $\alpha_0 = 20°$, vitezele în fante variind între $u_{01} = 18—25$ m/s și $u_{02} = 32—25$ m/s.

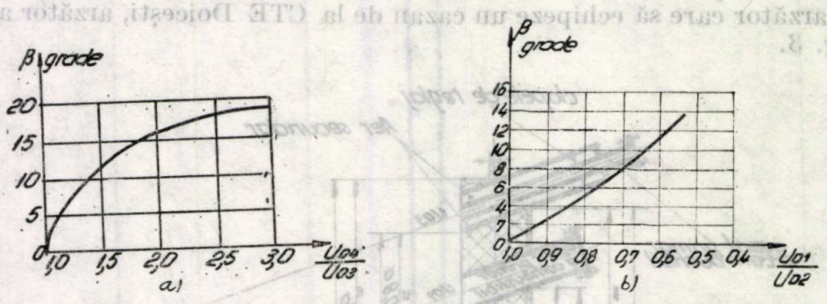


Fig. 4. — Unghiul de basculare β al jetului rezultant obținut prin simularea funcționării cu ajutorul unui calculator electronic.
a — cazul arzătorului din fig. 3.
b — cazul unui arzător cu numai două fante.

Analizînd curba din fig. 4, se remarcă atingerea unor valori destul de mari pentru unghiul de înclinare β al flăcării, suficient scopului propus de reglaj a temperaturii aburului supraîncălzit.

3. Experimentări izotermice privind geometria jetului rezultant

Pentru determinarea capacității de reglaj (basculare) a flăcării obținută de la arzătorul cu flacără plată, s-au făcut experimentări în regim izotermic pe modelul din plexiglas al arzătorului prezentat în fig. 3, arzător ce echipează un cazan de 100 t/h. Drept fluid de lucru s-a folosit

aerul, dat de o rețea hidraulică de la Catedra Cazane și turbine de la Institutul Politehnic București, rețea alimentată de două ventilatoare cu o putere unitară de 21 kW, debitul realizat fiind măsurat cu ajutorul unui tub Venturi, așa cum se vede în desenul din fig. 5. Ventilatoarele pot lucra legate în paralel sau în serie.

Măsurarea cîmpului de viteze în cursul experimentărilor izotermic s-a făcut cu ajutorul unei sonde cu cinci orificii, și cu ajutorul unui anemo-

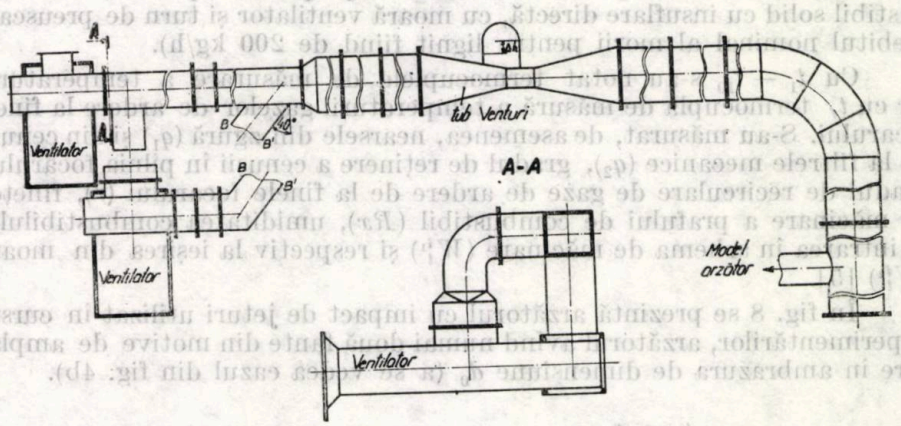


Fig. 5 — Rețeaua hidraulică pe care s-a experimentat aerodinamica arzătorului cu flacără plată

metru. În fig. 6 se prezintă un extras din cîmpul de viteze axiale obținut, pentru două viteze în secțiunea de ieșire din fantele arzătorului. Cu y_1, y_2, y_3 și y_4 s-au notat coordonatele verticale ale punctelor de măsură, care au fost : $y_1 = 0$, $y_2 = 0{,}1\ a$, $y_3 = 0{,}18\ a$, $y_4 = 0{,}28\ a$, a fiind constanta definită la construcția arzătorului — fig. 3.

Analiza curbelor respectînd vitezele axiale la experimentările izotermice au confirmat valorile unghiului de basculare a jetului rezultant prezentate în figura 4.

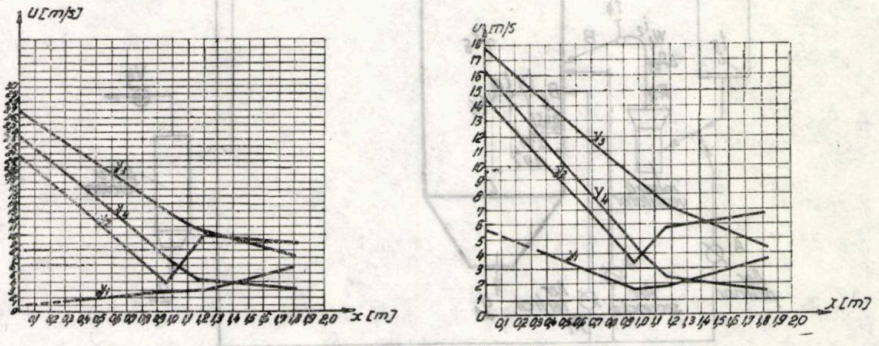


Fig. 6. — Cîmpul de viteze axiale pentru două situații de viteze în fantele arzătorului. obținute la experimentările în regim izotermic, în funcție de coordonata axială x și verticală y.

4. Cercetări privind comportarea arzătorului cu flacără plată pe un focar experimental

Cercetările la cald s-au efectuat pe focarul experimental de la Catedra Cazane și turbine de la Institutul Politehnic București, a cărei schiță de principiu împreună cu amplasarea punctelor de măsură este arătată în fig. 7. Focarul este echipat cu un sistem de preparare a prafului de combustibil solid cu insuflare directă, cu moară ventilator și turn de preuscare (debitul nominal al morii pentru lignit fiind de 200 kg/h).

Cu $t_1 - t_{10}$ s-au notat termocuplele de măsurare a temperaturii, iar cu t_f termocupla de măsură a temperaturii gazelor de ardere la finele focarului. S-au măsurat, de asemenea, nearsele din zgură (q_1) și din cenușa de la filtrele mecanice (q_2), gradul de reținere a cenușii în pîlnia focarului, gradul de recirculare de gaze de ardere de la finele focarului (r), finețea de măcinare a prafului de combustibil (Rx), umiditatea combustibilului la intrarea în schema de măcinare ($W_t^{i_1}$) și respectiv la ieșirea din moară ($W_t^{i_2}$) [5].

În fig. 8 se prezintă arzătorul cu impact de jeturi utilizat în cursul experimentărilor, arzătorul avînd numai două fante din motive de amplasare în ambrazura de dimensiune d_0 (a se vedea cazul din fig. 4b).

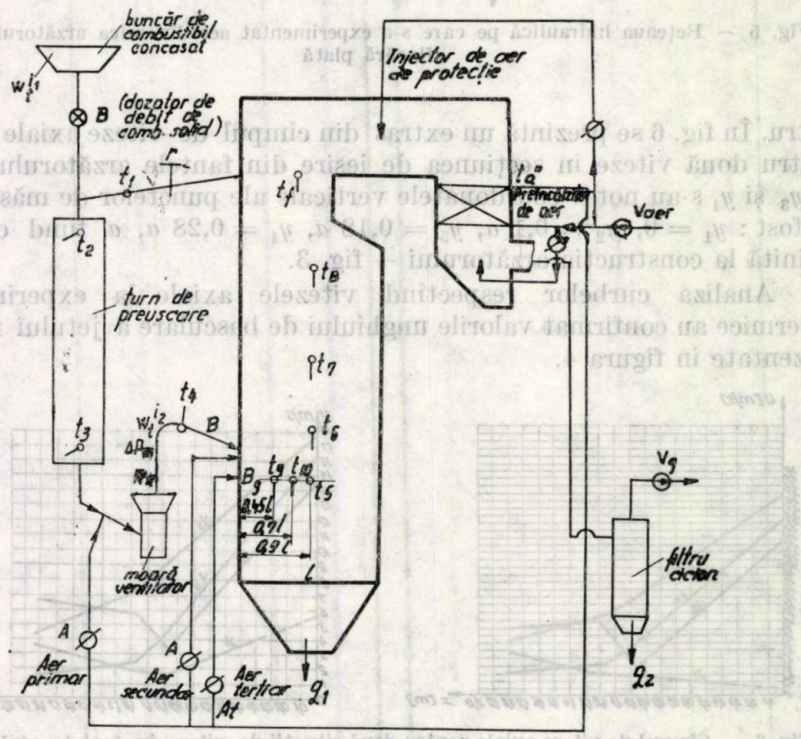


Fig. 7 — Focarul experimental de la catedra Cazane și turbine cu abur și gaze de la Institutul Politehnic București, cu indicarea punctelor de măsură.

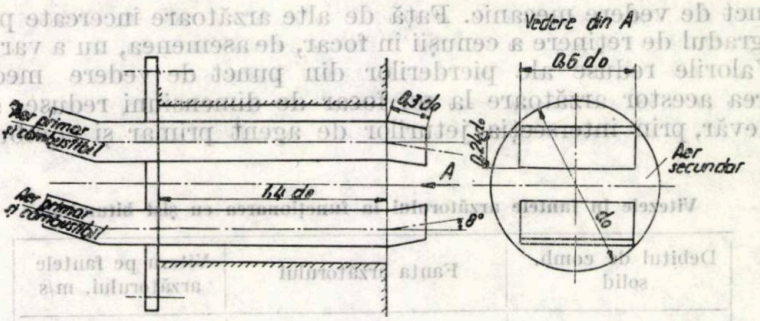


Fig. 8 — Arzătorul cu flacără plată utilizat în cursul experimentărilor

a. *Comportarea la ardere a șistului bituminos*

Drept combustibil a fost utilizat șist bituminos din Banat cu o putere calorică inferioară de 3630 kj/kg, experimentările cuprinzînd două sarcini ale instalației și anume :

$$B_1 = 240 \text{ kg/h și } B_2 = 280 \text{ kg/h.}$$

În fig. 9 se prezintă plaja de valori pentru finețea de măcinare utilizată în cursul experimentărilor, măcinarea mai fină fiind relizată la sarcina de 240 kg/h.

În tabelul 1 se prezintă vitezele în fantele arzătorului. Situația „a" corespunde egalității vitezelor pe cele două fante, iar situația „b" unui raport de viteze pe fante de aproximativ doi.

În timpul experimentărilor de ardere, drept combustibil de suport al flăcării a fost utilizat gazul natural, debitul său fiind astfel reglat încît să se mențină o încărcare termică a volumului focarului q_f cuprinsă între

$$2{,}12 \cdot 10 \frac{5\text{kj}}{\text{m}^3\text{h}} \text{ și } 2{,}32 \cdot 10^5 \frac{\text{kj}}{\text{m}^3\text{h}}$$

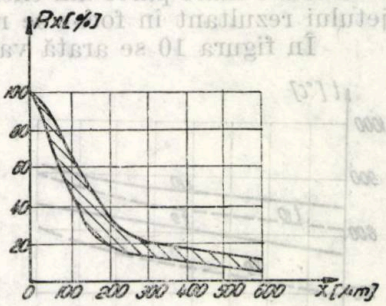


Fig. 9. — Finețea de măcinare a șistului bituminos utilizată în cursul experimentărilor

Experimentările au evidențiat un procent de materii combustibile în zgură $C_{zg} = 2{,}4 - 3{,}67\%$, și în cenușă $C_{an} = 2{,}82 - 4{,}96\%$, variațiile datorindu-se sarcinilor diferite și reglajelor de debit pe fantele arzătorului.

S-a remarcat că la variația raportului vitezelor pe fante pînă la valoarea $\frac{u_1}{u_2} = 1{,}92$, procentul de materii combustibile din zgură a variat cu pînă la 4% pentru sarcina de 240 kg/h și cu pînă la 7,1% la sarcina de 280 kg/h, lucru ce arată că acest procedeu de reglaj al flăcării prafului de combustibil solid nu influențează sensibil pierderile prin nearse

din punct de vedere mecanic. Față de alte arzătoare încercate pe același focar, gradul de reținere a cenușii în focar, de asemenea, nu a variat mult.

Valorile reduse ale pierderilor din punct de vedere mecanic, la utilizarea acestor arzătoare la un focar de dimensiuni reduse, arată că într-adevăr, prin intersecția jeturilor de agent primar și combustibil se

Tabelul 1

Vitezele în fantele arzătorului la funcționarea cu șist bituminos

Debitul de comb. solid	Fanta arzătorului	Viteza pe fantele arzătorului, m/s
240 kg/h	a fanta superioară	12
	fanta inferioară	12
	aer secundar	1,4
	b fanta superioară	15,6
	fanta inferioară	8,1
	aer secundar	1,4
280 kg/h	a fanta superioară	12
	fanta inferioară	12
	aer secundar	1,5
	b fanta superioară	15,6
	fanta inferioară	8,2
	aer secundar	1,5

consumă o mare parte din energia cinetică a acestora, astfel că penetrația jetului rezultant în focar se reduce mult.

În figura 10 se arată variația temperaturii flăcării în lungul axului arzătorului, în punctele de măsură t_9 și t_{10}, pentru diverse rapoarte de viteză pe fantele arzătorului. Se constată o bună capacitate de reglaj, fenomen manifestat printr-o modificare a temperaturii de pînă la 100 °C.

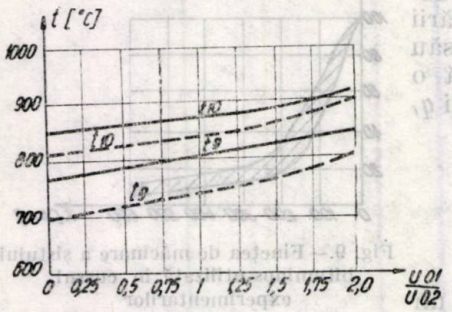


Fig. 10 Variația temperaturii în lungul flăcării la variația vitezelor pe fantele arzătorului.
——— sarcina 280 kg/h
- - - - - sarcina 240 kg/h

b. *Comportarea la ardere a lignitului*

Drept combustibil s-a utilizat lignit din bazinul Rovinari și Sotînga (Doicești), primul avînd puterea calorică inferioară $Q_i^i = 5700$ kJ/kg ($W_i^i = 35{,}10\,\%$, $A^i = 36{,}80\,\%$), iar al doilea $Q_i^i = 6550$ kJ/kg ($W_i^i = 25{,}30\,\%$, $A^i = 42{,}50\,\%$), experimentările efectuîndu-se la sarcina $B_s = 150$ kg/h.

Încercarea de basculare a flăcării s-a efectuat numai pentru lignitul de Doicești, la o sarcină de 125 kg/h.

În fig. 11 se prezintă finețea de măcinare (curbele granulometrice medii) utilizată la arderea celor două tipuri de lignit.

În tabelul 2 se prezintă vitezele în fantele arzătorului, pentru experimentarea de basculare a flăcării, situația „a" corespunzînd egalității vitezelor pe fante, iar situația „b" unui raport de viteze pe fante $\left(\frac{u_{01}}{u_{02}}\right)$ de circa doi.

La experimentările de basculare a flăcării, viteza aerului secundar s-a căutat să fie cît mai redusă, pentru a nu influența jetul rezultant plat obținut din impactul jeturilor de agent primar și combustibil (criteriu menținut și la experimentările cu șist bitumins).

Tabelul 2

Vitezele în fantele arzătorului la funcționarea cu lignit

Combustibilul	Debitul de combustibil solid		Fanta arzătorului	Viteza pe fantele arzătorului m/s
Lignit Rovinari	150 kg/h		fanta superioară	9
			fanta inferioară	9
			aer secundar	3,9
Lignit Doicești	150 kg/h		fanta superioară	8
			fanta inferioară	8
			aer secundar	3
Lignit Doicești	125 kg/h	a	fanta superioară	7
			fanta inferioară	7
			aer secundar	1,58
		b	fanta superioară	9,3
			fanta inferioară	4,6
			aer secundar	1,58

Tabelul 3

Procentul de material combustibil în zgură și cenușă și pierderile prin entalpia zgurii la evacuare, la arderea lignitilor

Combustibilul	Debitul de comb. solid	C_{zg} %	C_{an} %	Pierderile prin entalpia zgurii la evacuare q_{rf}, %
Lignit Rovinari	150 kg/h	5,40	1,00	0,0070
Lignit Doicești	150 kg/h	3,50	2,83	0,0034
	125 kg/h	3,5–4	0,3–2	0,0030–0,0060

Drept combustibil gazos de suport s-a utilizat, de asemenea, gazul natural, debitul fiind reglat pentru menținerea unei încărcări termice a volumului focarului $q_f = 2{,}13 \cdot 10^5 - 2{,}27 \cdot 10^5$ kJ/m³h.

Pierderile mecanice prin ardere incompletă din punct de vedere mecanic caracterizate prin procentul de material combustibil în zgură C_{zg} și în cenușă C_{an}, sînt arătate în tabelul 3.

La arderea lignitului de Doicești, procentul de material combustibil în zgură C_{zg} a crescut la bascularea flăcării spre pîlnia focarului, manevră

la care în schimb s-a redus foarte mult procentul de material combustibil în cenușa antrenată ($C_{an} = 0{,}3$).

În fig. 12 se prezintă variația temperaturii flăcării în lungul axului

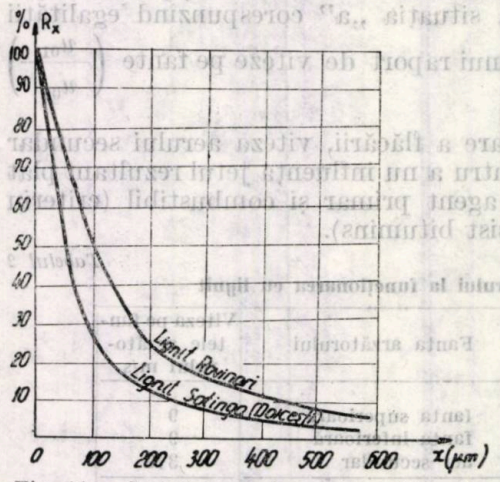


Fig. 11 — Curbele granulometrice utiliate la experimentările de ardere ale ligniților.

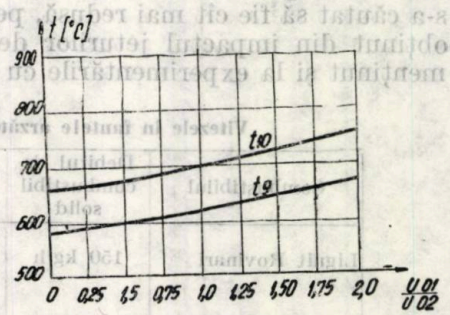


Fig. 12. — Variația temperaturii în lungul flăcării la variația vitezelor pe fantele arzătorului la utilizarea lignitului de Doicești (debit 125 kg/h).

Concluzii

arzătorului (punctele de măsură t_9, t_{10} și t_5) la o variație a raportului vitezelor pe fantele arzătorului u_{01}/u_{02} pînă la valoarea doi. Manevra a arătat o modificare a temperaturii flăcării cu circa 80—90 °C.

În lucrare sînt prezentate principalele rezultate obținute la încercări la rece și la cald privind comportarea arzătoarelor cu impact de jeturi (cu flacără plată) pentru praf de combustibil solid.

Primele încercări, așa cum se arată în lucrare, le recomandă atît din punct de vedere al capacității de basculare a flăcării, cît și a evoluției arderii. Astfel, s-a remarcat o penetrație destul de redusă a jetului rezultant în focar și pierderi mici prin nearse din punct de vedere mecanic (pierderi ce nu se măresc sensibil în cursul reglajelor de flacără efectuate).

BIBLIOGRAFIE

1. *Kațnelison, B.D. ș.a.*, Ispitania cotloagregatov s mașnim ploccofolclielinimi gorelkami, în Electriceskie stanții, nr. 2, (1978).
2. *Kațnelison, B, D. ș.a*, Aerodinamicescoe isledovanie modeli plascofachevoi gaelki, Teploenergetica, nr. 1, 1974.
3. *Mihăescu, L.*, Contribuții asupra influenței parametrilor constructivi și funcționali ai arzătoarelor de combustibil solid pulverizat asupra arderii în focarele cazanelor de abur, teză de doctorat, IPB, 1980.
4. *Mitor, V., V., Bogdarev, A., M.*, Experimentalnaia i analiticescaia oțenchi roli lucistogo tepla v vosplanenii pile vozdușnoi strui, Energomașinostroienie, nr. 6, 1977.

Teoretische und experimentale Untersuchungen für die Konstruktion einen Staubrenner mit Strahlimpuls

Die vorliegunde Arbeit enthält Untersuchungsphasen für dei Konstruction eines Staubbrenners mit Strahlimpuls ; es war notwendig die Feststellung einiger anyltischen Formeln, izotermische und verbrennungsversuchn.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 3

AERONAVE

C.Z.: 629.13

STUDIU PRIVIND POSIBILITĂȚILE DE ÎNCĂRCARE MAXIMĂ A UNEI REȚELE DE PALETE MOBILE DE COMPRESOR AXIAL, DIN PUNCT DE VEDERE MECANIC

VIRGIL STANCIU*

Lucrarea de față își propune să analizeze posibilitățile de realizare a unei trepte de compresor axial subsonic, numai sub aspect mecanic. Sînt tratate solicitările maxime la care este supusă paleta sub acțiunea forței centrifuge și a momentelor încovoietoare generate de acțiunea aerului.

Pe baza rezultatelor obținute se stabilesc limitele încărcării unei rețele mobile de geometrie determinată (problema directă), precum și geometria rețelei, la o încărcare cunoscută (problema inversă).

Introducere

Studiile experimentale și teoretice întreprinse în vederea aprofundării proceselor gazodinamice și termodinamice care au loc în rețelele mobile de palete ale compresoarelor axiale subsonice au demonstrat că încărcările maxime ale acestor rețele nu pot depăși 35 — 40 KJ/Kg.

În general încărcarea unei rețele de palete mobile depinde în primul rînd de viteza tangențială la raza medie, U_n, și în al doilea rînd de devierea curentului, ΔCu, prin aceasta, așa cum rezultă din relația :

$$l_{tr}^{*} = U_m \cdot \Delta Cu \qquad (1)$$

În cele ce urmează nu se iau în discuție decît aspectele legate de viteze tangențiale maxime la care pot rezista rețelele de palete. Celelalte aspecte, generate de posibilitatea asigurării deviației maxime a unui curent de aer printr-o rețea dată, au la bază studiul curgerilor reale pe suprafețele paletelor.

Manuscris predat redacției la data de 9 martie 1981

* Asist. ing., Catedra Aeronave

1. Eforturile unitare maxime de întindere sub acțiunea forțelor centrifuge într-o paletă mobilă

Eforturile unitare maxime care iau naștere într-o paletă mobilă sînt datorite acțiunii forței centrifuge.

Dacă se consideră un element de paletă de înălțime dx, situat la distanța x de secțiunea de bază a paletei, ca în figura nr. 1, atunci asupra acestuia se exercită o forță centrifugă elementară dF_c, dată de relația:

$$dF_c = \omega^2(r_b + x)\cdot dm \qquad (2)$$

unde ω este viteza unghiulară de rotație, r_b este raza secțiunii de bază a paletei, iar dm dat de relația $dm = \rho \cdot A_x \cdot dx$, reprezintă masa elementară a paletei, de densitate ρ, suprafață A_x și înălțime dx.

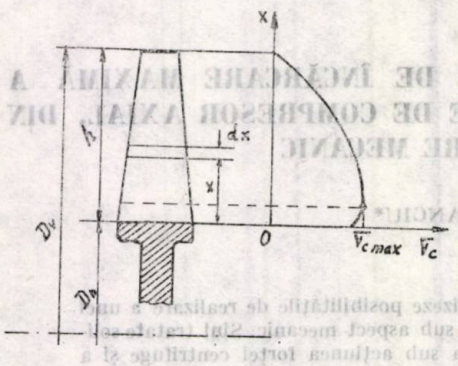


Fig. 1. — Variația tensiunilor de întindere sub acțiunea forței centrifuge într-o paletă mobilă în funcție de rază.

Deci integrînd se obține forța centrifugă maximă:

$$F_{c\,max} = \rho \cdot \omega^2 \int_{x_r}^{h} A_x\,(r_0 + x)\cdot dx \qquad (3)$$

unde x_r reprezintă poziția secțiunii de arie A_r la care există pericolul ruperii paletei (fig. 1).

Efortul unitar maxim devine:

$$\sigma_{c\,max} = \rho \cdot \omega^2 \frac{1}{A_r} \cdot \int_{x_r}^{h} A_x\,(r_b + x)dx \qquad (4)$$

În ceea ce privește aria secțiunii paletei se poate considera în general o variație parabolică de forma:

$$A_x = A_b\left[1 + (\bar{A} - 1)\left(\frac{x}{h}\right)^m\right] \qquad (5)$$

unde:

$\bar{A} = \frac{A_v}{A_b}$, A_v și A_b fiind ariile corespunzătoare ale profilelor de la vîrful și respectiv baza paletei; $0 < \bar{A} \leqslant 1$;

— h, reprezintă înălțimea paletei;

— m, exponent;

Dacă $m = 0$, $A_x = A_b =$ constant, paleta este cilindrică, iar dacă $m = 1$

$$A_x = A_b + \frac{A_v - A_b}{h} \cdot x \qquad (6)$$

adică se regăsește paleta cu variație liniară a ariei.

Înlocuind în relația efortului unitar maxim, se obține o expresie de forma :

$$\sigma_{c\,\max_m} = \Phi_m \cdot \sigma_{c\,\max_0} \tag{7}$$

unde :

$$\sigma_{c\,\max_0} = 2 \cdot \rho \cdot U_m^2 \cdot \frac{A_b}{A_r} \cdot \bar{h} \cdot [(1 - x_r)\ (1 - \bar{h}) + \bar{h}(1 - \bar{x}_r^2)] \tag{8}$$

corespunde efortului maxim datorit forței centrifuge în cazul paletei cilindrice.

În această relație :

— $\bar{h} = \dfrac{h}{D_m}$, D_m, diametrul mediu al paletei ;

— $x_r = \dfrac{x_r}{h}$;

Se poate arăta că în cazul paletei cilindrice, $x_r = 0$ deci :

$$\sigma_{c\,\max_0} = 2 \cdot \rho \cdot U_m^2 \cdot \bar{h} \tag{9}$$

Coeficientul Φ_m, reprezintă factorul de formă al paletei ;

$$\Phi_m = 1 + \frac{\bar{A} - 1}{(1 - \bar{x})\,(1 - \bar{h}) + \bar{h}(1 - \bar{x}_r^2)} \left[\frac{1 - \bar{h}}{m + 1} (1 - \bar{x}_r^{m+1}) + \right.$$

$$\left. + \frac{2\bar{h}}{m + 2} \left(1 - \bar{x}_r^{m+2} \right) \right] \tag{10}$$

În general admițînd că efortul unitar ia valori maxime la baza paletei rezultă :

$$\Phi_m = 1 + \frac{\bar{A} - 1}{(m + 1)\,(m + 2)} [2 + (1 + \bar{h}) \cdot m] \tag{11}$$

Relațiile se mai pot simplifica dacă se consideră, avînd în vedere soluțiile constructive actuale, că paletele nu-și modifică coarda pe rază, b = constant.

Pe de altă parte aria unui profil se poate aproxima prin :

$$A = 0{,}7 \,.\, b \,.\, e_{\max} \tag{12}$$

pentru profile subsonice, $e_{\max}$, fiind grosimea maximă a profilului.

Aria raportată se mai poate exprima prin :

$$\bar{A} = \tilde{e}_{\max} = \frac{\tilde{e}_{\max\, v}}{\tilde{e}_{\max\, b}} \tag{13}$$

Deci factorul de formă devine :

$$\Phi_m = 1 + \frac{\tilde{e}_{max} - 1}{(m+1)(m+2)} [2 + (1 + \bar{h})m] \tag{14}$$

Ţinînd seama că :

$$h = \frac{1}{2}(D_v - D_i)$$

şi

$$D_m = \frac{1}{2}(D_v + D_b)$$

rezultă :

$$\bar{h} = \frac{1 - \bar{d}}{1 + \bar{d}}$$

unde :

$$\bar{d} = \frac{D_b}{D_v}$$

Ca atare :

$$\Phi_m = 1 + \frac{2}{(m+1)(m+2)} \cdot (\tilde{e}_{max} - 1)\left(1 + \frac{m}{1 + \bar{d}}\right) \tag{15}$$

Particularizînd această relaţie în situaţiile cele mai frecvent întîlnite se obţine pentru :

a) $m = 0, \qquad \Phi_0 = 1 ;$

b) $m = 1, \qquad \Phi_1 = 1 + \frac{\tilde{e}_{max} - 1}{3} \cdot \frac{2 + \bar{d}}{1 + \bar{d}} ;$ (16)

c) $m = \frac{2}{3} \quad \Phi_{\frac{2}{3}} = 1 + \frac{\tilde{e}_{max} - 1}{7} \cdot \frac{5 + 3\bar{d}}{1 + \bar{d}}$ (17)

Imaginea acestor palete se poate reprezenta principial ca în figura nr. 2.

Dacă notăm cu $\bar{e}_{max}$, grosimea relativă maximă, atunci :

$\tilde{e}_{max} = \frac{\bar{e}_{max\ v}}{\bar{e}_{max\ b}}$, de obicei cuprinsă între 0,07 — 0,13.

2. Eforturi unitare maxime de încovoiere sub acțiunea aerului într-o paletă mobilă

Modificarea parametrilor termodinamici ai aerului la traversarea unei rețele mobile conduce la solicitări suplimentare, mai ales în secțiunea situată la baza paletei, în punctele plasate pe bordul de fugă.

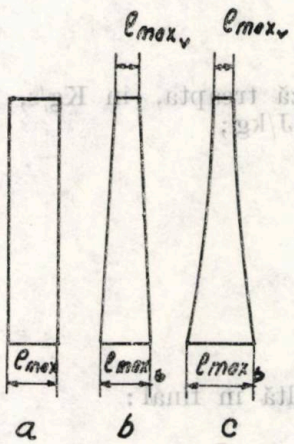


Fig. 2. — Palete de grosime maximă variabilă pe rază :

a) m=0 ; b) m=1 ; c) $m=\frac{2}{3}$

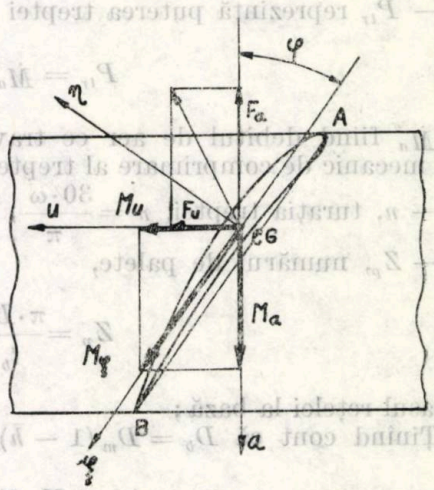


Fig. 3. Scheme de determinare a tensiunilor de încovoiere.

Dacă se consideră profilul din figura nr. 3., efortul unitar maxim datorit momentelor încovoietoare în punctul B este :

$$\sigma_{iB} = \frac{M_\zeta}{I_\zeta} \cdot \eta_B - \frac{M_\eta}{I_\eta} \cdot \zeta_B \tag{18}$$

Ținînd seama că :

$$M_\zeta \simeq \frac{M_u}{\sin \varphi} \tag{19}$$

și $M_\eta \ll M_\zeta$ atunci :

$$\sigma_{iB} = \frac{M_u}{\sin \varphi} \cdot \frac{\eta_B}{I_\zeta} \tag{20}$$

În aceste relații, M_u, reprezintă momentul la baza paletei pe direcție tangențială, φ, unghiul de așezare al profilului în rețea și I_ζ, momentul principal de inerție față de axa $CG\xi$.

În general momentul M_u este :

$$M_u \simeq 97.500 \frac{P_{tr} \cdot h}{n \cdot Z_p \cdot D_m} \tag{21}$$

unde :

— P_{tr} reprezintă puterea treptei în KW, dată de relaţia :

$$P_{tr} = \dot{M}_a \cdot l_{tr}^* \tag{22}$$

$\dot{M}_a$ fiind debitul de aer ce traversează treapta, în Kg/s, iar l_{tr}^* lucrul mecanic de comprimare al treptei în KJ/kg ;

— n, turaţia treptei, $n = \frac{30 \cdot \omega}{\pi}$;

— Z_p, numărul de palete,

$$Z_p = \frac{\pi \cdot D_b}{t_b}, t_b$$

este pasul reţelei la bază ;

Ţinînd cont că $D_b = D_m (1 - \bar{h})$, rezultă în final :

$$M_u = 1{,}625 \left(\frac{M_a \cdot l_{tr}^*}{U_m} \right) \cdot \bar{t}_b \cdot b_b \cdot \frac{\bar{h}}{1 - \bar{h}} \tag{23}$$

unde $\bar{t}_b$, reprezintă pasul relativ al reţelei la bază, iar b_b, coarda profilului de bază. Pe de altă parte însă momentul principal de inerţie, $\dot{I}_\xi$ se poate scrie :

$$\dot{I}_\xi = 0{,}041 . b \, (e_{max}^2 + f_{max}^2) \cdot e_{max} \tag{24}$$

unde f_{max} reprezintă săgeata maximă a profilului.

Exprimînd în mărimi raportate, $\bar{l}_{max}$, $\bar{f}_{max}$ se obţine :

$$I_\xi = 0{,}041 \cdot b^4 \, (\bar{e}_{max}^2 + \bar{f}_{max}^2) \bar{e}_{max} \tag{25}$$

unde $\bar{f}_{max} = f_{max}/b$, este săgeata maximă relativă.

Pentru profilul cu fibra medie arc de cerc

$$\bar{f}_{max} \simeq \frac{1}{2} \operatorname{tg} \cdot \frac{\theta}{4}$$

θ fiind unghiul de curbură al profilului.

Deci :

$$I_\xi = 0{,}041 \cdot b^4 \left(\bar{e}_{max}^2 + \frac{1}{4} \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{4} \right) \bar{e}_{max} \tag{26}$$

Ținînd seama că :

$$\eta_{lB} \simeq \frac{b}{2} \operatorname{tg} \frac{\theta}{4},$$

rezultă în final :

$$\sigma_{iB} \simeq \frac{20}{a \cdot c} \cdot \left(\frac{\dot{M}_a \cdot l_{tr}^*}{U_m} \right) \bar{t}_b \cdot \frac{\bar{h}}{1 - \bar{h}} \cdot \frac{1}{b_b^2} \cdot \tag{27}$$

unde :

$$a = \sin \varphi \text{ și } c = \bar{e}_{\max} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\theta}{4} \left(\bar{e}_{\max}^2 + \frac{1}{4} \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{4} \right)$$

În relația (27) coarda se introduce în cm, iar efortul rezultă în daN/cm².

3. Corelația dintre tensiunile de întindere centrifugale și tensiunile de încovoiere

Efortul unitar total σ_Σ într-un punct al paletei este suma eforturilor centrifugale σ_c și de încovoiere σ_i, în acel punct, adică :

$$\sigma_\Sigma = \sigma_c + \sigma$$

În absența eforturilor datorate vibrațiilor, paletele sînt proiectate astfel încît eforturile alternante σ_a se consideră ca fiind de n ori mai mari decît eforturile de încovoiere :

$$\sigma_a = n \cdot \sigma_i \tag{29}$$

unde n este un factor cuprins între 3—6.

Avînd în vedere corelația dintre eforturile alternante și cele totale, stabilită de diagrama Goodman :

$$\sigma_a = \sigma_{-1} - \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_r} \cdot \sigma_\Sigma \tag{30}$$

rezultă ținînd seama de (28) și (29) relația :

$$\sigma_i = A - B \cdot \sigma_c \tag{31}$$

unde :

$$A = \frac{\sigma_{-1}}{n + \dfrac{\sigma_{-1}}{\sigma_r}}; \qquad B = \frac{\dfrac{\sigma_{-1}}{\sigma_r}}{n + \dfrac{\sigma_{-1}}{\sigma_r}};$$

În aceaste relaţii :
— σ_{-1} reprezintă rezistenţa la solicitări variabile a materialului ;
— σ_r — reprezintă rezistenţa la rupere a materialului din care este confecţionată paleta.

Relaţia (31) stabileşte corelaţia dintre eforturile de încovoiere şi centrifuge şi se poate reprezenta ca în figura 4.

O relaţia asemănătoare se poate stabili pentru palete solicitate termic, prin utilizarea diagramei Gerder, în care :

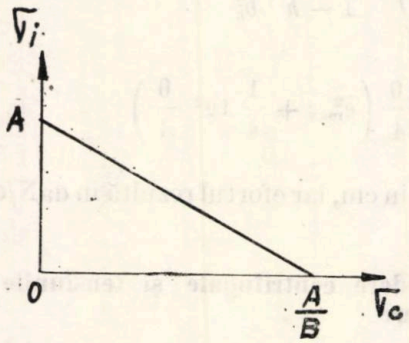


Fig. 4. — Variaţia tensiunilor de încovoiere în funcţie de tensiunile de întindere sub acţiunea forţei centrifuge într-o paletă mobilă potrivit diagramei Goodman.

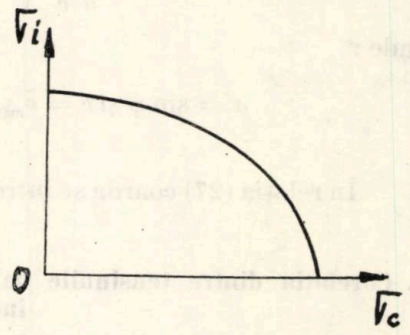


Fig. 5. — Variaţia tensiunilor de încovoiere în funcţie de tensiunile de întindere sub acţiunea forţei centrifuge într-o paletă mobilă pe baza diagramei Gerder.

$$\sigma_\Sigma = \sigma_r \left[1 - \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} \right)^2 \right] \tag{32}$$

Rezultă în final o relaţie analitică între σ_c şi σ_t.

$$\sigma_i = \frac{1}{2 \cdot \sigma_r} \left(\frac{\sigma_{-1}}{n} \right)^2 \left\{ \sqrt{1 + \frac{4 \cdot \sigma_r (\sigma_r - \sigma_c)}{\left(\frac{\sigma_{-1}}{n} \right)^2}} - 1 \right\} \tag{33}$$

Grafic această relaţie se exprimă în figura nr. 5.

4. Calculul corzii maxime a unei reţele de palete mobile determinată gazodinamic.

Din relaţia efortului unitar de încovoiere la baza paletei rezultă :

$$b_b^2 = \frac{20}{a \cdot c} \cdot \left(\frac{\dot{M}a \cdot l_{tr}^*}{U_m} \right) \cdot \bar{t}_b \cdot \frac{\bar{h}}{1 - \bar{h}} \cdot \frac{1}{\sigma_{tB}} \tag{34}$$

Deci cunoscînd : $\tilde{e}_{max}$, $\bar{h}$, $\bar{A}$, m, $\bar{t}_b$, $\bar{d}$, θ, φ
se determină Φ_m, $\sigma_{c\,max_0}$ respectiv $\sigma_{c\,max}$.

Imediat din (31) sau (33) rezultă σ_{iB}, și implicit cunoscînd încărcarea treptei $l_{tr}^{*} M_a$ și U_m rezultă din (34), coarda maximă a paletei la bază $b_{b\max}$

Valoarea aceasta implică în același timp un pas maxim, $t_{\max}$ și inevitabil un număr de palete minim, $Z_{p\min}$ pentru rețeaua considerată.

Odată coarda profilului cunoscută se pot stabili pe rînd toate celelalte mărimi geometrice ale acestuia.

5. Calculul vitezei tangențiale maxime, pentru o rețea mobilă determinată geometric și gazodinamic

Rețeaua fiind complet determinată se cunosc parametrii geometrici și gazodinamici ai acesteia : $\bar{e}_{\max}$, $\bar{t}_b$, D_b, D_m, $\bar{h}$, $\bar{A}$, θ, φ, m, β, β_2, C_a, precum și cei mecanici ai materialului din care este confecționată o paletă din rețea, adică ρ, σ_{-1}, σ_r.

Din aproape în aproape cunoscînd că efortul centrifugal variază direct proporțional cu pătratul vitezei tangențiale se obține efortul de încovoiere maxim :

$$\sigma_{i\max} = \frac{k_1 \cdot U_m^2}{k_2 + k_3 \cdot U_m^2} \cdot \tag{35}$$

în care constantele k_i sînt :

$$k_1 = 4 . \rho . \bar{h} . \Phi_m (n . \sigma_r + \sigma_{-1}) ;$$

$$k_2 = \sigma_{-1} \cdot 10^5 ;$$

$$k_3 = 2 . n . \rho . \bar{h} \cdot \Phi_m ;$$

Pentru calculul acestui efort s-a considerat un coeficient de siguranță de $n_\Sigma = 1{,}5$ definit ca :

$$n_\Sigma = \frac{\sigma_r}{\sigma_\Sigma} \cdot$$

Pe de altă parte lucrul mecanic al treptei l_{tr}^{*} se poate scrie :

$$l_{tr}^{*} = k_4 . U_m^2$$

unde constanta k_4 este :

$$k_4 = \bar{C}_a (\text{ctg } \beta_1 - \text{ctg } \beta_2), \text{ iar } \bar{C}_a = \frac{C_a}{U_m} \cdot$$

Deci relația (27) devine :

$$\sigma_{iB} = k_5 \cdot U_m^2 \tag{36}$$

în care constanta k_4 are forma :

$$k_5 = k_5 \cdot \frac{20}{a \cdot c} \cdot \left(\frac{M_a}{U_m} \right) \cdot \bar{t}_b \cdot \frac{\bar{h}}{1 - \bar{h}} \cdot \frac{1}{b_b^2}$$

Din egalitatea relaţiilor (35) şi (36) rezultă expresia:

$$\frac{k_1 \cdot U^2_{m\,\max}}{k_2 + k_3 U^2_{m\,\max}} = k_5 \cdot U^2_{m\,\max}$$

care se rezolvă imediat obţinîndu-se soluţia:

$$U_{m\,\max} = \sqrt{\frac{1}{k_3}(k_1 - k_2 \cdot k_5)} \tag{37}$$

BIBLIOGRAFIE

1. *I. Manole*, Calculul de rezistenţă şi vibraţie a paletelor turbomotoarelor de aviaţie, Editura Academiei Militare, Bucureşti, 1978.
2. *Z. S. Palleei*, Calculul şi construcţia motoarelor cu turbină cu gaze de aviaţie, Editura „Transport", Moscova, 1967.
3. *W. R. Thomson*, Preliminary Design of Gas Turbines, Emmott, London, 1963.

Study Reffering to the Maximum Charge Possibilities of Axial Compressor Mobile Blade Network, of Mechanical Point of View.

The present paper proposes to analyse the possibilities to obtain a subsonic axial compressor stage, only under mechanical aspect. There are treated the masimum stress supported by the blade under the action of the centrifugal force and the hend moment due to the air action.

On basis of the results obtained are established the load limits of a determined mobile network (direct problem) as well as the network geometry at a known load (opposite problem).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 3

REZISTENȚA MATERIALELOR

539.4
C.Z.: 531.32
534.2

MODELAREA SISTEMELOR MECANICE PE BAZA DETERMINĂRII EXPERIMENTALE A MOBILITĂȚII

LU SHOUDAO, MIRCEA RADEȘ*

În lucrare se prezintă o metodă nemodală de modelare a unei structuri elastice pe baza curbelor mobilității determinate experimental, utilizînd excitație armonică staționară. Se descrie aplicarea metodei în cazul vibrațiilor transversale ale unei bare libere la capete, a cărei mobilitate are o expresie relativ simplă și poate fi comparată ușor cu valorile măsurate. Metoda se aplică la sisteme slab amortizate, permițînd modelarea răspunsului pe domenii de frecvență cuprinzînd pînă la patru rezonanțe.

1. Introducere

Mobilitatea mecanică este una din funcțiile răspunsului în frecvență cele mai convenabile pentru descrierea caracteristicilor dinamice ale unei structuri. Folosind o forță cu variație armonică în timp, care face structura să vibreze, se măsoară excitația și răspunsul. Raportul între viteza din punctul de excitație și forța aplicată definește mobilitatea directă [1].

Măsurările de mobilitate se folosesc pentru:

a. Determinarea frecvențelor proprii și a formei modurilor proprii de vibrație;
b. Măsurarea caracteristicilor dinamice ale materialelor și structurilor;
c. Verificarea valorilor mobilității calculate teoretic;
d. Obținerea unui model matematic al structurii în vibrație.

2. Mobilitatea directă la o bară liberă la capete

Pentru o bară de secțiune constantă, liberă la capete, solicitată la mijloc de forța concentrată armonică $F(t) = F_0 \sin \omega t$ (fig. 1), expresia săgeții dinamice în punctul de aplicație a forței este [2]

$$Y\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{F_0 l^3}{16 E I_z}\left(\frac{2}{\alpha l}\right)^3 \frac{1 + \cos\frac{\alpha l}{2}\operatorname{ch}\frac{\alpha l}{2}}{\operatorname{ch}\frac{\alpha l}{2}\sin\frac{\alpha l}{2} + \cos\frac{\alpha l}{2}\operatorname{sh}\frac{\alpha l}{2}}, \quad (1)$$

Manuscris predat redacției la data de 20 aprilie 1981

*) Șef lucr. la Institutul de inginerie chimică din Beijing, R. P. Chineză, Șef de lucrări, dr. ing., Catedra Rezistența materialelor

unde

$$\alpha = \left(\frac{\rho A \omega^2}{EI_z}\right)^{1/4}.$$

Bara care face obiectul măsurării are secțiune hexagonală (fig. 2), cu următoarele caracteristici:

lungimea $l = 2610$ mm;

deschiderea $d = 50$ mm;

aria secțiunii transversale

$$A = 0{,}866\ d^2 = 2{,}165 \times 10^{-3}\ \text{m}^2;$$

momentul de inerție axial

$$I_z = 0{,}06\ d^4 = 3{,}75 \times 10^{-7}\ \text{m}^4;$$

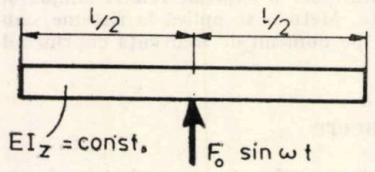


Fig. 1

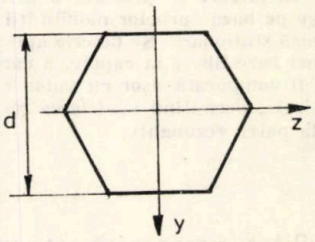


Fig. 2

modulul de elasticitate longitudinal

$$E = 2{,}1 \times 10^{11}\ \text{N/m}^2;$$

densitatea

$$\rho = 7{,}85 \times 10^3\ \text{kg/m}^3.$$

Mobilitatea la mijlocul barei este

$$|M| = \frac{\omega Y\left(\frac{l}{2}\right)}{F_0} = \frac{1}{2EI_z}\frac{\omega}{\alpha^3}\,\frac{1 + \cos\frac{\alpha l}{2}\,\text{ch}\frac{\alpha l}{2}}{\text{ch}\frac{\alpha l}{2}\sin\frac{\alpha l}{2} + \cos\frac{\alpha l}{2}\,\text{sh}\frac{\alpha l}{2}}. \qquad (2)$$

În figura 3, cu linie întreruptă s-a trasat curba mobilității la mijlocul barei, în funcție de frecvență. Cu linie continuă s-a desenat curba determinată experimental, utilizînd un montaj a cărui schemă bloc este redată în figura 4. Concordanța între cele două curbe este bună, dar în regiunea de frecvențe joase există neconcordanță, deoarece bara nu este izolată total de sistemul de rezemare, suspensia ei nefiind destul de moale. Aceasta face ca frecvența de rezonanță a vibrației de corp rigid a barei, suspendate de cele două fire deformabile, să se apropie de zona primei antirezonanțe.

O altă cauză este suspendarea barei în punctele nodale ale primului mod de vibrație. Aceasta face ca, la frecvențe diferite de prima frecvență de rezonanță, punctele de suspensie să nu mai fie noduri, producînd deformarea firelor de care este prinsă bara, ceea ce introduce influența rigidității și a amortizării firelor.

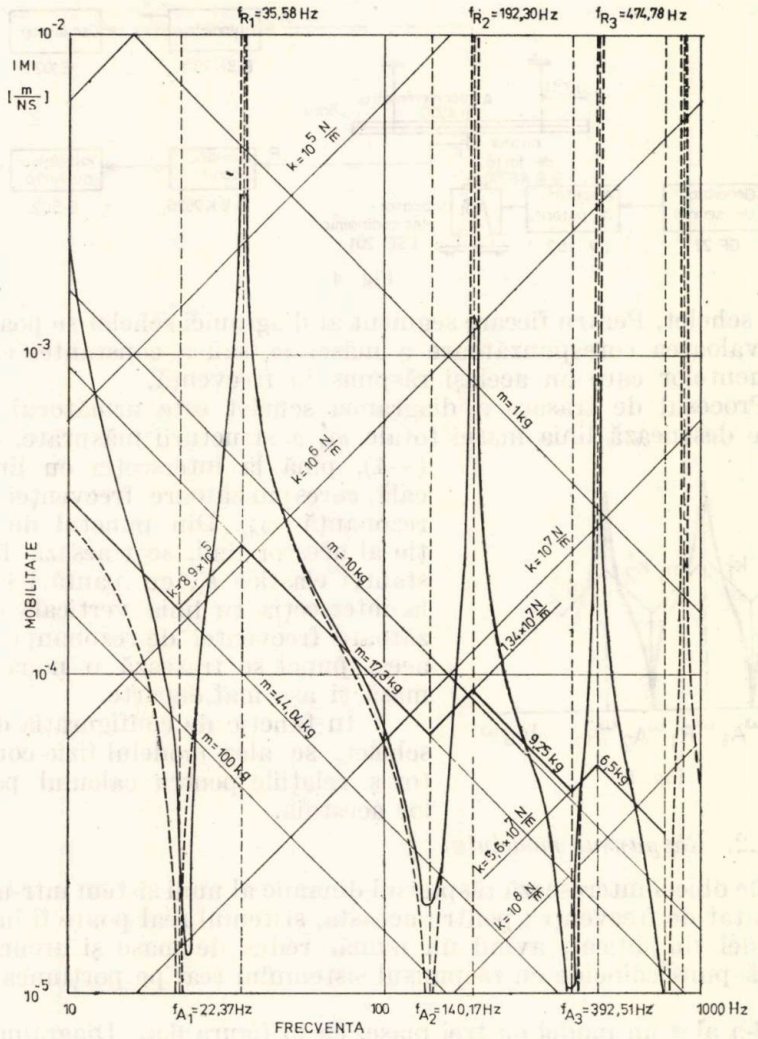


Fig. 3

De asemenea, la frecvențe înalte, efectul masei captorilor atașați de bară crește, determinînd o ușoară scădere a frecvențelor, mai ales în zona antirezonanțelor.

În zonele de rezonanță și antirezonanță, neconcordanța se datorește și faptului că la trasarea curbei teoretice s-a neglijat amortizarea.

3. Modelarea barei

3.1. *Metoda diagramelor „schelet"*

Metoda diagramelor „schelet", propusă de SALTER, este o metodă eficientă pentru identificarea sistemelor liniare, folosind excitație armonică într-un punct [3]. Pe graficul mobilității mecanice se trasează dia-

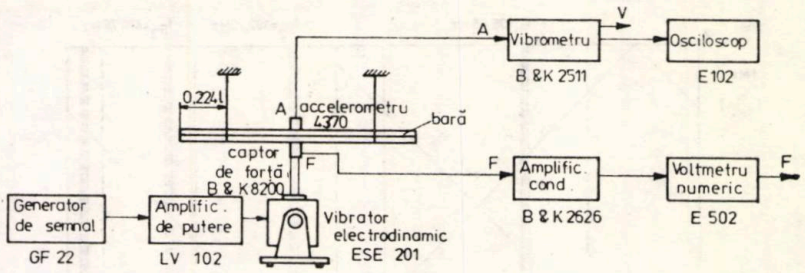


Fig. 4

grama schelet. Pentru fiecare segment al diagramei schelet se poate determina valoarea corespunzătoare a masei m_i sau a constantei elastice k_i a elementelor care au același răspuns în frecvență.

Procesul de trasare a diagramei schelet este următorul (fig. 5): Întîi se desenează linia masei totale m_0' a structurii măsurate, cu pantă (-1), pînă la intersecția cu linia verticală corespunzătoare frecvenței de antirezonanță ω_{A_1}. Din punctul de intersecție al acestor linii, se traesază linia constantei elastice k_1', cu pantă $(+1)$, pînă la intersecția cu linia verticală corespunzătoare frecvenței de rezonanță ω_{R_1}. Din acest punct se trasează o nouă linie de masă și așa mai departe.

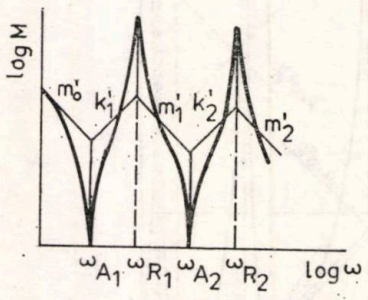


Fig. 5

În funcție de configurația diagramei schelet, se aleg modelul fizic corespunzător și relațiile pentru calculul parametrilor acestuia.

3.2. *Răspunsul modelului*

De obicei interesează răspunsul dinamic al unui sistem într-un domeniu limitat de frecvențe; pentru aceasta, sistemul real poate fi înlocuit cu un model simplificat, avînd un număr redus de mase și arcuri, dar al cărui răspuns coincide cu răspunsul sistemului real pe porțiunea considerată.

S-a ales un model cu trei mase, ca în figura 6,a. Diagrama schelet a curbei mobilității mecanice a acestui model este prezentată în figura 6,b.

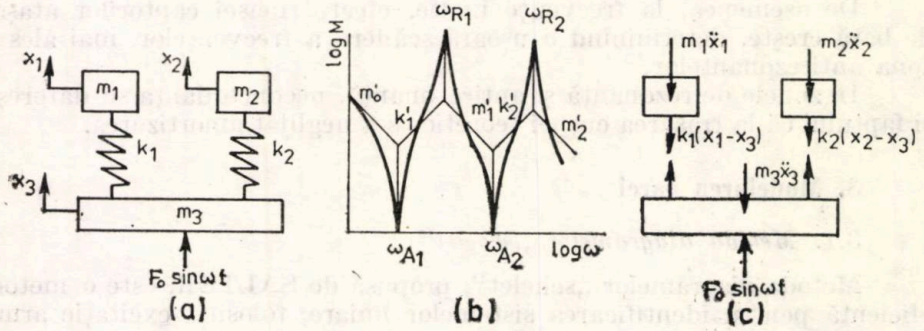


Fig. 6

Pentru calcularea răspunsului modelului, trebuie să se scrie și să se rezolve ecuațiile mișcării.

Se izolează fiecare masă, aplicîndu-i forțele de legătură și forțele de inerție (fig. 6,c). Se scrie ecuația de echilibru dinamic, conform principiului lui d'Alembert, pentru fiecare masă în parte. Rezultă ecuațiile mișcării:

$$\left.\begin{aligned} m_1\ddot{x}_1 + k_1(x_1 - x_3) &= 0, \\ m_2\ddot{x}_2 + k_2(x_2 - x_3) &= 0, \\ m_3\ddot{x}_3 - k_1(x_1 - x_3) - k_2(x_2 - x_3) &= F_0 \sin\omega t. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

În ecuațiile (3), se introduc soluții de forma

$$x_1 = X_1 \sin \omega t\,;\; x_2 = X_2 \sin \omega\, t\,;\; x_3 = X_3 \sin \omega t.$$

Rezultă expresia mobilității mecanice în punctul de aplicare a forței

$$|M| = \left|\frac{X_3\omega}{F_0}\right| = \frac{1}{\omega\left(m_3 + \dfrac{m_1k_1}{k_1 - m_1\omega^2} + \dfrac{m_2k_2}{k_2 - m_2\omega^2}\right)},$$

sau

$$|M| = \frac{(k_1 - m_1\omega^2)(k_2 - m_2\omega^2)}{\omega[m_3(k_1 - m_1\omega^2)(k_2 - m_2\omega^2) + m_1k_1(k_2 - m_2\omega^2) + m_2k_2(k_1 - m_1\omega^2)]}$$

3.3. *Estimarea parametrilor unui model cu trei mase*

Se estimează valorile parametrilor unui model cu trei mase (fig. 6) și anume k_1, k_2, m_1, m_2, și m_3.

Prin anularea numărătorului expresiei (4) se obțin pulsațiile de antirezonanță

$$\omega_{A_1}^2 = \frac{k_1}{m_1}, \qquad \omega_{A_2}^2 = \frac{k_2}{m_2}. \tag{5}$$

Prin anularea numitorului expresiei (4) se determină pulsațiile de rezonanță. Se obține ecuația

$$m_3(k_1 - m_1\omega^2)(k_2 - m_2\omega^2) + m_1k_1\ (k_2 - m_2\omega^2) + \\ + m_2k_2(k_1 - m_1\omega^2) = 0$$

sau

$$\left(\frac{k_1}{m_1} - \omega^2\right)\left(\frac{k_2}{m_2} - \omega^2\right) + \frac{k_1}{m_3}\left(\frac{k_2}{m_2} - \omega^2\right) + \\ + \frac{k_2}{m_3}\left(\frac{k_1}{m_1} - \omega^2\right) = 0. \tag{6}$$

Înlocuind (5) în (6) rezultă

$$(\omega_{A_1}^2 - \omega^2)(\omega_{A_2}^2 - \omega^2) + \frac{k_1}{m_3}(\omega_{A_2}^2 - \omega^2) + \frac{k_2}{m_3}(\omega_{A_1}^2 - \omega^2) = 0,$$

sau

$$\omega^4 - \left[\omega_{A_1}^2 + \omega_{A_2}^2 + \frac{k_1}{m_3} + \frac{k_2}{m_3}\right]\omega^2 + \omega_{A_1}^2\omega_{A_2}^2 + \frac{k_1}{m_3}\omega_{A_2}^2 + \frac{k_2}{m_3}\omega_{A_1}^2 = 0. \tag{7}$$

Din (7), notînd cu $\omega_{R_1}^2$ și $\omega_{R_2}^2$ rădăcinile ecuației de gradul doi, se deduc ecuațiile

$$\begin{cases} \omega_{A_1}^2 + \omega_{A_2}^2 + \dfrac{k_1}{m_3} + \dfrac{k_2}{m_3} = \omega_{R_1}^2 + \omega_{R_2}^2, \\ \omega_{A_1}^2\omega_{A_2}^2 + \dfrac{k_1}{m_3}\omega_{A_2}^2 + \dfrac{k_2}{m_3}\omega_{A_1}^2 = \omega_{R_1}^2\omega_{R_2}^2, \end{cases}$$

sau

$$\begin{cases} k_1 + k_2 + (\omega_{A_1}^2 + \omega_{A_2}^2 - \omega_{R_1}^2 - \omega_{R_2}^2)m_3 = 0, \\ \omega_{A_2}^2 k_1 + \omega_{A_1}^2 k_2 + (\omega_{A_1}^2\omega_{A_2}^2 - \omega_{R_1}^2\omega_{R_2}^2)m_3 = 0. \end{cases} \tag{8}$$

Din diagrama schelet (fig. 6) rezultă

$$\begin{cases} m_0' = \dfrac{k_1'}{\omega_{A_1}^2} = \dfrac{\omega_{R_1}^2 m_1'}{\omega_{A_1}^2} = \dfrac{\omega_{R_1}^2 k_2'}{\omega_{A_1}^2\omega_{A_2}^2} = \dfrac{\omega_{R_1}^2\omega_{R_2}^2}{\omega_{A_1}^2\omega_{A_2}^2} m_2', \\ m_3 = m_0' - m_1 - m_2 = \dfrac{m_2'\omega_{R_1}^2\omega_{R_2}^2}{\omega_{A_1}^2\omega_{A_2}^2} - \dfrac{k_1}{\omega_{A_1}^2} - \dfrac{k_2}{\omega_{A_2}^2} = \dfrac{m_2'\omega_{R_1}^2\omega_{R_2}^2 - \omega_{A_2}^2 k_1 - \omega_{A_1}^2 k_2}{\omega_{A_1}^2\omega_{A_2}^2} \end{cases} \tag{9}$$

sau

$$\omega_{A_2}^2 k_1 + \omega_{A_1}^2 k_2 + \omega_{A_1}^2\omega_{A_2}^2 m_3 = m_2'\omega_{R_1}^2\omega_{R_2}^2. \tag{10}$$

Se consideră sistemul format din ecuațiile (8) și (10)

$$\begin{cases} k_1 + k_2 + (\omega_{A_1}^2 + \omega_{A_2}^2 - \omega_{R_1}^2 - \omega_{R_2}^2)\, m_3 = 0, \\ \omega_{A_2}^2 k_1 + \omega_{A_1}^2 k_2 + (\omega_{A_1}^2\omega_{A_2}^2 - \omega_{R_1}^2\omega_{R_2}^2)\, m_3 = 0, \\ \omega_{A_2}^2 k_1 + \omega_{A_1}^2 k_2 + \omega_{A_1}^2\omega_{A_2}^2 m_3 = m_2'\omega_{R_1}^2\omega_{R_2}^2. \end{cases} \tag{11}$$

Rezultă :

$$k_1 = \frac{m_2'(\omega_{R_1}^2 - \omega_{A_1}^2)(\omega_{R_2}^2 - \omega_{A_1}^2)}{\omega_{A_2}^2 - \omega_{A_1}^2}, \tag{12}$$

$$k_2 = \frac{m_2'(\omega_{A_2}^2 - \omega_{R_1}^2)(\omega_{R_2}^2 - \omega_{A_2}^2)}{\omega_{A_2}^2 - \omega_{A_1}^2}. \tag{13}$$

Din figura 3 se obține :

$$m_0 = 44{,}04 \text{ kg}; \quad m_1' = 17{,}3 \text{ kg}; \quad m_2' = 9{,}25 \text{ kg};$$

$$f_{A_1} = 22{,}37 \text{ Hz}; \quad f_{A_2} = 140{,}17 \text{ Hz}; \quad f_{R_1} = 35{,}58 \text{ Hz};$$

$$f_{R_2} = 192{,}3 \text{ Hz}.$$

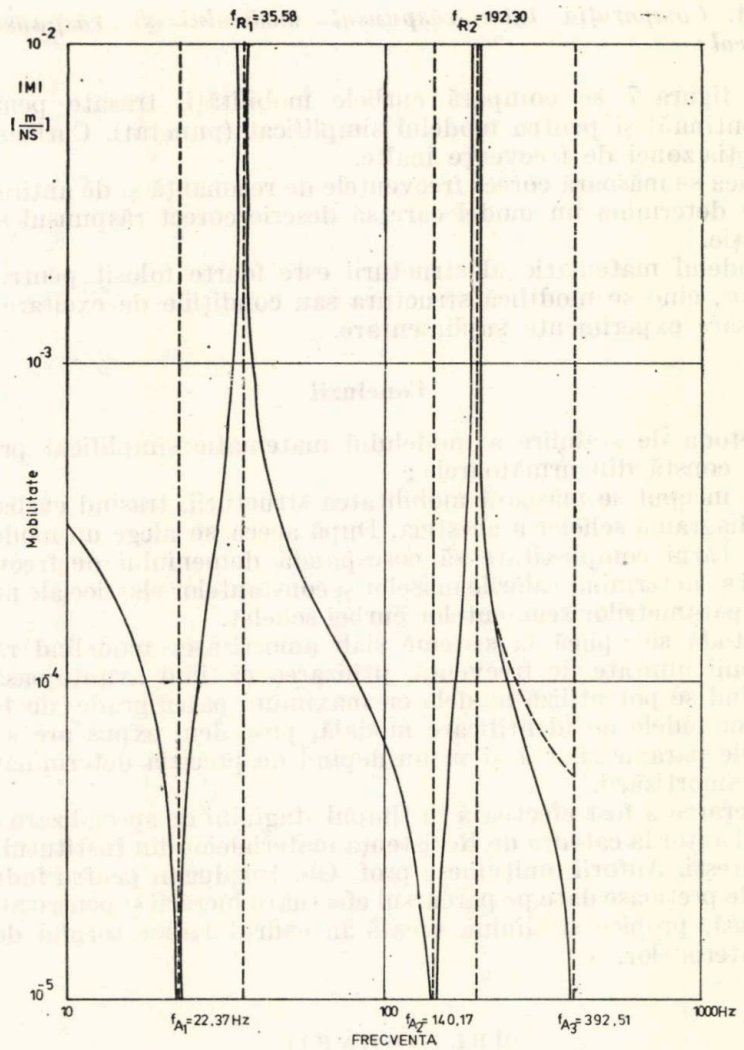


Fig. 7

Utilizînd formulele (12) și (13), se obțin parametrii modelului fizic :

$$k_1 = 5{,}326 \times 10^5 \text{ N/m}; \qquad k_2 = 6{,}076 \times 10^6 \text{ N/m};$$

$$m_1 = \frac{k_1}{\omega_{A_1}^2} = 26{,}96 \text{ kg};$$

$$m_2 = \frac{k_2}{\omega_{A_2}^2} = 7{,}83 \text{ kg};$$

$$m_3 = m_0' - m_1 - m_2 = 9{,}25 \text{ kg}.$$

3.4. *Comparația între răspunsul modelului și răspunsul sistemului real*

În figura 7 se compară curbele mobilității trasate pentru bară (linie continuă) și pentru modelul simplificat (punctat). Curbele coincid cu excepția zonei de frecvențe înalte.

Dacă se măsoară corect frecvențele de rezonanță și de antirezonanță, se poate determina un model care să descrie corect răspunsul structurii în vibrație.

Modelul matematic al structurii este foarte folosit pentru studiul vibrațiilor, cînd se modifică structura sau condițiile de excitare, fără să fie necesare experimente suplimentare.

Concluzii

Metoda de stabilire a modelului matematic simplificat prezentată mai sus constă din următoarele :

La început se măsoară mobilitatea structurii, trasînd curba mobilității și diagrama schelet a acesteia. După aceea se alege un model matematic a cărui complexitate să corespundă domeniului de frecvențe de interes și se determină valorile maselor și constantelor elastice ale modelului pe baza parametrilor segmentelor curbei schelet.

Metoda se aplică la sisteme slab amortizate, modelînd răspunsul pe domenii limitate de frecvență, utilizarea ei fiind avantajoasă numai atunci cînd se pot utiliza modele cu maximum patru grade de libertate. Față de metodele de identificare modală, procedeul expus are avantajul că valorile parametrilor k și m nu depind de precizia determinării prealabile a amortizării.

Lucrarea a fost efectuată în timpul stagiului de specializare efectuat de primul autor la catedra de Rezistența materialelor din Institutul politehnic București. Autorii mulțumesc prof. Gh. Buzdugan pentru îndrumarea și sfaturile prețioase date pe parcursul efectuării lucrării și pentru atmosfera prietenoasă, propice studiului, creată în cadrul Laboratorului de Rezistența materialelor.

BIBLIOGRAFIE

1. *Buzdugan Gh., Mihăilescu El., Radeș M.*, Măsurarea vibrațiilor, Editura Academiei R. S. România, București, 1979.
2. *Radeș M.*, Vibrații mecanice, Lucrări de laborator, I.P.B., 1979.
3. *Radeș M.*, Metode dinamice pentru identificarea sistemelor mecanice, Ed. Academiei R. S. România, București, 1979.

System Modelling From Mobility Measurement Data

The paper presents a non-modal technique for the identification of an elastic structure, from mobility curves obtained by single-point harmonic excitation. One specific application is described for a free — free beam whose mobility can readily be calculated and compared with measured values. The method is best suited to systems with low damping and to frequency ranges encompassing up to four resonances.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 3

621.316.57
C.Z.:621.3.047
620-1

CAPTOARE DE FORȚĂ PENTRU MĂSURAREA SOLICITĂRILOR AXIALE TRANSMISE FUNDAȚIILOR LA ACȚIONAREA ÎNTRERUPĂTOARELOR DE ÎNALTĂ TENSIUNE

DAN-MIHAI ȘTEFĂNESCU*

Se prezintă rezultatele cercetărilor întreprinse pentru realizarea unor captoare de forță originale și cu caracteristici tehnice corespunzătoare, folosite pentru măsurarea solicitărilor axiale transmise fundațiilor, în momentul acționării întrerupătoarelor de înaltă tensiune.

1. Introducere

Aparatajul electric de înaltă tensiune este fixat pe fundații cu ajutorul asamblărilor prin șuruburi.

Solicitările dinamice care apar în timpul funcționării aparatajului, ca de exemplu cele de la deschiderea și închiderea întrerupătoarelor, pot fi sensibil mai mari decît cele statice. Cunoașterea acestor solicitări este foarte importantă pentru stabilirea soluțiilor optime de fundare.

Asamblarea prin șuruburi [6] asigură montarea și demontarea întrerupătorului, creează prestrîngerea necesară în timpul funcționării acestuia și se poate folosi pentru măsurarea directă a solicitărilor apărute, șurubul jucînd rol de element sensibil în captorul de forță. Captorul poate controla prestrîngerea cu o precizie mai bună decît cea realizată prin măsurarea cuplului de strîngere cu cheia dinamometrică sau prin citirea pe un disc gradat a unghiului de rotire, calculat cu formula pasului șurubului [8].

Asamblarea cu prestrîngere (fig. 1) produce în șurub și piesele strînse la montare o forță inițială (N_0), deosebită de forța de exploatare (N), care poate acționa dinamic (deschiderea și închiderea întrerupătorului) și static (greutatea acestuia).

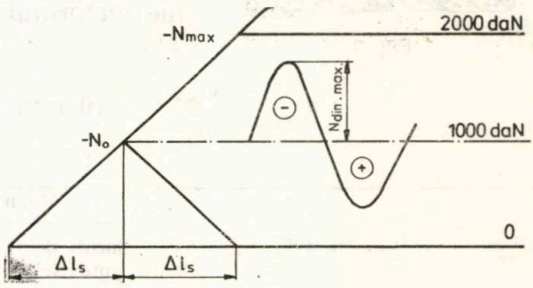


Fig. 1

Manuscris predat redacției la data de 7 mai 1981

* Inginer principal, Laboratorul de cercetări pentru încercări de materiale, Institutul politehnic București.

În lucrare se prezintă date privind proiectarea, realizarea şi caracteristicile tehnice ale captoarelor de forţă, urmînd ca rezultatele măsurărilor, efectuate pe standul de încercare a întrerupătoarelor de înaltă tensiune, la Electroputere — Craiova, să constituie obiectul unui alt articol.

2. Proiectare

Măsurarea forţei axiale se face cu ajutorul a patru captoare, montate pe cele patru şuruburi de strîngere. Prin proiectare se urmăreşte distribuţia simetrică a sarcinii pe cele patru captoare, la fiecare dintre acestea solicitarea trebuind să fie perfect axială, fără excentricitate, înclinare sau cuplu de răsucire (fig. 2).

Ţinînd seama de încărcările statice şi dinamice estimate (tabelul 1), fiecare captor este proiectat pentru o sarcină nominală : N_{max}=2.000 daN, adică poate suporta singur greutatea întrerupătorului în momentul aşezării.

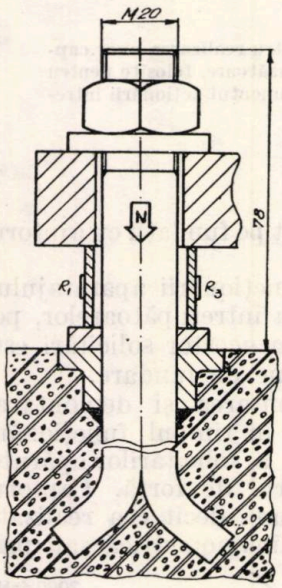


Fig. 2

Spaţiul disponibil pentru montare şi condiţiile de funcţionare ale întrerupătorului impun condiţii restrictive pentru diametrul şi înălţimea captorului. Greutatea scăzută şi deformaţia mică a captorului contribuie la îmbunătăţirea comportării sale dinamice.

Elementul sensibil al captorului necesită un material cu proprietăţi elastice corespunzătoare : histerezis redus şi valoare ridicată a limitei de proporţionalitate. Sub această limită este valabilă legea lui Hooke :

$$\sigma = \varepsilon \cdot E, \qquad (1)$$

unde : σ este efortul unitar, ε — deformaţia specifică ($\Delta l/l$) şi E — modulul de elasticitate (la oţel : $2{,}1 \cdot 10^4$ daN/mm²). Se alege OLC 45 îmbunătăţit, admiţînd : σ_a = 14,3 daN/mm².

Aria suprafeţei secţiunii transversale se obţine din formula de dimensionare la compresiune [2] :

$$A_{nec} = \frac{N_{max}}{\sigma_a} = 140 \text{ mm}^2 = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) \qquad (2)$$

Tabelul 1

Întrerupător	Montaj		Sarcină, daN.	
	Şurub de fundaţie	Şurub de fixare	Statică	Dinamică
IO 72,5 kV/1,5 GVA	M 20	—	1812	700
IUT 145 kV/1250 A	M 22	—	<2000	1900
IO 110 kV/1600 A	—	M 24	1610	600
IO 245 kV/1600 A	—	M 24	1520	1000

Alegînd diametrul interior al secțiunii inelare : $d = 25$ mm, rezultă diametrul exterior : $D = 28{,}3$ mm. Raza de curbură este suficient de mare pentru a neglija deformația aparentă de natură termică la TER (traductoare electrotensometrice rezistive).

Pierderea stabilității elastice a elementului sensibil, considerînd coeficientul de siguranță la flambaj $c = 6$ și cunoscînd momentul de inerție :

$$I_{min} = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4) = 12.311 \text{ mm}^4, \tag{3}$$

ar avea loc la o lungime :

$$l = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{E \cdot I_{min}}{c \cdot N_{max}}} = 230{,}5 \text{ mm}. \tag{4}$$

(La secțiunea pătrată s-ar obține : $l = 86$ mm).

Pentru lungimea de 50 mm, deformația statică maximă a corpului elastic al captorului este :

$$\Delta l_{max} = \frac{N_{max} \cdot l}{E \cdot A} = 0{,}034 \text{ mm}. \tag{5}$$

Corpul elastic (reperul 2 din fig. 5) are o astfel de formă încît să concentreze sarcina aplicată în secțiunea în care se lipesc TER. Conectate în punte Wheatstone, TER transformă deformația specifică ε, datorită solicitării mecanice, într-o variație ΔR a rezistenței electrice R, conform relației :

$$\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \varepsilon, \tag{6}$$

unde $k \cong 2$ este constanta traductorului.

Spre a elimina efectele de capăt, TER trebuie plasate în secțiunea mediană a corpului elasic, la o distanță suficient de mare de locul de aplicare a forței, într-o zonă cu deformații mari și uniforme [3], [12]. Pentru simetrie mecanică completă se recomandă o schemă cu opt TER [8], [15], cu perechile de traductoare amplasate diametral opus (fig. 3). Prin această conectare se mediază forța de compresiune din valorile deformațiilor longitudinale din două plane perpendiculare între ele și se elimină efectele forțelor laterale, momentelor de încovoiere și de răsucire, precum și cele ale gradienților termici, atît pentru stabilitatea zeroului, cît și pentru aceea a sensibilității. Sînt necesare TER cu bază mică, care să se încadreze în zona liniilor isoelastice. Cele mai potrivite sînt rozetele — T (exemplu : tip 3/350 XY 11 — Hottinger), datorită ușurinței de lipire și micșorării erorilor de aliniere.

Montajul în punte [4] asigură simetria electrică și lucrează în metoda dezechilibrului, aplicabilă și fenomenelor dinamice. Fixînd o tensiune de

alimentare (U_a), rezultă o tensiune în diagonala de măsură (U_m), care variază proporţional cu sarcina aplicată [13], după relaţia:

$$U_m = \frac{n}{4} \cdot k \cdot \varepsilon \cdot U_a, \tag{7}$$

în care n este numărul de braţe active ale punţii.

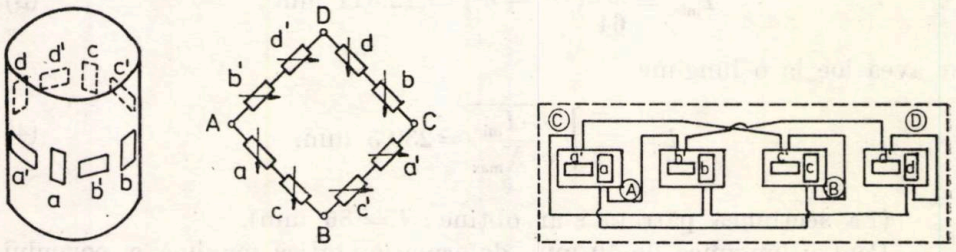


Fig. 3

Semnalul electric se citeşte pe un instrument cu zero la mijloc (sens negativ pentru compresiune şi pozitiv pentru întindere), instrument care limitează rezoluţia practic infinită a captorului.

Pentru puntea cu numai două braţe active (fig. 4) se obţine, pentru $\varepsilon = 1000$ μm/m, o eroare de neliniaritate de 0,1 % [16].

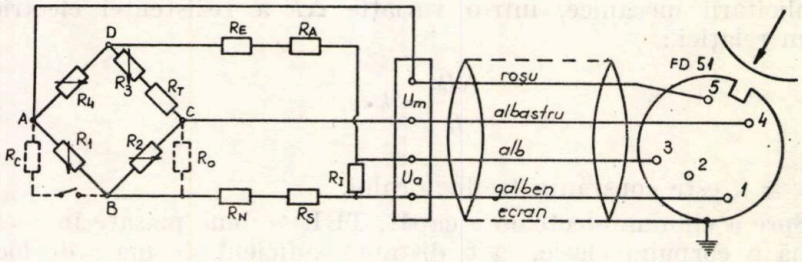


Fig. 4

Sensibilitatea captorului se defineşte prin relaţia:

$$S = \frac{U_m}{U_a} = \frac{n}{4} \cdot k \cdot \varepsilon. \tag{8}$$

Stabilitatea pe termen lung a captorului se obţine folosind [7]: a) oţel de calitate pentru corpul elastic; b) TER cu folie; c) adeziv special, cu cîteva cicluri de coacere la cuptor (de exemplu: M-Bond 610 — Vishay); d) bariere de protecţie la umiditate şi alţi factori ambianţi, pe bază de cauciuc siliconic şi răşini; e) carcasă metalică închisă ermetic, prevăzută cu mufă; f) cabluri ecranate.

3. Realizare

Pe baza celor arătate anterior și ținînd seama de posibilitățile existente, s-au realizat patru captoare de forță de 2.000 daN, ale căror desene de execuție se află în lucrarea [14].

Captorul, reprezentat în figura 5, cuprinde următoarele repere componente : 1) carcasă ; 2) corp elastic ; 3) TER ; 4) chit de protecție ; 5) fire de conexiune ; 6) conectori ; 7) garnitură de carton ; 8) capac de plexiglas, inscripționat la pantograf ; 9) garnituri de cauciuc ; 10) șaibă ; 11) presetupă ; 12) cablu ; 13) șuruburi.

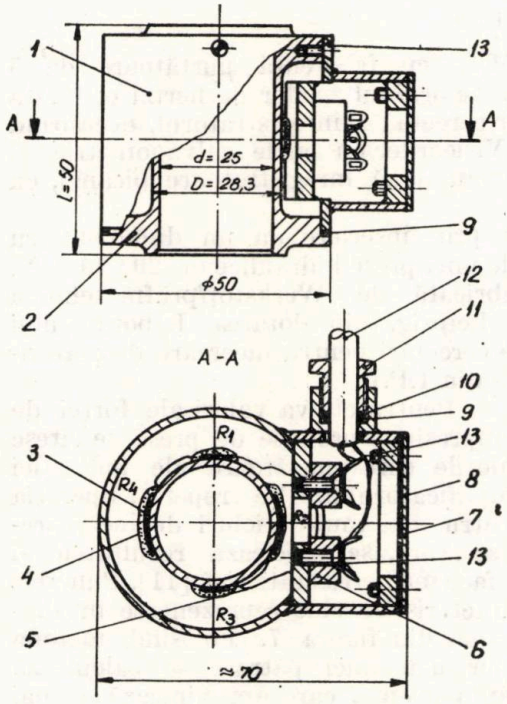


Fig. 5

S-au folosit TER din același pachet, cu $R = 121{,}2$ ($\pm$ $\pm$ 0,25 %) Ω și $k = 2{,}04$, de fabricație Mikrotechna și adeziv Z 70 — Hottinger.

În vederea eliminării influenței solicitărilor nedorite, s-a acordat o atenție deosebită poziționării corecte a TER în aceeași secțiune și apăsării lor identice în procesul de lipire. Presarea neegală ar duce la sensibilități diferite la TER longitudinale, ceea ce ar produce și o eroare de ordinul doi datorită încovoierii, în cazul solicitării neaplicate perfect axial. În lucrarea [10] sînt prezentate dispozitivele pentru realizarea apăsării uniforme și alte detalii despre lipirea TER pe circumferință. Efectuarea corectă a acestei operații asigură transferul optim al deformației de la elementul sensibil la TER, fără apariția unor fenomene visco-elastice, care să conducă la erori ale indicației în funcție de timp [5].

S-au parcurs, în continuare, toate etapele necesare pentru a realiza, cu materialele avute la dispoziție, un captor cu performanțe ridicate [1], [9].

Prin etalonare statică se elimină diferențele ce apar față de cazul ideal, în care se aplică formulele de calcul din rezistența materialelor.

Etalonarea se face cu ajutorul schemei de măsurare care se va folosi și la standul de încercare a întrerupătoarelor. Schema electronică (fig. 6) conține următoarele elemente : 1) captoarele de forță ; 2) cablurile de măsură, al căror ecran se leagă la masa amplificatorului, pentru a evita formarea legăturilor parazite la pămînt ; 3) amplificatorul tensome-

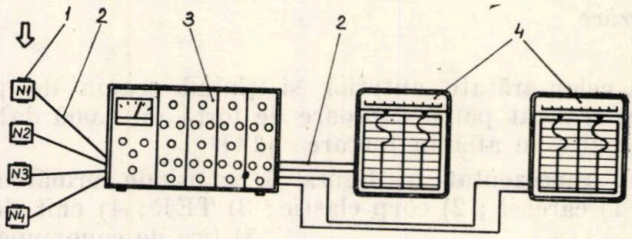


Fig. 6

tric multicanal, tip N 2.302—I.E.M.I., cu frecvență purtătoare de 5 kHz, suficient de mare față de cea de ordinul zecilor de hertzi estimată pentru fenomenele dinamice ce se vor cerceta ; 4) înregistratorul, necesitînd patru canale, deci se pot folosi un Visicorder cu bucle galvanometrice și hîrtie sensibilă la raze ultraviolete sau două înregistratoare bicanal, cu peniță, tip E 546 G — F.E.A.

Fiecare captor se etalonează prin înseriere cu un dinamometru mecanic de precizie 1 % între bacurile unei prese hidraulice de 20.000 daN, fabricată de Werkstoffprüfmaschinen — Leipzig, din dotarea Laboratorului de cercetări pentru încercări de materiale din I.P.B.

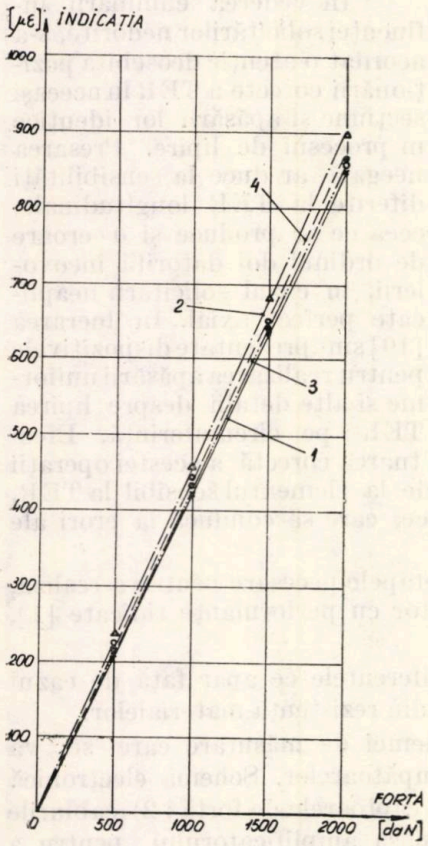


Fig. 7

Pentru cîteva valori ale forței de compresiune produse de presă, se citesc valorile corespunzătoare ale indicației amplificatorului. Se repetă operația pentru mai multe cicluri de încărcare-descărcare, se tabelează rezultatele și se face medierea statistică [11]. Punctele caracteristice sînt reprezentate în diagrama din figura 7. Folosind metoda celor mai mici pătrate se calculează panta dreptei care aproximează cel mai bine punctele experimentale. Acesta este tocmai coeficientul de sensibilitate al captorului, exprimat în με/daN și care, pentru valoarea nominală a sarcinii, se poate transforma în mV/V cu ajutorul formulei (8).

Performanțele captorului realizat sînt comparabile cu cele obținute de firmele străine cu tradiție în acest domeniu (v. tabelul 2).

4. Caracteristici tehnice

Valori tipice pentru caracteristicile tehnice ale captoarelor de forță realizate sînt următoarele [1], [10] :

Tabelul 2

Firmă	Țară	Tip	Dimensiuni, mm		Element elastic	Rezistență, ohmi	Sensibilitate, m V/V	Eroare, %
			Diametru	Înălțime				
AMETEK	S.U.A.	L.P.D.	101,6	23,9	extraplat	350	2...3	±0,1
B.B.	R.F.G.	C 1200	50	80	coloană	350	2	±0,3
		U 2000	50	15	extraplat	350	3	±0,5
B.L.H.	S.U.A.	C 3 P 1	89	116	inel	350	3±0,1%	0,1
		U 3 L 1 B	95	76	coloană	350	3±0,1%	0,2
BURSTER	R.F.G.	41	88,9	25,4	cilindru gol	350	3	±0,2
		D	50,8	15,8	membrană	350	2	±0,5
CELESCO	S.U.A.	L P 402	127	58,4	extraplat	350	2...3	0,1
COUTANT	FRANȚA	C.C.C 2	76,2	127	cilindru gol	240	1,5	±1
DILLON	S.U.A.	S.G.M.C	45,2	63,5	coloană	350	1	±0,1
ELAN-SHALT.	R.F.G.	LS—1	78	100	coloană	350	2	0,5
ELBERG	ITALIA	ELTA-502	50	120	coloană	350	2	±0,25
ENERTEC	FRANȚA	CD 7600	35	70	coloană	350	2	0,35
ERICHSEN	R.F.G.	719	120	93	coloană	350	2	±0,1
		731	80	55	cilindru gol	350	1	±1
G.S.E.	S.U.A.	4.600	184,2	31,8	extraplat	350	2	±0,9
HELLIGE	R.F.G.	SL 9600	60	48,5	coloană	350	2	0,5
HONEYWELL	AUSTRIA	SG 1	100	50	cilindru	600	1	0,25
HOTTINGER	R.F.G.	U1V	90	140	coloană	350	2	±0,1
		C 6	82	60	cilindru gol	350	2	±1
HOUSTON SC.	S.U.A.	3500	38,1	38,1	cilindru gol	350	2	±0,35
HYMATIC	ANGLIA	440	104	141	coloană	350	2	0,35
INTERFACE	S.U.A.	1221	104,6	34,8	extraplat	350	2...4	0,1
L.C.I.M.	ROMANIA	D.M.S. 1	50	50	cilindru gol	120	0,85	±0,7
PEEKEL	OLANDA	D 203	60	85	coloană	240	1	0,2
PESAGE	FRANȚA	C	120	125	coloană	350	2,8	0,5
PHILIPS	OLANDA	PR 9226	100	84	cilindru gol	600	1	0,5
S.E.P.	FRANȚA	31 C	45	60	membrană	350	2	±1
SHINKOH	JAPONIA	LC	56	105	cilindru	120	0,6...1	0,5
—	U.R.S.S.	U 2	120	136	cilindru	190	1	±0,5
VIBROMETER	ELVEȚIA	LC	100	120	coloană	240	2±0,3%	±0,25

— solicitarea : compresiune ;
— sarcina nominală ; 2.000 daN ;
— suprasarcina maximă : 50 % ;
— gabaritul : ∅ 50mm × 50mm ;
— rezistenţa de intrare : 121,2 Ω ;
— rezistenţa de ieşire ; 121,2 Ω ;
— rezistenţa de izolaţie : 5 GΩ ;
— tensiunea de alimentare a captorului : maximum 5 V ef ;
— deriva zeroului (timp de 8 ore) : $\leqslant \pm$ 0,4 % ;
— sensibilitatea (la sarcina nominală) : 0,85 mV/V ;
— rezoluţia : 2 daN ;
— eroarea globală (neliniaritate + histerezis) : $\leqslant \pm$ 0,7 % ;
— factorii ambianţi :
  — temperatura : 0 la 40°C ;
  — umiditatea maximă : 80 %.

Concluzii

S-au comparat cîteva metode posibile de măsurare a forţei axiale transmise de întrerupătoare la fundaţii în momentul acţionării şi s-a ales cea mai adecvată : tensometria electrică rezistivă.

Ţinînd seama de posibilităţile existente, s-au proiectat, realizat şi etalonat patru captoare de forţă de concepţie proprie şi cu performanţe ridicate, care corespund pe deplin cerinţelor unor măsurări de calitate.

BIBLIOGRAFIE

1. *Avril, J.*, Encyclopedie Vishay d'analyse des contraintes. Socedit., Paris, 1974.
2. *Buzdugan, Gh.*, Rezistenţa materialelor. Ed. tehn., Bucureşti, 1980.
3. *Constantinescu, I.*, Captoare. În : Analiza experimentală a tensiunilor (vol. I), sub red. I. Mocanu. Ed. tehn., Bucureşti, 1976.
4. *Erler, W., Walther, L.*, Elektriceskie izmerenia neelektriceskih velicin poluprovodnikovîmi tenzorezistorami (trad. din lb. germ.). Izd. Mir, Moscova, 1974.
5. *Lohr, R. D.*, Load Cells for Materials Testing. Measurement and Inspection Technology, jul. 1980 (reprint Instron).
6. *Manea, Gh.*, Organe de maşini (vol. I), Ed. tehn., Bucureşti, 1970.
7. *Neubert, H.K.P.*, Instrument Transducers. Clarendon Press, Londra, 1963.
8. *Palme, E., Bayer, W.*, Einsatz von Dehnungsmesstreifen zum Messen von Vorspannkräften an hochfesten Schraubenverbindungen. Messtechnische Briefe H.B.M., nr. 3, 1976.
9. *Pople, J.*, Strain Measurement Reference Handbook. British Society of Strain Measurement, Newcastle upon Tyne, 1979.
10. *Ştefănescu, D. M.*, Măsurarea variaţiilor de presiune folosind traductoare electrotensometrice rezistive. Rev. Transp. şi Telecom., nr. 6, 1979.
11. *Tiron, M.*, Prelucrarea statistică şi informaţională a datelor de măsurare, Ed. tehn., Bucureşti 1976.
12. *Weiler, W., Sawla, A.*, Kraftmessgeräte für die Untersuchung und den Vergleich von Kraft-Normalmesseinrichtungen. Messtechnische Briefe H.B.M., nr. 2, 1974.
13.* * * Baldwin Lima-Hamilton Electronics. Load Cells. Catalog 401—8, 1979.
14. * * * Takeda-Riken. Low Level Digital Data Acquisition. Appl. Note nr. 1, febr. 1969.
15.* * * Vishay Micro-Measurements. Wheatstone Bridge Nonlinearity. Tech. Note 139—2, 1976.

Load Cells Used for Measuring the Thrust Transmitted by Circuit Breakers at the Foundations When Acting

The paper presents the results of the researches in order to obtain some original load cells, and endowed with appropriate technical characteristics, used for measuring the thrust transmitted to foundations during the operation of high — voltage circuit breakers.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 3

TEHNOLOGIA MATERIALELOR

C.Z.: 621.7
621.94

ASUPRA PRELUCRABILITĂȚII PRIN ASCHIERE A ALIAJELIR DE ALUMINIU DEFORMABILE

N. ATANASIU, C. I. IONESCU, ZOE ATANASIU*

În lucrare se prezintă rezultatele obținute la prelucrarea prin strunjire de finisare a aliajelor de aluminiu deformabile din grupele : Al—Mg, Al—Cu — Mg și Al—Zn—Mg—Cu.

Experimentările efectuate au dovedit că aliajele de aluminiu din aceste grupe se pot prelucra prin strunjire, în condiții bune, pe mașini unelte universale, cu scule standardizate.

De asemenea, s-a constatat că rugozitatea suprafețelor prelucrate este influențată atît de parametrii regimului de așchiere cît și de mediul de răcire-ungere.

Pentru a descrie curbele teoretice privind dependența rugozității R_a de avans (s) și de raza la vîrf a cuțitului s-au elaborat modele matematice destinate stabilirii condițiilor optime de prelucrare a materialelor studiate.

1. Introducere

Aliajele de aluminiu din grupele Al-Mg, Al-Cu-Mg și Al-Zn-Mg-Cu, caracterizate printr-o rezistență mecanică ridicată au o largă utilizare într-o serie de ramuri industriale cum sînt : construcții aeronautice și navale, industria chimică și farmaceutică, în transporturi etc.

În cadrul procedeelor de prelucrare aplicate acestor aliaje, prelucrările prin așchiere au o pondere însemnată, fapt ce a determinat extinderea cercetărilor pentru stabilirea regimurilor de așchiere optime.

La aliajele de aluminiu, caracterizate printr-o ușoară prelucrabilitate, capătă importanță cunoașterea aspectelor economice și calitative : forțe de așchiere, deci consumul de energie, durabilitatea sculelor, productivitatea, calitatea suprafeței etc.

La prelucrabilitatea materialelor metalice se impune, printre altele, stabilirea dependenței dintre parametrii regimului de așchiere și ai sculei așchietoare și calitatea suprafeței prelucrate.

Manuscris predat redacției la data de 6 mai 1981

* Conf. dr. ing. : Asist. ing. Cat. Tehnologia Mater. și Sudură, Șef lucrări ing. Cat. Tehnologia industrială ASE București

În ceea ce privește aliajele de aluminiu, calitatea suprafeței constituie criteriul esențial în aprecierea prelucrabilității prin așchiere.

În lucrarea de față se prezintă rezultatele cercetărilor privind dependența rugozității suprafețelor prelucrate funcție de valorile optime ale parametrilor regimului de așchiere (avans, viteză de așchiere, adîncimea de așchiere), de parametrii geometrici ai sculei așchietoare și de condițiile de răcire-ungere.

2. Condiții experimentale

Materiale utilizate. În experimentările efectuate s-au folosit produse extrudate și recoapte, fabricate în condiții industriale la Intreprinderea de Prelucrare a Aluminiului din Slatina sub formă de bare cu diametrul de 50 mm din următoarele aliaje de aluminiu: AlMg2, AlMg3, AlMg5, AlCu4Mgl și AlZn5Mg2Cu2.

În tabelul 1 se prezintă compoziția chimică a acestor aliaje determinată spectral cu un aparat Quantolet GQM-75, iar în tabelul 2, caracteris-

Tabelul 1

Compoziția chimică a aliajelor de aluminiu studiate

Denumirea aliajului	Conținutul elementelor, în %									
	Cu	Mn	Mg	Si	Fe	Cr	Zn	Ti	Zr	Al
AlMg2	0,03	0,34	2,28	0,14	0,28	0,01	0,02	0,055	—	rest
AlMg3	0,08	0,15	3,14	0,21	0,16	0,20	0,18	0,17	—	rest
AlMg5	0,10	0,15	5,10	0,30	0,38	0,15	0,10	—	—	rest
AlCu4Mg1	4,66	0,74	0,74	0,21	0,28	—	0,09	0,08	0,08	rest
AlZn5Cu2Mg2	1,46	0,28	2,21	0,17	0,32	0,20	5,56	0,22	0,07	rest
AlZn5Cu2Mg2	1,46	0,28	2,21	0,17	0,32	0,20	5,56	0,22	0,07	rest

Tabelul 2

Caracteristicile mecanice ale barelor extrudate și recoapte

Nr. crt.	Denumirea aliajului	Rezistența la rupere, R_m N/m²	Limita de curgere, $R_{p0,2}$ N/m²	Alungirea A, %
1.	AlMg2	189,6	95,76	21,95
2.	AlMg3	201,6	—	19,20
3.	AlMg5	296,5	—	18,43
4.	AlCu4Mg1	205,3	105,4	11,80
5.	AlZn5Mg2Cu2	257,4	161,6	9,60

ticile mecanice după tratamentul termic de recoacere. Valorile caracteristicilor mecanice reprezintă o medie a trei încercări de tracţiune efectuate cu o viteză de 30 mm/min pe o maşină universală tip ZWICK 7045.

După recoacere aliajele studiate au prezentat o anumită cantitate de particule insolubile în matricea de aluminiu. Astfel aliajele din grupa Al-Mg conţineau particule de Mg_2Al_3 şi Mg_2Si precum şi faze intermetalice de Cr şi Mn. Aliajul AlCu4Mgl prezenta o structură cu fazele solubile, constituite din $CuAl_2$ şi $CuMgAl_2$ precum şi particule insolubile de (Cu, Fe Mn) Al_2. La aliajul AlZn5Mg2Cu2 structura a fost constituită din faza solubilă $MgZn_2$ şi din particule de Mg_2Si (1), (2), (3), (4), (5).

Echipamentul şi aparatura. Prelucrările prin aşchiere s-au executat pe un strung universal folosind cuţite standardizate din oţel rapid şi cu plăcuţe dure lipite.

Prelucrările au fost efectuate atît fără lichide de răcire-ungere, cît şi cu petrol, emulsie de ulei 17% şi ulei mineral.

Aducerea lichidului în zona de aşchiere s-a realizat cu ajutorul pompei din dotarea strungului.

Măsurarea rugozităţii R_a a suprafeţelor prelucrate, pentru fiecare regim de prelucrare, s-a efectuat cu un rugozimetru optic tip МИС-11 şi cu un rugozimetru cu palpator tip Taylor-Hobson (6).

3. Rezultatele obţinute

Prelucrarea prin strunjire a aliajelor de aluminiu studiate s-a realizat, după criteriul calităţii suprafeţei prelucrate, cu regimuri de finisare. Din acest motiv s-au folosit domenii restrînse pentru parametrii regimului de aşchiere. Astfel, pentru avans s-a luat în consideraţie domeniul valorilor mici : $s = 0{,}065 - 0{,}2$ mm/rot, iar pentru vitezele de aşchiere s-au folosit valori mari (turaţiile mari realizabile pe strung) : $v_{az} = 40-180$ m/min, corespunzătoare turaţiilor $n = 1120-1800$ rot/min.

Rezultatele experimentale obţinute privind dependenţa rugozităţii (R_a) de avans (s) s-au reprezentat sub forma diagramelor din fig. 1, pentru aliajele : AlMg2, AlMg3, AlMg5, AlCuMgl şi AlZn5Mg2Cu2, menţinîndu-se constante valorile celorlalţi parametri tehnologici şi ale geometriei sculei.

Analiza graficului din fig. 1 permite să se observe că avansul este un parametru care influenţează rugozitatea suprafeţelor prelucrate într-o măsură însemnată, existînd diferenţieri pentru fiecare aliaj în parte. Astfel pentru obţinerea unei rugozităţi $R_a \leqslant 3{,}2$ avansul necesar va trebui să fie : $s \leqslant 0{,}13$ mm/rot la AlMg2 ; $s \leqslant 0{,}115$ mm/rot la AlMg5 ; $s \leqslant 0{,}135$ mm/rot la AlCu4Mgl şi $s \leqslant 0{,}117$ mm/rot la AlZn5Mg2Cu2. Se observă că

cele mai reduse valori ale rugozității, în domeniul analizat, se obțin în cazul aliajului AlCu4Mgl.

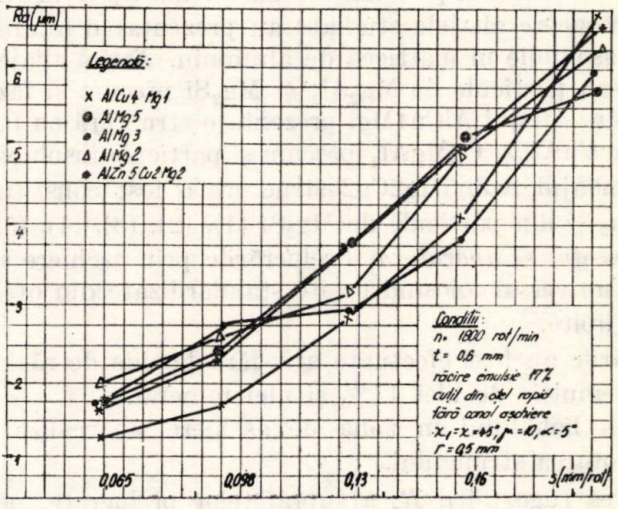


Fig. 1. Dependența rugozității R_a de avansul s la strunjirea aliajelor de aluminiu deformabile.

Pentru cazul utilizat în practică, cînd profilul teoretic al suprafeței prelucrate este format de ambele tăișuri și rezultă ca o urmă a tăișului cu raza r, rugozitatea se poate determina (7) cu relația :

$$R_c = r - \sqrt{r^2 - \frac{s^2}{4}} \tag{1}$$

sau

$$R_c = \frac{s^2}{8\ r} \tag{2}$$

cu condițiile : $\chi > \arcsin \frac{s}{2r}$ și $\chi_1 \arcsin \frac{s}{2r}$; în care : r — raza la vîrf a cuțitului, în mm ;

s — avansul, în mm/rot ;

$\varkappa$ — unghiul de atac prncipal, în grade sexagesimale ;

$\varkappa_1$ — unghiul de atac secundar, în grade sexagesimale.

În cazul strunjirii aliajelor de aluminiu studiate s-a constatat că curbele de variație $R_a = R_a(s)$ obținute experimental nu corespund curbei teoretice date de relația (1) sau (2). Pentru a stabili modelul matematic care să descrie în mod mai fidel dependența rugozității funcție de avans,

în condiţiile reale de prelucrare, s-au introdus coeficienţi care ţin seama de materialul prelucrat şi de condiţiile de prelucrare, obţinîndu-se relaţia :

$$R_a(s) = Ks_1 \frac{s^2}{r} + \frac{Ks_2}{s} (\mu m) \qquad (3)$$

Coeficienţii adimensionali Ks_1 şi Ks_2 s-au calculat pentru fiecare din aliajele de aluminiu studiate, fiind prezentaţi în tabelul 3. În fig. 2 s-au reprezentat curbele teoretice determinate cu relaţia (3) şi pentru comparaţie s-a reprezentat cu linie întreruptă curba descrisă de relaţia generală (2).

Tabelul 3

Coeficienţii adimensionali de avans Ks şi Ks pentru strunjirea aliajelor de aluminiu deformabile

Material	Ks_1	Ks_2
AlMg2	0,086	0,10
AlMg3	0,062	0,01
AlMg5	0,094	0,06
AlCu4Mg1	0,078	0,05
AlZn5Mg2Cu2	0,094	0,06

Variaţia rugozităţii suprafeţei prelucrate funcţie de viteza de aşchiere s-a reprezentat în fig. 3 pentru aliajele AlMg3, AlMg5, AlCu4Mgl şi AlZn5Mg2Cu2.

Prelucrarea s-a realizat cu următorii parametri : avansul s = = 0,065 mm/rot, adîncimea de aşchiere t = 0,6 mm, cuţitele din oţel rapid avînd următoarea geometrie : $\varkappa = 75°$, $\varkappa_1 = 15°$, $\gamma = 10°$, $\alpha = 5°$ şi r = 0,5 mm. S-a utilizat ca lichid de răcire-ungere petrolul.

Alura curbelor de variaţie a rugozităţii funcţie de viteza de aşchiere, asemănătoare cu curbele obţinute la oţeluri (7), pune în evidenţă zonele (valorile vitezei de aşchiere) în care au loc depunerile pe tăişul sculei, zone în care se obţin valori maxime ale rugozităţii suprafeţei prelucrate.

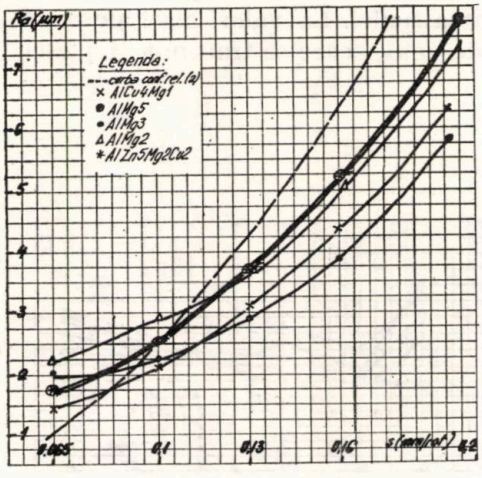


Fig. 2. Diagramele teoretice de variaţie a rugozităţii funcţie de avans stabilite cu ajutorul modelului matematic.

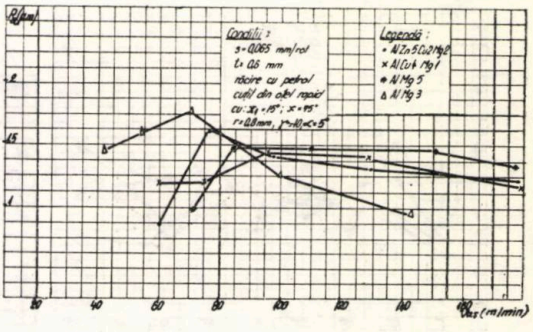


Fig. 3. Influenţa vitezei de aşchiere asupra rugozităţii suprafeţei strunjite.

Din fig. 3 și tabelul 2 se poate observa că zonele de maxim ale curbelor $R_a(v)$ se deplasează, în general, spre dreapta — scăzînd ca valoare cu cît crește duritatea și rezistența la rupere a aliajelor repective.

Din analiza graficului se constată, în general, o scădere a rugozității, cu creșterea vitezei de așchiere, în cazul tuturor aliajelor prelucrate. La aliajul AlMg3 se observă o scădere continuă a rugozității în domeniul de viteze de așchiere $v_{aș} = 40 - 140$ m/min. În cazul aliajului AlMg5 se constată o creștere a rugozității în domeniul $v_{aș} = 70 - 85$ m/min, urmată de o scădere continuă, dar mai lentă în domeniul $v_{aș} = 85 - 180$ m/min. Pentru aliajul AlCu4Mg1 rugozitatea crește odată cu creșterea vitezei de așchiere în domeniul $v = 60 - 95$ m/min, la viteze mai mari aceasta scăzînd continuu. Aliajul AlZn5Mg2Cu2 se comportă asemănător cu AlMg5 și anume rugozitatea crește în domeniul $v_{aș} = 60 - 75$ m/min, iar în domeniul $v_{aș} > 75$ m/min scade continuu.

În ceea ce privește geometria sculei așchietoare s-au luat în considerare unghiurile de atac ($\varkappa$ și $\varkappa_1$) și raza la vîrf a cuțitului.

Pentru a evidenția dependența rugozității supafeței prelucrate de unghiul de atac secundar $\varkappa_1$ s-au construit graficele din fig. 4. În experimentările efectuate s-au folosit cuțite de strung avînd unghiurile $\varkappa$ și $\varkappa_1$ diferite ($\varkappa + \varkappa_1 = 90°$), ceilalți parametri geometrici fiind constanți ($r = 0{,}8$ mm, $\gamma = 10°$ și $\alpha = 5°$).

Parametrii regimului de așchiere utilizați au fost: avansul $s = 0{,}065$ mm/rot, turația $n = 1800$ rot/min. fără lichide de răcire-ungere. Din studiul graficelor din fig. 4 se observă că valorile minime ale rugozității R_a(în domeniul valorilor mici ale avansului) se obțin pentru $\varkappa_1 = 5°$, în cazul prelucrării aliajelor: AlMg3, AlMg5, și AlZn5Mg2Cu2 și $\varkappa_1 = 15°$ în cazul aliajelor AlMg2 și AlCu4Mg1.

Raza la vîrf a cuțitului influențează într-o măsură importantă calitatea suprafeței prelucrate și durabilitatea sculei. La valori mari ale razei la vîrf a cuțitului se produc vibrații ale sculei care se transmit și piesei de prelucrat.

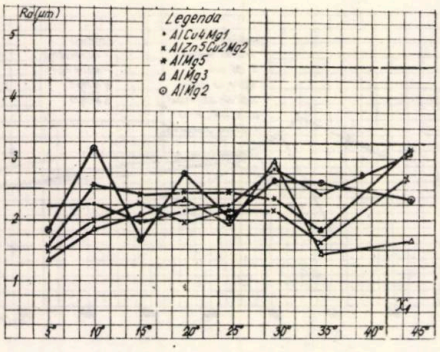


Fig. 4. Influența unghiurilor de atac asupra rugozității suprafeței strunjite.

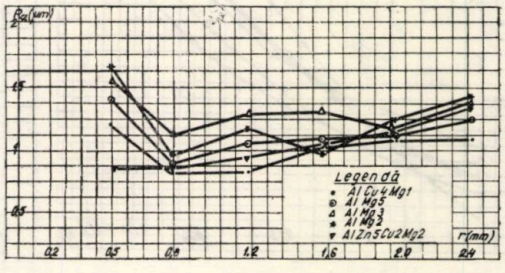


Fig. 5. Dependența rugozității suprafeței prelucrate de raza la vîrf a cuțitului de strung.

În cazul aliajelor folosite la experimentări, dependența rugozității R_a de raza la vîrf a cuțitului s-a pus în evidență în graficele din fig. 5. La prelucrări s-au folosit cuțite din oțel rapid avînd raze la vîrf diferite, iar ceilalți parametri nemodificați și anume : $\varkappa_1 = 5°$, $\varkappa = 85°$, $\gamma = 10°$, $\alpha = 5°$, avansul $s = 0{,}065$ mm/rot, fără lichid de răcire-ungere.

Pentru toate aliajele prelucrate se constată că graficele prezintă puncte de minim în domeniul $r = 0{,}7-1{,}4$ mm.

Pe baza datelor experimentale obținute s-a realizat modelarea matematică a modului de variație a rugozității funcție de raza la vîrf a cuțitului prin adaptarea relației (2) cu ajutorul unor coeficienți care depind de material :

$$R_a(r) = K_{r1} \cdot \frac{s^2}{r} + K_{r2} \cdot r \quad (\mu m) \tag{4}$$

în care K_{r1} și K_{r2} sînt coeficienți adimensionali care țin seama de material, fiind determinați experimental, astfel încît curbele teoretice de variație a rugozității funcție de raza la vîrf a cuțitului, să corespundă într-o măsură suficientă cu datele experimentale. Valorile acestor coeficienți sînt prezentate în tabelul 4.

În fig. 6 sînt prezentate diagramele teoretice stabilite conform relației (4)de variație a rugozității funcție de raza la vîrf.

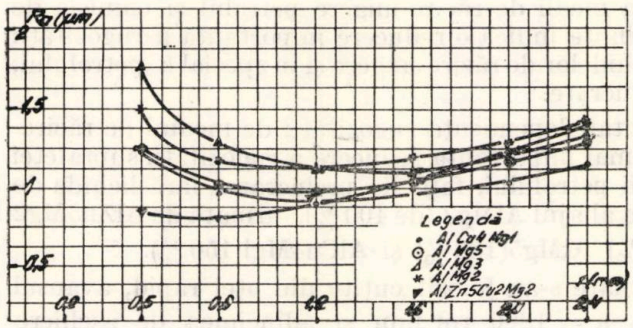


Fig. 6. Diagramele teoretice de variație a rugozității funcție de raza la vîrf a cuțitului stabilite cu ajutorul modelului matematic.

Derivînd relația (4) în raport cu r se obține :

$$R_a'(r) = -\frac{K_r^1 \cdot s}{r} + K_{r2} \tag{5}$$

Punînd condiția :

$$R_a'(r) = 0 \tag{6}$$

se obţin valorile optime ale razei la vîrf a cuţitului pentru care se obţine rugozitatea minimă a suprafeţei prelucrate :

$$r_{optim} = s \frac{K_r^1}{K_r^2} \tag{7}$$

Tabelul 4

Coeficienţii adimensionali de rază Kr_1 şi Kr_2 pentru strunjirea aliajelor de aluminiu deformabile

Material	Kr_1	Kr_2
AlMg2	150	0,5
AlMg3	187,5	0,4
AlMg5	125	0,45
AlCu4Mg1	125	0,4
AlZn5Mg2Cu2	68,75	0,55

Tabelul 5

Valorile optime ale razelor la vîrf a cuţitului de strung la prelucrarea aliajelor de aluminiu deformabile

Material	r_{optim} (mm)
AlMg2	1,12
AlMg3	1,40
AlMg5	1,10
AlCu4Mg1	1,15
AlZn5MgCu2	0,72

Utilizînd relaţia (7) s-au calculat razele optime pentru materialele studiate, în condiţiile de prelucrare arătate mai înainte, care sînt prezentate în tabelul 5.

La prelucrarea prin aşchiere a aliajelor de aluminiu, căldura dezvoltată datorită frecării de contact este mică, totuşi se recomandă folosirea lichidelor de răcire-ungere pentru îmbunătăţirea prelucrabilităţii şi calităţii suprafeţei.

În cadrul cercetărilor efectuate la strunjirea aliajelor de aluminiu deformabile s-au folosit ca medii de răcire-ungere petrolul şi emulsia de ulei 17%. Rezultatele obţinute indică o reducere importantă a rugozităţii suprafeţei prin folosirea lichidelor de răcire-ungere şi în special a petrolului, pentru toate aliajele prelucrate.

În fig. 7 s-a reprezentat dependenţa rugozităţii de mediul de răcire-ungere. Se observă că cea mai importantă reducere a rugozităţii suprafeţei prelucrate în cazul folosirii petrolului, faţă de prelucrarea fără lichide de răcire-ungere, se produce la aliajul AlMg3 (de 400 %), urmată de AlZn5Mg2 Cu2 (270 %), AlMg2 (216 %) AlMg5(186 %) şi AlCu4Mgl(150 %).

La prelucrările efectuate s-au folosit cuţite din oţel rapid, avansul $s = 0{,}16$ mm rot, turaţia $n = 1800$ rot min şi adîncimea de aşchiere $t = 0{,}6$ mm.

Pentru stabilirea tipului sculei, în experimentările realizate s-au folosit cuţite cu plăcuţe din carburi metalice lipite şi cuţite din oţel rapid fără şi cu canal de aşchii. Se constată în general o scădere a rugozităţii în cazul folosirii cuţitelor din oţel rapid cu canal de aşchii faţă de cuţitele cu plăcuţe dure (fig. 8). Reducerea cea mai substanţială a rugozităţii se observă la aliajul AlMg3 (72 %), la celelalte aliaje reducerea fiind mai moderată (între 45 % la aliajul AlCu4Mg1 şi 14 % la AlMg2).

Pe baza experimentărilor efectuate asupra unor aliaje de aluminiu cu deformabilitate medie (AlMg2 și AlMg3) și cu deformabilitate scăzută (AlMg5, AlCu4Mgl și AiZn5Mg2Cu2) s-au stabilit, după criteriul calității

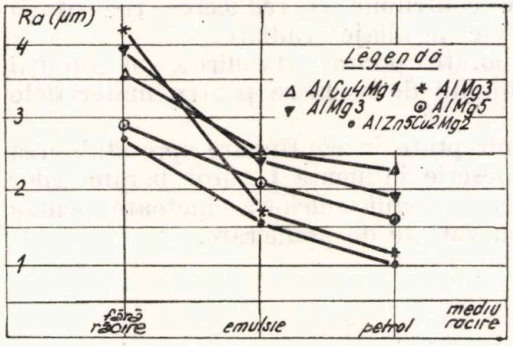


Fig. 7. Dependența rugozității suprafeței strunjite de mediul de răcire- ungere.

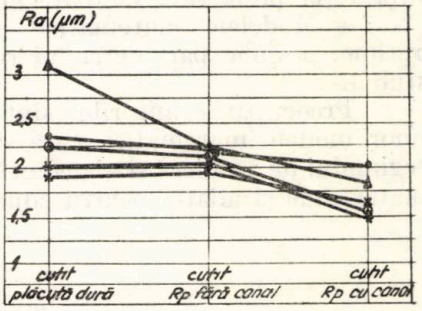


Fig. 8. Influența tipului sculei de așchiere asupra rugozității suprafeței strunjite.

suprafeței, regimuri de prelucrare prin așchiere și parametri geometrici ai cuțitelor pentru strunjirea de finisare. Datele obținute s-au prezentat sintetic în tabelul 6.

Tabelul 6

Regimurile optime de prelucrare prin așchiere și parametrii geometrici ai cuțitelor pentru strunjire

Aliajul	Regimul de prelucrare			Parametrii sculei						Lichid de răcire
	Viteza de așchiere	Avans	Adîncimea de așchiere	Tip	χ_1	χ	γ	α	r	
	v_{as} m/min	s mm/rot	t mm							
AlCu4Mg1	60	0,065	6,0	oțel	15°	75°			1,15	
AlZn5Mg2Cu2	90	0,075	1,0	rapid	5°	85°			0,72	petrol
AlMg5	70	0,130	1,0	cu	5°	85°	10°	5°	1,10	
AlMg3	85	0,090	0,6	canal	5°	85°			1,40	
AlMg2	90	0,065	0,6		15°	75°			1,2	

— Cercetările efectuate asupra aliajelor de aluminiu deformabile din grupele Al-Mg, Al-Cu-Mg și Al-Zn-Mg-Cu au dovedit că aceste aliaje se pot prelucra prin strunjire în condiții bune, pe mașini unelte universale, cu scule standardizate.

— Datele experimentale obținute ilustrează faptul că atît parametrii regimului de așchiere cît și geometria sculelor influențează calitatea suprafeței prelucrate la strunjirea de finisare a aliajelor de aluminiu deformabile.

— Lichidele de răcire-ungere contribuie la reducerea rugozității suprafeței prelucrate la toate grupele de aliaje studiate.

— Modelele matematice elaborate permit stabilirea, în condiții optime, a unor parametri ai regimului de așchiere pentru materialele studiate.

Preocupările autorilor sînt îndreptate în continuare spre stabilirea unor modele matematice care să descrie influența tuturor parametrilor regimului de așchiere și ai geometriei și tipului sculelor așchietoare, pentru materialele studiate, pentru condiții variate de prelucrare.

BIBLIOGRAFIA

1. *Altempohl, D.*, Aluminium und Aluminium Legierungen, Springer Verlag, Berlin 1965
2. *Atanasiu, N.*, Considerații cu privire la calitatea produselor din aliaje de aluminiu deformabile. Metalurgia Nr. 10 (1979), pag. 543—547.
3. *Atanasiu, N.*, Criterii de apreciere a calității produselor din aliaje de aluminiu deformabile, Metalurgia Nr. (1980), pag. 190—196.
4. * * * * Aluminium, Vol. 3, Fabrication and Finisching, American Society for Metals, Metals Park, Ohio (1965).
5. * * * Metals Handbook, CVol. 3, American Society for Metals (1969).
6. *Johne, P.*, Spanen von Aluminiumverkstoffen, Aluminium Nr. 6 (1980) pag. 413—417 și Nr. 7 (1980) pag. 473—475.
7. *Enache, St.*, Calitatea suprafețelor prelucrate, Editura Tehnică. București 1966.

On the Machining of the Aluminium Alloys

The paper described the results concerning the machining of the aluminium alloys: Al—Mg, Al—Cu—Mg, Al—Zn—Mg—Cu.

The investigations performed have-proved that the aluminium alloys of these groups can be machined, in very good condition, on the Universal Metal Cutting Machine Tools.

It was observed that the roughness of machined surfaces is aflected by the condition of cutting as: cutting speed, feed and depth of cut, tool bluntness, tool material, lubrification.

The roughness of machined surfaces described by the formulae established, is in good agreement with the experimental data.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 3

UTILAJ CHIMIC

C.Z.: 621.646

CERCETĂRI EXPERIMENTALE PRIVIND SOLICITAREA PREZOANELOR IMBINĂRILOR CU FLANȘE CU NERVURI

RADU I. IATAN, MIHAIL RENERT*

În lucrare se prezintă o metodă originală de experimentare a prezoanelor îmbinărilor cu flanșe cu nervuri și de prelucrare a datelor obținute. În acest sens s-au determinat lungirile prezoanelor cu ajutorul unor comparatoare instalate la partea superioară și inferioară a acestora și, în mod corespunzător, forțele de întindere dezvoltate. Aceste valori se compară cu cele deduse pe cale teoretică, obținîndu-se, în final, o concordanță bună.

Necesitatea asamblării cu flanșe a unor învelișuri tehnice este impusă de o serie de considerente legate de tehnologia de execuție, de condițiile de transport, de montaj și de exploatare. Răspîndirea largă în uzul industrial și importanța îmbinărilor cu flanșe în construcția utilajelor tehnologice fac ca teme de cercetare, corespunzătoare, să se întîlnească încă frecvent. Fiabilitatea îmbinărilor cu flanșe condiționează în măsură esențială buna funcționare a recipientelor sub presiune din care ele fac parte. Se urmărește în același timp realizarea unor astfel de construcții eficiente din punct de vedere economic [1...6].

Pentru asigurarea etanșeității îmbinărilor cu flanșe este necesar ca presiunea (apăsarea specifică) care acționează asupra garniturii să nu coboare sub o anumită valoare, stabilită în funcție de valorile presiunii și temperaturii de lucru, de natura materialului și de tipul garniturii pentru etanșare, de forma și de starea (calitatea) suprafețelor de etanșat etc. Această presiune de etanșare, care acționează pe suprafețele garniturii, este realizată prin strîngerea prezoanelor prevăzute pentru acest scop. Uniformitatea strîngerii prezoanelor conduce la o repartizare avantajoasă a presiunii pe lățimea garniturii, în direcție radială și în direcție circumferențială; aceasta depinde atît de numărul prezoanelor cît și de rigiditatea inelelor flanșelor. Se relevă, astfel, importanța alegerii corespunzătoare a pasului prezoanelor. După [7], pasul prezoanelor p_p, trebuie să fie mai mic sau egal cu valoarea dată de formula

$$p_p = S_1 + 2h_f \operatorname{tg} \alpha_{sf}, \tag{1}$$

unde

$$\operatorname{tg} \alpha_{sf} = (3{,}87\ d_g - S_1)/(2h_f). \tag{2}$$

Se menționează că pînă în prezent cercetările efectuate nu au stabilit, încă, o relație de calcul care să permită determinarea cu precizie a valorii deformării garniturii sub și în preajma prezoanelor [7; 8]. Dificultatea derivă, în principal, din faptul că nu este elucidată pe deplin pro-

Manuscris predat la data de 11 mai 1981
* Șef lucrări dr. ing., Profesor consultant, Catedra Utilaj tehnologic chimic.

blema contactului dintre piuliță (șaibă) și inelul flanșei, în ceea ce privește repartizarea presiunii (variabile) care se dezvoltă prin strîngere. După [9], valoarea presiunii de etanșare, la mijlocul distanței dintre două prezoane alăturate, reprezintă, în cazul păstrării etanșeității, 80% din valoarea dezvoltată în dreptul prezoanelor.

În cele ce urmează ne propunem să confruntăm valoarea teoretică a lungirii prezoanelor unei îmbinări cu flanșe cu nervuri (respectiv a valorii forței dezvoltate) cu valoarea determinată pe cale experimentală.

* * *

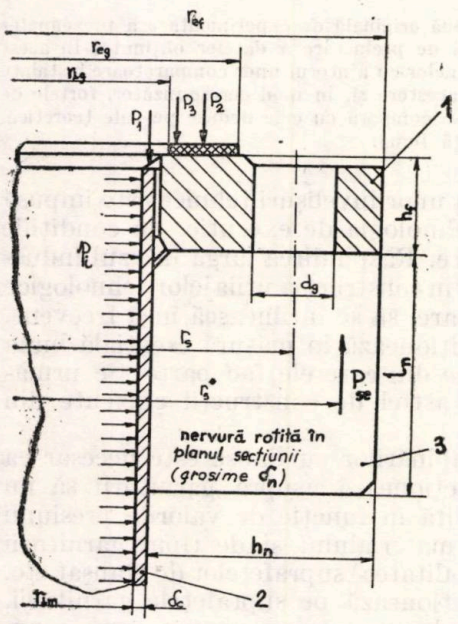


Fig. 1. Încărcarea îmbinării cu flanșe cu nervuri. 1 — inel flanșă ; 2 — virolă cilindrică ; 3 — nervură.

Forțele care solicită inelul flanșei (fig. 1), în exploatare, sub presiunea interioară p_i, se calculează cu relațiile [10]

$$P_1 = k_1 r_{im}^2 p_i ;$$

$$P_2 = k_2 r_{im}^2 p_i ; \qquad (3)$$

$$P_3 = k_3 r_{im}^2 p_i ,$$

unde

$$k_1 = \pi ; \; k_2 = 2\pi \, (\beta_{eg}^2 - \beta_{ig}^2) \, mc_g ;$$

$$k_3 = \pi[0{,}25 \, (\beta_{eg} + \beta_{ig})^2 - 1] ; \qquad (4)$$

$$\beta_{eg} = r_{eg}/r_{ig} ; \; \beta_{ig} = r_{ig}/r_{im}.$$

Valorea forței care încarcă un prezon al îmbinării se obține raportînd valoarea dată de formula

$$P_{se} = k_{se} r_{im}^2 p_i , \qquad (5)$$

unde

$$k_{se} = 4\tau \, (\beta_{eg} + \beta_{ig}) \, [(1 + 8 \, mc_g) \, \beta_{eg} + (1 - 8 \, mc_g) \beta_{ig}] \qquad (6)$$

la numărul total de prezoane n.

* * *

Pentru determinarea pe cale experimentală a lungirii prezoanelor s-a folosit un recipient cilindric, vertical, sub presiunea nominală de 2,5 MPa, cu diametrul nominal ($2r_{im}$) de 1000 mm, grosimea inelului flanșei $h_f = 55$ mm și $n = 40$ prezoane M 33. Se menționează că la recipientul experimental au fost folosite nervuri cu lungimile de 180 mm și de 120 mm Măsurarea lungirii prezoanelor s-a făcut numai în zona cu nervurile cu lungimea de 120 mm, arătînd, totodată, că lungimea nervurilor nu influențează valoarea forței dezvoltate, sub presiunea interioară p_i, în prezoanele îmbinării cu flanșe [10]. Numerotarea nervurilor este indicată în

figura 2, prezoanele experimentale păstrînd numărul de ordine al nervurii din stînga fiecăruia. În vederea măsurării lungirilor prezoanelor s-au instalat în partea de sus (S) și în partea de jos (J) a fiecărui prezon experimental (în total 12 bucăți) cîte două comparatoare cu precizia de 0,1 μm

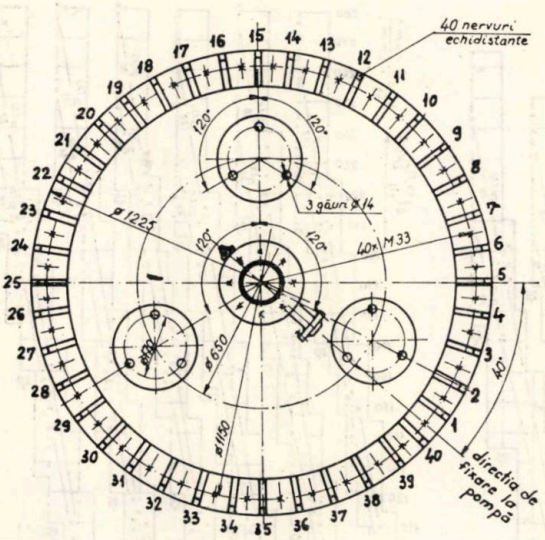


Fig. 2. Numerotarea nervurilor (și a prezoanelor).

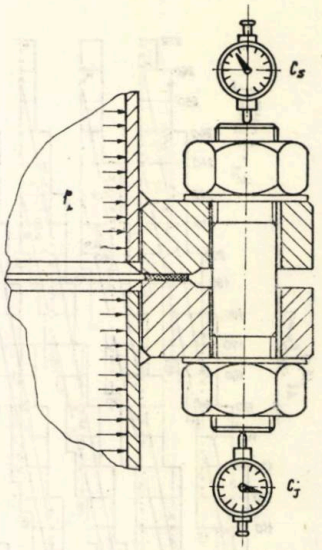


Fig. 3. Instalarea comparatoarelor pentru măsurarea lungirilor prezoanelor.

(fig. 3). Comparatoarele au fost fixate rigid de un stativ izolat de recipientul experimental. Cele șase ($i = 1 \ldots 6$) trepte ale presiunii de încercare p_i (0 ; 0,5 ; 1,0 ; 1,5 ; 2,0 ; 2,5 MPa), atît la ridicare cît și la coborîre, au fost obținute cu ajutorul apei introduse în recipientul 1 și al unei pompe aspiratoare-respingătoare 2. Valorile presiunii p_i au fost citite la manometrul 3. Pentru fiecare treaptă de presiune, valorile lungirilor prezoanelor*, indicate în figurile 4 și 5, au fost citite pe cadranele comparatoarelor menționate. Măsurările enunțate s-au realizat de cîte cinci ori pentru fiecare prezon și fiecare treaptă de presiune, urmărindu-se în același timp, și reproductibilitatea rezultatelor obținute [11].

* * *

Avînd în vedere domeniul elastic de solicitare, dependența liniară a lungirii măsurate de fiecare comparator, de valorile presiunii de încercare p_i, a fost obținută cu ajutorul metodei celor mai mici pătrate [12]. În această ordine de idei trebuie arătat că s-au trasat dreptele corespunzătoare valorilor lungirilor măsurate de comparatoarele instalate la partea

* Pentru cele cinci măsurări s-au determinat, pentru fiecare treaptă de presiune, cîte zece valori pentru lungirile prezoanelor ($j = 1 \ldots 10$). la ridicarea și la coborîrea presiunii de încercare.

superioară a prezoanelor, respectiv valorilor lungirilor măsurate de comparatoarele de la partea inferioară a prezoanelor. În figurile 4 și 5 s-au neglijat valorile lungirilor prezoanelor măsurate la coborîrea la zero a presiunii de încercare. În această situație, pantele dreptelor trasate (care trec prin

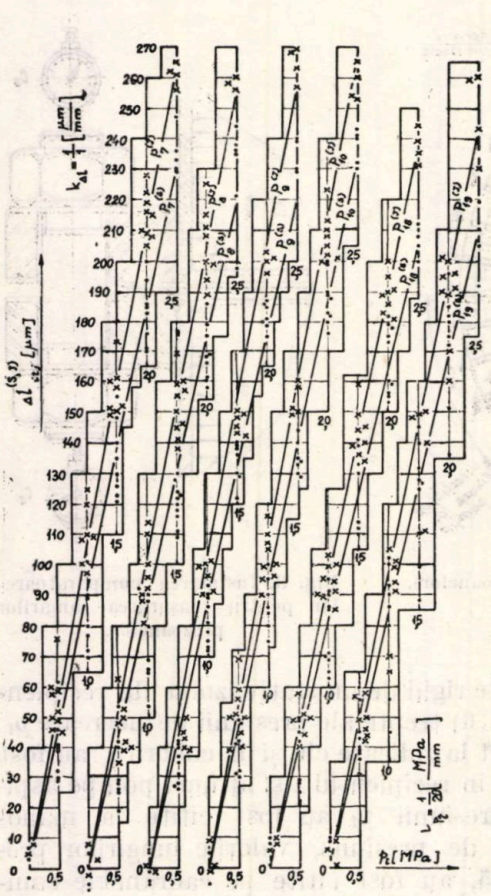


Fig. 4. Reprezentarea variației valorilor lungirilor $\Delta l_{iij}^{S,J}$ ale prezoanelor $P_{7...10}$, P_{18}, P_{19} în funcție de valorile presiunii de încercare p_i.
x — valorile lungirilor măsurate de comparatoarele C_S;
· — valorile lungirilor măsurate de comparatoarele C_J.

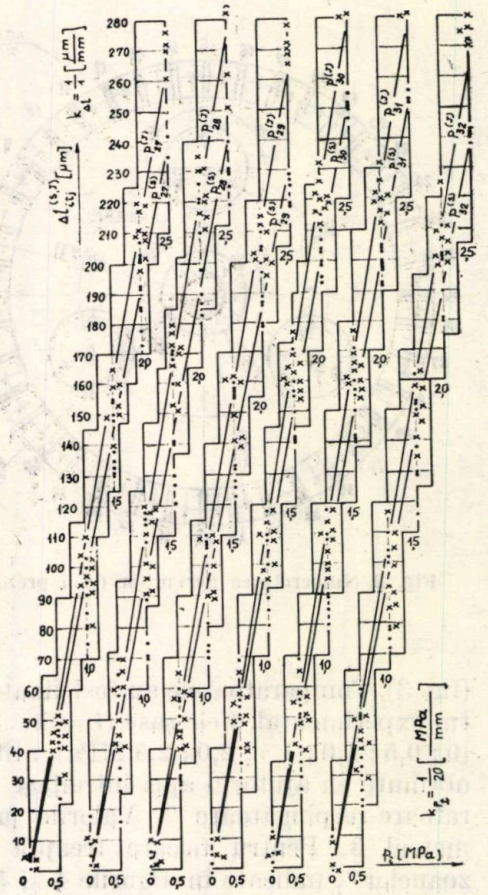


Fig. 5. Reprezentarea variației valorilor lungirilor $\Delta l_{iij}^{S,J}$ ale prezoanelor $P_{27...31}$, în funcție de valorile presiunii de încercare p_i.
x — valorile lungirilor măsurate de comparatoarele C_S;
· — valorile lungirilor măsurate de comparatoarele C_J.

originea axelor de coordonate, alese), pentru fiecare prezon „i" (i = 7...10 18; 19; 27...32), se obțin folosind formula [10]

$$m_{i1}^{(S,J)} = \frac{\sum_{i=1}^{6} \Delta_{imi1}^{(S,J)} p_i}{\sum_{i=1}^{6} p_i^2}, \qquad (7)$$

în care lungirea medie pentru partea de sus și partea de jos a prezonului considerat se calculează cu relația

$$\Delta l_{mii}^{(S,J)} = \frac{1}{10} \sum_{j=1}^{10} \Delta l_{iij}^{(S,J)}, \tag{8}$$

în care cifra zece indică numărul valorilor măsurate ale lungirilor prezoanelor.

Lungirea reală a prezonului „i", considerat, se calculează cu relația

$$\Delta l_{i1} = \Delta l_{1mii}^{(J)} - \Delta l_{1mii}^{(S)}, \tag{9}$$

unde

$$\Delta l_{1mii}^{(S,J)} = m_{i1}^{(S,J)} \cdot p_i. \tag{10}$$

Pentru situația cînd se neglijează valorile lungirilor măsurate la coborîrea presiunii de încercare la zero, lungirile reale ale prezoanelor experimentale sînt indicate în figura 6 și tot aici este arătată valoarea medie a lungirii reale corespunzătoare presiunii nominale de 2,5 MPa ($\Delta l_{Pe} = 30{,}7$ μm).

În cazul în care se iau în considerație și valorile lungirilor prezoanelor măsurate la revenirea la zero a presiunii de încercare, dreptele de variație a valorilor lungirii cu presiunea de încercare au forma

$$\Delta l_{2mii}^{(S,J)} = m_{i2}^{(S,J)} p_i + n_i^{(S,J)}, \tag{11}$$

unde

$$m_{i2}^{(S,J)} = \frac{6 \sum_{i=1}^{6} \Delta l_{mii}^{(S,J)} p_i - \sum_{i=1}^{6} \Delta l_{mii}^{(S,J)} \sum_{i=1}^{6} p_i}{6 \sum_{i=1}^{6} p_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{6} p_i \right)^2}; \tag{12}$$

$$n_i^{(S,J)} = \frac{1}{6} \left(\sum_{i=1}^{6} \Delta l_{mii}^{(S,J)} - m_{i2}^{(S,J)} \sum_{i=1}^{6} p_i \right). \tag{13}$$

Lungirile reale ale prezoanelor, în acest caz, sînt indicate în figura 7 (calculate cu o relație similară cu (9)), unde se arată, totodată și valoarea medie a lungirii ($\Delta l_{Pe} = 31{,}6$ μm), corespunzătoare presiunii nominale de 2,5 MPa.

* * *

În lucrarea [10], pentru recipientul experimental menționat în cele ce preced, s-a calculat valoarea teoretică medie a lungirii (pentru presiunea nominală de 2,5 MPa) prezoanelor, $\Delta l_{tm} = 42{,}55$ μm, luînd în considerație rigiditatea echivalentă a porțiunii prezoanelor cuprinsă între fețele exterioare ale inelelor flanșelor. Pentru calculul menționat s-au avut în vedere mărimile ale căror valori sînt prezentate în cele ce urmează : $r_{eg} = 551{,}5$ mm ; $r_{ig} = 521{,}5$ mm ; garnitura de etanșare, cu grosimea de 2 mm, a fost executată din clingherit IT 400, cu $E_g = 3.000$ MPa ; $m = 2{,}375$ [13] ; $r_s = 575$ mm $r_{cf} = 612{,}5$ mm ; $r_g = 17{,}5$ mm ; $r_s^* = 605{,}7$ mm ; $\beta_{eg} = 1{,}103$; $\beta_{ig} = 1{,}043$; $b_0 = r_{eg} - r_{ig} = 30$ mm ; $b = 2{,}49\sqrt{b_0} = 13{,}7$ mm ; $c_g = b/b_0 = 0{,}456$; $k_1 = 3{,}14$; $k_2 = 0{,}876$; $k_3 = 0{,}475$;

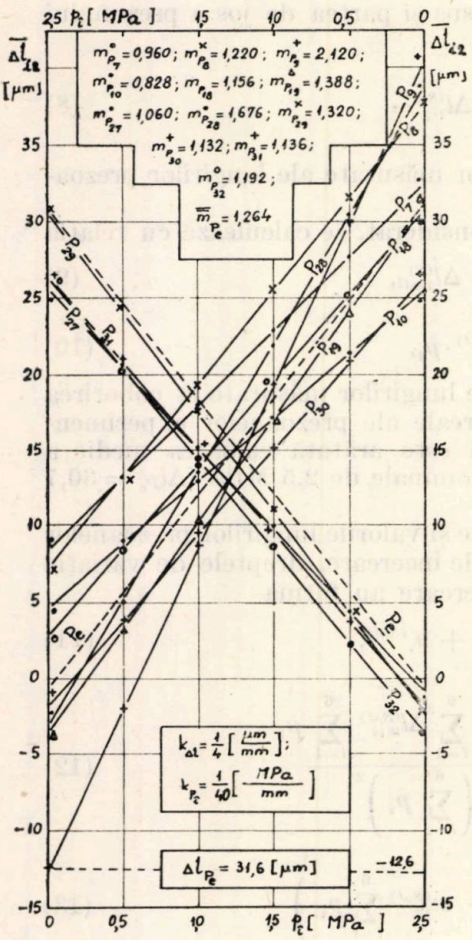


Fig. 6. Reprezentarea valorilor lungirilor reale ale prezoanelor, în funcţie de valorile presiunii de încercare p_i (fără luarea în consideraţie a valorilor lungirilor măsurate la coborîrea la zero a presiunii de încercare).

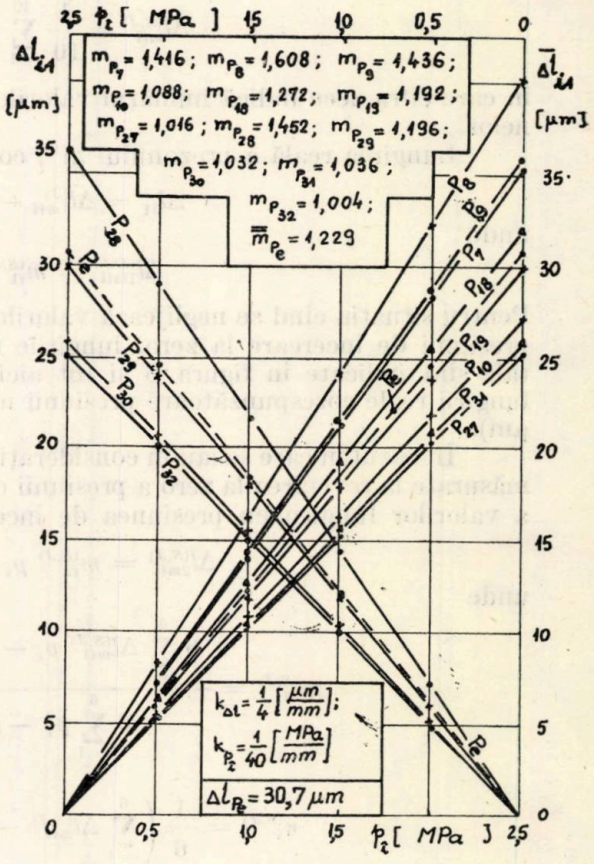


Fig. 7. Reprezentarea valorilor lungirilor reale ale prezoanelor, în funcţie de valorile presiunii de încercare p_i (cu luarea în consideraţie a valorilor lungirilor măsurate la coborîrea la zero a presiunii de încercare).

$k_{se} = 4{,}491$; $P_1 = 1.962.000$ N; $P_2 = 547.328$ N; $P_3 = 296.980$ N; $P_{se} = 2\,806\,308$ N; materialul prezoanelor OLC 35 STAS; 80-80, cu $\sigma_c^{(200C)} = 320$ MPa şi, deci $\sigma_{ap} = 114{,}3$ MPa; $P_{pe} = P_{se}/n = 70.158$ N; $\sigma_{ep} = 4P_{pe}/(\pi\, d_p^2) = 99{,}3$ MPa; diametrul echivalent al prezoanelor $d_{pe} = 32{,}36$ mm; $E_p = 0{,}21 \times 10^6$ MPa.

Comparînd valoarea teoretică medie a lungirii prezoanelor cu valorile medii ale lungirilor prezoanelor, determinate experimental, se constată că prima este cu 28% respectiv cu 26% mai mare decît ultimele două. Trebuie menţionat, cu această ocazie, că în comparaţia făcută nu s-a avut în vedere şi rotirea prezoanelor odată cu rotirea inelelor flanşelor, fapt ce conduce la o „reducere" a valorilor lungirilor prezoanelor.

Se poate trage concluzia, în final, că valoarea forței dezvoltate în prezoanele îmbinării cu flanșe, sub acțiunea presiunii interioare și calculată cu relația (5), reflectă destul de bine realitatea, situînd evaluarea pe partea sigură a calculului.

Notații folosite:

p_p — pasul (distanța) dintre două prezoane alăturate;
S_1 — diametrul circumferinței de contact dintre piuliță și inelul flanșei;
h_f — grosimea inelului flanșei;
α_{sf} — unghiul sub care se extinde zona de influență a presiunii de sub piuliță, pe grosimea inelului flanșei;
d_g — diametrul găurilor pentru prezoane, practicate în inelele flanșelor;
P_1, P_2, P_3 — forțe care încarcă inelul flanșei (fig. 1), ale căror valori se calculează cu formulele (3);
k_1, k_2, k_3 — coeficienți de pondere, care au expresiile (4);
β_{eg}, β_{ig} — factori de extindere a garniturii pentru etanșare, care au expresiile (4_4) și (4_5);
m — coeficient de strivire a garniturii pentru etanșare;
c_g — coeficient de reducere a lățimii inițiale a garniturii pentru etanșare;
r_{eg}, r_{ig} — raza exterioară respectiv raza interioară a garniturii pentru etanșare;
P_{se} — forța totală care încarcă prezoanele în exploatare;
k_{se} — coeficient de pondere;
p_i — presiunea interioară;
r_{ef} — raza exterioară a inelului flanșei;
r_{im} — raza interioară a virolei cilindrice (fig. 1);
r_s — raza circumferinței centrelor găurilor pentru prezoane (fig. 1);
r_s^* — raza circumferinței pe care acționează forța P_{se} [10];
h_n, l_n — lățimea și înălțimea nervurilor;
δ_n, δ_c — grosimea nervurilor și grosimea virolei cilindrice (fig. 1);;
m_{i1}, m_{i2} — pantele dreptelor de variație a valorilor lungirilor prezoanelor cu creșterea valorilor presiunii de încercare, calculate cu relațiile (7) și (12);
$p_{\hat{i}}$ — presiunea de încercare;
$\Delta l_{\hat{i}ij}^{(S,J)}$ — lungirile prezonului „i", corespunzătoare treptei de presiune „î" și încercării „j", măsurate în partea de sus (S) și de jos (J) a prezonului considerat;
$\Delta l_{mi\hat{i}}^{(S,J)}$ — lungirea medie în partea de sus și de jos a prezonului „i", corespunzătoare treptei de presiune „î";
$\Delta l_{i\hat{l}}$ — lungirea reală a prezonului „i", în cazul cînd nu se iau în considerație, la prelucrarea statistică a datelor experimentale, valorile lungirilor măsurate la revenirea la zero a presiunii de încercare;
$n_{\hat{i}}^{(S,J)}$ — ordonata la origine a dreptelor de variație a valorilor lungirilor prezoanelor cu creșterea valorilor presiunii de încercare, cînd se iau în considerație și lungirile măsurate la revenirea la zero a presiunii de încercare;
Δl_{tm} — lungirea teoretică medie (calculată) a lungirii prezoanelor;
E_g, E_p — modulele de elasticitate longitudinală a materialelor de construcție ale garniturii pentru etanșare și prezoanelor;
$\sigma_c^{(20°)}$ — limita de curgere a materialului de construcție al prezoanelor;
σ_{ap} — rezistența admisibilă a materialului de construcție al prezoanelor;
P_{pe} — forța dezvoltată într-un prezon;
σ_{ep} — efort unitar dezvoltat într-un prezon;
C_S, C_J — comparatoarele instalate la partea superioară și inferioară a prezoanelor;
$k_{\Delta l}, k_{pi}$ — scări de reprezentare pentru lungiri și pentru presiunea de încercare
P_e — prezon echivalent (fig. 7, 8);
$P_{\hat{i}}$ — prezon cu numărul de ordine „i";
b_0 — lățimea inițială a garniturii de etanșare;
b — lățimea eficace a garniturii de etanșare;

Indici:

S — partea superioară (de sus);
J — partea inferioară (de jos);

i — numărul de ordine al prezoanelor ($i = 7...10$; 18.19; 27..32); interior la raze și la presiune;
t — treapta presiunii de încercare ($t = 1...6$);
j — numărul de ordine al încercării ($j = 1...10$);
m — valoare medie;
t — valoare teoretică;
e — exploatare (funcționare) sau exterior (la raze);
f — flanșă;
n — nervură;
c — cilindru;
g — gaură
1,2 — situațiile cînd nu se iau, respectiv cînd se iau în considerație, la calculul statistic al datelor experimentale, valorile lungirilor prezoanelor măsurate la revenirea la zero a presiunii de încercare.

BIBLIOGRAFIE

1. *Addison H.*, Pipes and Pipelines International, 15, 1970, nr. 3, p. 22—23.
2. *Dobrescu P.*, Metalurgia și construcția de mașini, 12, 1960, nr. 8, p. 713—714.
3. *Kanevski V. M.*, Himiceskoe i nefteanoe mașinostroenie, 1978, nr. 1, p. 30—31.
4. *Kröckel K.*, Konstruktion, 1961, nr. 12, p. 467—477.
5. *Rahmilevici Z. R., Zusmanovskaia I. S.*, Himiceskoe i nefteanoe mașinostroenie, 1967, nr. 12, p. 16—19.
6. *Renert M., Popa A.*, BIT-ISCIR, 1972, nr. 2, p. 116—123.
7. *Fernlund I.*, Konstruktion, 22, 1970, nr. 6, p. 218—224.
8. *Junker G. H.*, VDI-Berichte, 1974, nr. 220, p. 11—26.
9. *Niemayer H.*, Konstruktion, 1953, nr. 5, p. 154—156.
10. *Iatan I. R.*, Cercetări teoretice și experimentale privind construcțiile de îmbinări cu flanșe cu nervuri, teză de doctorat, Inst. politehnic București 1979.
11. *Iatan I. R.*, Culegere de date teoretice și experimentale, prelucrate, privind îmbinările cu flanșe cu nervuri, prevăzute la recipientele cilindrice verticale sub presiune, Catedra Utilaj tehnologic-chimic București 1979.
12. *Golden T. J.*, Fortran IV. Programming and Computing, Prentice-Hall, Inc., Englewood Clifs, New-Jersey 1965.
13. * * * MATMCGFF-ISCIR. Prescripții tehnice pentru proiectarea, fabricarea, instalarea, exploatarea, repararea și verificarea recipientelor metalice stabile sub presiune, C4-78, Editura tehnică București.

Recherches expérimentales concernant la sollicitation des vises pour les brides aux nervure

Dans cet article on présente une originale méthode d'expérimentation des vises pour les brides aux nervures et l'interprétation des dates obtenues. Des comparateurs ont été installés au bout supérieur et au bout inférieur des vises pour mesurer les allongements et les forces développées d'extension. Ces valeurs expérimentales ont été comparées aux valeurs théoriques pour obtenir une bonne concordance.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XLIII — 1981, Numărul 3
SERIA MECANICĂ

ORGANE DE MAȘINI

C.Z.: 621.833

UTILIZAREA METODEI ELEMENTULUI FINIT PENTRU DETERMINAREA FACTORULUI DE FORMA K_F LA ANGRENAJE

ELENA MIRIȚĂ*

Lucrarea abordează problema bazelor de calcul al solicitării piciorului dintelui roților dințate, în special determinarea factorului de formă K_F la angrenaje. Se prezintă totodată, metodologia și rezultatele proprii obținute prin utilizarea metodei elementului finit.

Introducere

Rezistența la rupere a dinților angrenajelor durificate constituie, în general, principalul factor care determină capacitatea portantă a acestor angrenaje. Problema studiului eforturilor unitare în zona periculoasă a racordării piciorului dintelui este complexă și relativ greu de rezolvat datorită :

— formei speciale a dintelui cît și a variației acestei forme funcție de de numărul de dinți ai roții și de corijările care se aduc danturii ;

— modului de variație a forțelor, în timp și pe înălțimea și lungimea de contact.

Astfel considerînd forma, raportul dimensiunilor cît și particularitățile de încărcare ale dintelui, problema de rezolvat este cea a solicitărilor unui corp.

Dificultățile pe care le ridică un asemenea studiu au făcut ca marea majoritate a metodelor de calcul la rupere să adopte, pentru efortul unitar din zona racordării piciorului dintelui, o relație de calcul simplă, relație obținută inițial pe baza modelului fizic simplificat al unei grinzi încastrate, solicitată la încovoiere ;

$$\sigma_p = \frac{F_t}{Bm} K_F \Pi K_i \tag{1}$$

unde :

F_e — componenta tangențială a forței pe dinte, calculată la raza cercului de divizare ;

B — lungimea dintelui ;

m — modulul ;

K_F — factorul de formă ;

K_i — factori de corecție, considerînd efectul sarcinilor dinamice și al repartiției încărcării pe înălțimea și lungimea de contact.

Manuscris predat redacției la data de 10 februarie 1981
* Șef lucrări, ing., Catedra Organe de mașini.

Relația de calcul (1) s-a păstrat, însă, pentru o mai bună concordanță cu valorile reale ale solicitărilor din dinți, factorul de formă cît și ceilalți factori de corecție se vor a fi determinați prin metode tot mai exacte.

Întrucît deseori utilizăm în calculele noastre valori ale acestor factori determinate de către alți autori, cunoașterea modelelor fizice cît și a ipotezelor de calcul utilizate constituie o condiție de bază pentru proiectarea unor construcții sigure și totodată economice. Lucrarea de față abordează din acest punct de vedere factorul de formă K_F. Se prezintă totodată metodologia determinării factorului de formă și rezultatele obținute cu ajutorul metodei elementului finit.

1. Determinarea factorului de formă

Se cunosc, din literatură, multe serii de valori diferite ale factorului de formă K_F — determinate pe baza unor modele și ipoteze de calcul diferite.

Modelul grinzii încastrate (Fig. 1.a). constituie punct de plecare pentru foarte multe metodici de calcul [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]. Principalele probleme de rezolvat în legătură cu utilizarea acestui model sînt :

— stabilirea secțiunii cu efortul unitar maxim (Fig. 2) ;

— stabilirea tipului eforturilor unitare care se consideră.

Evident, rezultatele obținute cu acest model sînt aproximative. Întrucît acestea nu pot include efectul de concentrare al formei dintelui, factorii de formă astfel determinați constituie, și se numesc, — factori de formă teoretici — K_{FT}. Pentru înlăturarea acestui neajuns, anumite metodici de calcul [1,3] corectează aceste valori cu coeficienți de concentrare a tensiunilor determinați experimental.

Verhovskii [8,3,], avînd în vedere forma curbă a secțiunii de rupere cît și grosimea mare a dintelui în raport cu înălțimea sa, elaborează așanumita „metodă a secțiunilor frînte", care operează cu un model modificat al grinzii (Fig. 1.b.).

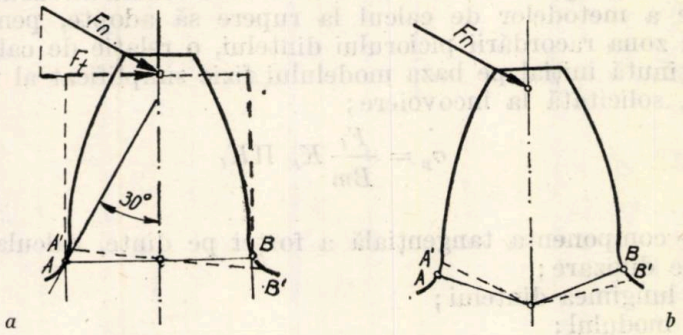


Fig. 1. Modelul fizic al grinzii încastrate :
a — varianta clasică ; b — pentru metoda „secțiunilor frînte".

Cercetătorii japonezi [9], asimilînd dintele cu o placă încastrată, au determinat în cadrul *teoriei plăcilor* starea de tensiune pe acest model dinte-placă.

Progresele din domeniul mijloacelor și al tehnicii de calcul au făcut posibile, în ultimul timp, și o serie de rezolvări numerice, în cadrul *teoriei elasticității*, ale stării de solicitare din dinții angrenajelor în condiții

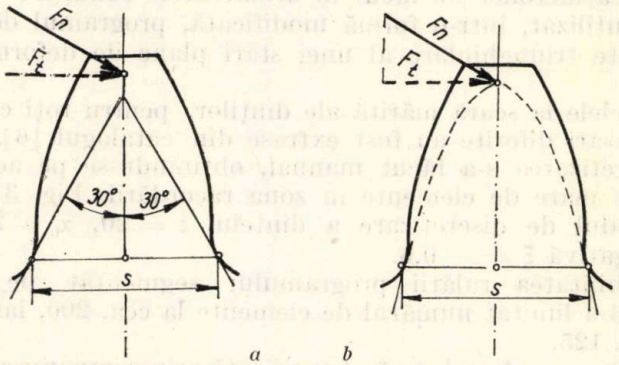


Fig. 2. Stabilirea secțiunii cu efortul unitar maxim :
a — cu ajutorul tangentei la profil sub un unghi de 30° față de axa dintelui ;
b — cu ajutorul parabolei de egală rezistență (Lewis).

în care se consideră modul real de încărcare a dintelui și forma acestuia în zona racordării (deci efectul de concentrare a tensiunilor).

Ustinenko [10] propune rezolvarea problemei plane a teoriei elasticității, pentru un dinte de formă precisă în apropierea zonei de racordare, prin utilizarea metodei transformărilor conforme.

Lucrarea [11] prezintă o rezolvare numerică, prin diferențe finite, a problemei plane a teoriei elasticității pentru un dinte de roată dințată.

În ultimul timp, *metoda elementului finit* (metodă de aproximație fizică) este tot mai des folosită pentru studiul stării de tensiune în corpuri cu formă complicată. Față de rezolvările prin diferențe finite, condițiile de contur se introduc foarte ușor, iar precizia metodei poate fi mult ridicată printr-o densitate mai mare de elemente în zonele cu concentrări de tensiuni. Cu tot neajunsul legat de volumul mare de memorie necesar cît și de manipularea unui mare număr de date, existența unor programe generale de calcul cît și avantajele metodei au făcut ca mulți cercetători să încerce o aplicare la problema stării de tensiune din dinții angrenajelor [12].

Caracterul numeric al metodei cît și faptul că puținele rezultate prezentate în publicații nu sînt însoțite de o precizare completă a tuturor factorilor de interes, fac practic inutilizabile rezultatele acestor autori. Întrucît metoda „prinde" cel mai bine efectul formei dintelui și al modului real de încărcare, s-a considerat că analiza stării de tensiune prin această metodă este utilă, încadrîndu-se în efortul general de îmbunătățire a calității angrenajelor.

2. Utilizarea metodei elementului finit pentru determinarea factorului de formă.

Aplicarea metodei s-a făcut în următoarele condiții :

a. S-a utilizat, într-o formă modificată, programul de calcul prin elemente finite triunghiulare al unei stări plane de deformație indicat în [13].

b. Modelele la scară mărită ale dinților, pentru roți cu numere de dinți și deplasări diferite au fost extrase din catalogul [6].

c. Discretizarea s-a făcut manual, obținîndu-se pe această cale o densitate mai mare de elemente în zona racordării. Fig. 3 prezintă, ca exemplu, modul de discretizare a dintelui $z = 20$, $\alpha_0 = 20°$, avînd o deplasare negativă $\xi = -0{,}6$.

d. Posibilitatea rulării programului segmentat pe calculatorul FELIX C-256 a limitat numărul de elemente la cca. 200, iar numărul de noduri la cca. 125.

e. Precizia rezultatelor a fost verificată prin compararea rezultatelor obținute pe un model cu 204 elemente cu cele obținute pe același model dar cu 124 elemente. Diferențele relative sînt mici, ceea ce permite să se tragă concluzia că modelul cu 204 elemente furnizează rezultate în zona de convergență rapidă către soluția exactă.

f. Ca rezultate ale calculelor s-au obținut deplasările tuturor nodurilor cît și eforturile unitare principale și direcția acestora pentru fiecare element.

g. Analiza în paralel a rezultatelor calculelor cît și a formei secțiunii de rupere a dinților unor roți încercate pe standurile catedrei „Organe de

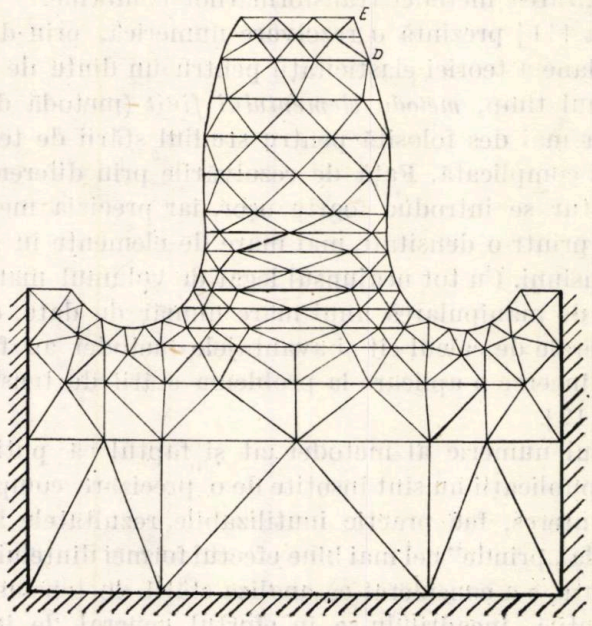


Fig. 3.Modul de discretizare a dintelui $z = 20$; $\alpha_0 = 0$; $\xi = -0{,}6$.

mașini" din Institutul Politehnic București, a condus la utilizarea teoriei efortului unitar tangențial maxim, ca teorie de rezistență pentru calculul efortului unitar echivalent.

h. Efortul unitar echivalent maxim, în zona racordării dintelui, s-a situat, cu foarte mici abateri, în zona de tangență la profil a unei drepte sub unghiul de 30° față de axa dintelui (fig. 2.a.). Se verifică astfel valabilitatea acestei ipoteze în stabilirea secțiunii cu efortul unitar maxim.

Pentru determinarea factorului de formă K_F se folosește relația (1). În această relație se consideră $\Pi K_F = 1$ și valoarea efortului unitar echivalent maxim, determinat în ipoteza de mai sus.

Starea de tensiune din dinți a fost studiată pentru două situații de încărcare; forța aplicată în punctul exterior de contact (E) și în punctul exterior de angrenare unipară (D).

Efortul unitar echivalent maxim se înregistrează pe partea comprimată a dintelui. Avînd în vedere faptul că în marea majoritate a cazurilor fisura de rupere se propagă dinspre partea întinsă cît și faptul că în literatură se prezintă factori de formă determinați pentru această parte a dintelui, s-au calculat valori ale lui K_F atît pentru partea întinsă cît și pentru cea comprimată.

Tabelul 1 prezintă, pentru un angrenaj, factorii de formă obținuți prin utilizarea metodei elementului finit cît și o serie de alte valori însoțite de principalele ipoteze de calcul.

Tabelul 1

Valorile factorului de formă K_F ($z_1 = 20$, $\xi_1 = \xi_2 = 0$, $\alpha_0 = 20°$)

Sursa bibliografică — metoda Ipoteze de calcul	Punctul de aplicație a forței		
	Întreaga forță în punctul exterior de angrenare (E)	Forța în E, cu repartizare pe două perechi de dinți	Forța în punctul exterior de angrenare unipară (D)
Rezultate proprii cu metoda elementului finit. $z_2 = 90$, $f_0 = 1$, $c_0 = 0{,}25$ m	3,40	2,00	2,24
[1] Dinte-grindă încastrată, secțiunea cu efortul unitar maxim determinată cu ajutorul parabolei lui Lewis. Valori corectate cu coeficienți de concentrare determinați pe modele fotoelastice. $z_2 = \infty$, $c_0 = 0{,}35$ m	4,92	—	2,85
[3,8] Dinte-grindă încastrată. Metoda „secțiunilor frînte". Valori corectate cu coeficienți de concentrare considerînd forma și tratamentul termic. $c_0 = 0{,}3$ m	2,8 (îmbunătățire) 4,11 (călire) 2,54 (fără tratament termic)	— —	2,23 3,28 2,02
[10] Rezolvarea problemei plane a teoriei elasticității. $c_0 = 0{,}25$ m	4,12	—	—
[2,4] Dinte-grindă încastrată. Efortul unitar maxim în secțiunea cu tangenta la profil sub unghiul de 30°, față de axa dintelui. $c_0 = 0{,}25$ m	2,92	—	—

O comparație a acestor rezultate este fără sens întrucît ipotezele de calcul sînt total diferite și este evident că o concordanță ar fi întîmplătoare. Deși nu pot produce diferențe semnificative, trebuie făcută observația că parametrii angrenajului prezentat ca exemplu, prezintă de la o sursă bibliografică la alta, mici variații (înălțimea dintelui) sau nu sînt de loc precizați (z_2).

Un lucru este însă evident-pentru calculul eforturilor unitare maxime efective în dinții roților dințate — factorii de formă trebuie să includă atît efectul de concentrare datorită formei dintelui cît și datorită tratamentului termic. Din acest punct de vedere, valorile obținute cu metoda elementului finit nu includ efectul tratamentului termic, care ar trebui considerat printr-un factor suplimentar.

Se impune încă o observație. Întrucît valorile factorului de formă stau la baza determinării rezistențelor la oboseală ale materialelor, în urma încercării angrenajelor în standuri de încercări, este strict necesar ca la proiectarea unui angrenaj să se utilizeze aceleași valori ale factorilor de formă cu cele utilizate în determinarea caracteristicii de material, și deci a rezistenței admisibile.

În concluzie, se poate considera că prin utilizarea metodei elementului finit în studiul stării de tensiune din dinții roților dințate, se aduce o contribuție însemnată la creșterea siguranței angrenajelor în exploatare, în condiții de economicitate sporită.

BIBLIOGRAFIE

1. *Dudley, D. W., Winter, H.* Zahnräder, Springer-Verlag, 1961, p. 101.
2. *Fronius, St.* Maschinenelemente. Berlin, VEB Verlag Technik, 1971, p. 440—448.
3. *Ceasovnikov, L. D.* Peredaci zațepleniem. Mașinostroenie, 1969, p. 170—184.
4. DIN 3990. Tragfähigkeitsberechnung von Stirn-und Kegelrädern. Zahnformfaktor Y_F. Blatt 2.
5. *Dobre, G.*, Wissenschaftliche Fachtagung über Zahnräder und Gleitlager, Zagreb, 1976, p. 474—497.
6. Vörös, I. Fogaskerekek fogalakjai és fogalaktényezöi a fogtöszilárdság méretezéséhez. Budapest, Akademiai Kiado, 1968.
7. *Henriot, G.* Traite theoretique et pratique des engrenages. Dunod tehnique, 1975.
8. *Verhovskii, A. V., ș.a.*, Opredelenie napreajenii v opasnîh seteniah detali slojnoi formî. Mașghiz, 1958.
9. *Kiyohiko Umezawa*, Bull. JSME, nr. 79, 1972, p. 117—127.
10. *Ustinenko, V. L.*, Napreajennoe sostoianie zubiev țilindriceskih preamozubih koles. Moskva, Mașinostroenie, 1972.
11. *Wennerström, E.*, Acta politchn. scand. Mech. Eng., Ser., 1970, nr. 53.
12. *Wilcox, L., Coleman, W.*, Trans. ASME, 1973, B95, nr. 4 p. 1139—1148.
13. *Zienkiewick, O. C.*, Metod konecinîh elementov v tehnike. Moskva, Mir, 1975.

Verwendung Finite-Element Methode bei der Bestimmung des Formfaktors K_F fur Zahnradern

Die Arbeit bezieht sich auf die Berechnungsgrundlagen der Zahnfussbeanspruchung, insbesonders auf die Bestimmung dem Formfaktor K_F bei Zahnrädern.

Es wird gestellt Methodologie und Ergebnisse die durch Verwendung der Finite-Element Methode erlangt sind.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 3

HIDRAULICĂ

C.Z.: 621.224

ALEGEREA POZIȚIEI FUSULUI PALEI ROTORICE DE TURBOMAȘINA AXIALĂ

GH. ZIDARU*

În lucrarea prezentă autorul propune alegerea fusului palei rotorice a unei turbomașini axiale astfel încît la regimul de calcul momentul hidrodinamic total în raport cu acest fus să fie nul.

Coeficienții de moment și de portanță ai profilului plasat în rețea se determină în ipoteza fluidului perfect în mișcare potențială.

1. Introducere

La turbomașinile axiale cu pale rotorice reglabile se urmărește alegerea adecvată a fusului palei, astfel încît lucrul mecanic de reglaj să fie cît mai mic posibil. În acest scop, se alege fusul în așa fel, încît la regimul de calcul momentul hidrodinamic total în raport cu acest fus să fie nul.

Deoarece momentul rezistenței la înaintare este neglijabil în raport cu cel al forței portante a profilului plasat într-o rețea liniară, se adoptă ipoteza fluidului perfect în mișcare potențială.

2. Coeficientul de moment al profilului plasat în rețea liniară.

În proiectarea curentă, coeficientul de moment al profilului plasat în rețea liniară este aproximat cu cel corespunzător aceluiași profil izolat pentru aceeași incidență α_∞. Calculele efectuate de autor, [1], [2], au demonstrat că eroarea comisă este mare atît la rețele acceleratoare, cît și la cele deceleratoare. Pentru rețele de profile zvelte, autorul a determinat coeficientul de moment, [1], [2] completînd metoda lui Schlichting [4] [5]. Pentru profile cu $d/l > 0{,}6$ și $f/l > 0{,}08$, autorul a determinat coeficientul de moment utilizînd metoda ecuațiilor integrale Fredholm de speța I sau a doua [1].

Manuscris predat redacției la data de 3 noiembrie 1980
* Conf. dr. ing., Catedra Hidraulică

Pentru rețele liniare de profile rectilinii, G. V. Viktorov, [6], a determinat coeficientul de moment utilizînd teorema a doua Blasius-Ciaplîghin și potențialul complex al mișcării în planul auxiliar al cercului dedus de F. Weinig [2], [3]. Calculele efectuate de autor au demonstrat că în cazul rețelelor deceleratoare, pentru pompe, ventilatoare sau compresoare axiale, coeficientul de moment al profilului rectiliniu este relativ apropiat de cel al profilului cu curbură și grosime moderate. Pentru rețele acceleratoare de profile, influența curburii și grosimii este mai mare, astfel încît abatarea coeficientului de moment de la cel al profilului rectiliniu plasat în rețea cu aceeași desime l/t și același unghi de așezare β_0 este considerabilă.

În absența unor date sistematice obținute prin calculul coeficienților de moment și de portanță pentru rețele de profile remarcabile (NACA cu 4 cifre, NACA-65, Göttingen etc.) în cele ce urmează se expune metoda în general, iar pentru rețele deceleratoare se adoptă aproximativ valorile corespunzătoare profilului rectiliniu. Autorul va determina în viitor valorile mai exacte pentru profile cu curbură și grosime uzuale în proiectarea palelor de turbomașini hidraulice și pneumatice.

Pentru ca momentul hidrodinamic în raport cu fusul palei să fie nul, este necesar ca axa fusului să fie situată pe suportul forței portante, a cărei distanță față de bordul de atac este (fig. 1).

$$d = \frac{c_m}{c_p} l, \tag{1}$$

unde c_m și c_p sînt coeficienții de moment în raport cu bordul de atac și de portanță, iar l este coarda profilului.

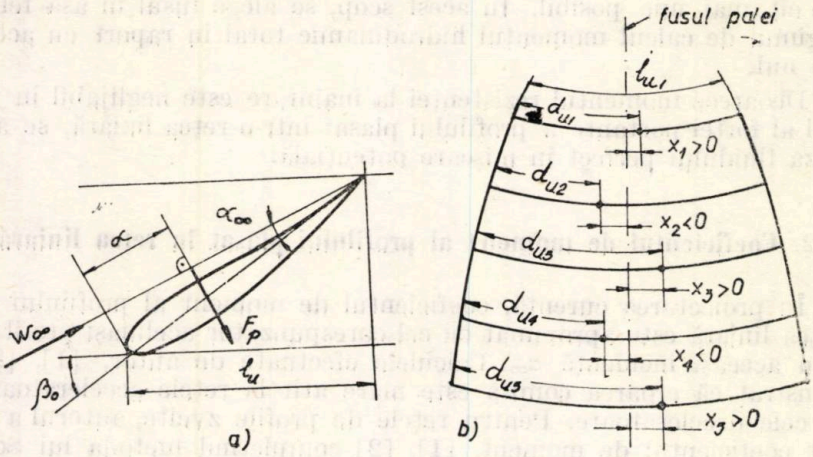


Fig. 1. Determinarea poziției fusului palei rotorice.

În plan perpendicular pe axa de rotație, distanța față de muchia de intrare a palei, măsurată pe cercul secțiunii de calcul, este

$$d_u = d \cos \beta_0. \tag{2}$$

Punctele obținute nu sînt în general coliniare. Axa fusului se poate determina astfel încît momentul rezultant al portanțelor secțiunilor de calcul să fie nul. Dacă aceste secțiuni adoptate sînt echidistante, rezultă condiția (fig. 1, *b*).

$$\sum_{i=1}^{5} x_i \, c_{pi} \, w_{\infty i} \, l_i = 0. \tag{3}$$

Distanțele x , măsurate pe arce de cerc, sînt considerate cu un semn de o parte a axei și cu semn opus de cealaltă parte.

Dacă secțiunile de calcul nu sînt echidistante, condiția corespunzătoare rezultă din regula trapezelor :

$$(f_1 + f_2)\Delta r_1 + (f_2 + f_3)\,\Delta r_2 + (f_3 + f_4)\,\Delta r_3 + (f_4 + f_5)\,\Delta r_4 = 0, \tag{3'}$$

cu

$$f_i = x_i \, c_{pi} \, w_{\infty i}^2 \, l_i \,; \; \Delta r = r_{i+1} - r_i. \tag{3''}$$

Deoarece pentru rețele deceleratoare de profile zvelte coeficienții c_p și c_m se pot aproxima cu cei corespunzători rețelelor de profile rectilinii, rezultă raportul

$$\frac{c_m}{c_p} = x_f \cos \alpha_\infty - |\bar{y}_f| \sin \alpha_\infty \,. \tag{4}$$

unde $\bar{x}_f$ și $|\bar{y}_f|$ se dau în figura 2 din [6].

La intersecția a două curbe $l/t = const.$ și $\beta_0 = const.$ se obține un punct cu coordonatele x_f, $|y_f|$, iar unghiul de incidență α_∞ (al vitezei $\vec{w}_\infty$) este cunoscut din triunghiurile vitezelor.

De exemplu, pentru $l/t = 0{,}858$, $\beta_0 = 28{,}58°$ și $\alpha_\infty = 3{,}76°$, din figura 2 se obțin $\bar{x}_f = 0{,}275$ și $|\bar{y}_f| = 0{,}09$, iar cu formula (4) se determină $c_m/c_p = 0{,}224$. Coarda secțiunii de calcul fiind $l = 1{,}221$ m cu formulele (1) și (2) se află $d = 0{,}273$ și $d_u = 0{,}239$ m.

La proiectele industriale este indicat să se efectueze calculele expuse în prezenta lucrare pentru cîteva debite ale turbomașinii.

BIBLIOGRAFIE

1. *Zidaru, Gh.*, Berechnung des Momentenbeiwertes der Einzel — und Gitterprofile. Bericht am Institut für Technische Strömungslehre der TH-Darmstadt, 1977.
2. *Zidaru, Gh.*, Mișcări potențiale și hidrodinamica rețelelor de profile. Curs. Litografia Institutului politehnic București, 1979.
3. *Zidaru, Gh.*, Hidrodinamica rețelelor de profile. Curs, Litografia Institutului politehnic București, 1974.

4. *Schlichting, H.*, Berechnung der reibungslosen inkompressiblen Strömung für ein vorgegebenes ebenes Schaufelgitter. VDI-Verlag, 1955.
5. *Scholz, N.*, Aerodynamik der Schaufelgitter, Bd. I. Karlsruhe, Verlag G. Braun, 1965.
6. *Viktorov, G. V.*, Ghidrodinamiceskaia teoriia reşetok. Moskva, Vîşşaia şkola, 1969.

Choix de l'axe d'aube du rotor de turbomachine axiale

Dans ce travail l'auteur propose le choix de l'axe d'aube du rotor de turbomachine axiale de manière que le moment hydrodynamique par rapport à cet axe au regime du calcul soit nul.

Les coefficients de moment et de portance du profil en reseau sont calculés dans l'hypothèse du fluide parfait en mouvement potentiel.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ

apare trimestrial, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. In limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
РАЗДЕЛ МЕХАНИКИ

Выходит четыре раза в год, являясь продолжением прежних научных периодических журналов, „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" и „Buletinul Institutului Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределах возможностей будут опубликоваться и научно-исследовательские работы специалистов извне.

Переписка, обмен периодическими изданиями и подписка производятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIES OF MECHANICS

The Bulletin is issued quarterly, continuing the old scientific periodicals: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from outside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the following address.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SÉRIE MÉCANIQUE

parait tous les trois mois, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonnements est:

Adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
ROMÂNIA

Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)
Seria Mecanică

Lei 20
1982 MAI 2 01

F 1130/3

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA MECANICĂ

TOMUL XLIII NUMĂRUL 4 ANUL 1981
OCTOMBRIE–DECEMBRIE

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL : Academician *Radu Voinea*

MEMBRII : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct) ; Conf. dr. ing. *Cornel Berbente ;* Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin* (secretar științific) ; Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu ;* Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu ;* Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan ;* Prof. dr. ing. *Octavian Floarea ;* Prof. dr. ing. *Julieta Florea ;* Prof. dr. ing. *Nicolae Geru ;* Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald ;* Prof. dr. *Ion Grădișteanu ;* Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan ;* Prof. ing. *Jean Moncea ;* Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu ;* Prof. dr. docent ing. *Florea Oprea ;* Prof. dr. ing. *Aurel Oprean ;* Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu ;* Prof. dr. ing. *Ion Popescu ;* Conf. dr. ing. *Mircea Radeș ;* Prof. dr. ing. *Marin Rădoi ;* Conf. dr. ing. *Sorin Roșca ;* Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu ;* Prof. dr. *Octavian Stănășilă ;* Prof. dr. ing. *Voicu Tache ;* Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu ;* Prof. dr. docent ing. *Andrei Țugulea ;* Prof. dr. ing. *Silvia Vacu ;* Prof. dr. docent *Rodica Vîlcu.*

Editor : Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București.
Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10. România, Căsuța poștală 2356
TELEX 10.490 PIBUH

Readers from abroad can get subscriptions for this newspaper trough ILEXIM import-export press, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMANIA

Sumar

V. Olariu
Teoria distribuţiilor şi transformările integrale 7

Elisabeta Vasilescu
Metodele geometriei descriptive — aplicaţii 11

★

I. M. Popescu, G. A. Stanciu, C. M. Stoichiţă
Corecţia în frecvenţă a unui deflector galvanometric utilizat într-un sistem de baleiaj cu fasciculul laser 17

V. N. Constantinescu
Asupra interacţiunii fluid perfect, fluid viscos 23

S. Găletuşe
Efectul frecării asupra vitezelor induse la o elice eoliană 29

Şt. Staicu
Aplicarea metodei Carafoli la studiul curgerii supersonice în jurul unei aripi cruciforme 33

D. Rugescu
Oscilaţii proprii ale combustibilului în rezervoarele adînci ale rachetelor 39

D. Drimer, Ioana Demetrescu, H. Gheorghiu
Asupra structurii şi proprietăţilor electrice şi mecanice ale unor fibre de carbon . . . 43

★

R. Voinea, D. Voiculescu
Asupra comportării structurilor elastice de rigidităţi diferite la acţiunile seismice . . 47

M. Rădoi, N. Enescu, E. Deciu
Regimul tranzitoriu al unui sistem vibrator cu un grad de libertate datorit variaţiei amplitudinii forţei perturbatoare 57

E. Carafoli, C. Berbente
Expansiunea conică a unui curent supersonic ca urmare a succiunii prin peretele unui con circular 63

N. Manolescu
Lanţurile cinematice şi „Fermele Baranov" o legătură dialectică privită prin operaţiile de grafizare 67

Cr. Pelecudi, I. Simionescu, M. Ene
Dinamica mecanismelor robot bimobile 73

M. Radeş
Estimarea parametrilor modali ai structurilor cu amortizare neproporţională . . . 79

E. Deciu
Modele utilizate în studiul unor probleme mecanice ale deformării prin laminare . . 83

★

Al. Dănescu, V. Radcenco, Al. Dobrovicescu
Cercetări privind optimizarea proceselor funcţionale ale compresorului cu piston cu două trepte 87

V. Moraru
Eroarea de pas la prelucrarea roţilor dinţate 95

N. Racoveanu
Un indice de controlabilitate 99

A. Oprean, C. Minciu, I. Casmir, C. Tacorian
Algoritm pentru calculul durabilităţii optime a sculelor aşchietoare 103

OMSZ MŰSZAKI INFORMÁCIÓS KÖZPONTI KÖNYVTÁR 1383

D. Pavel, Gh. Zidaru, E. C. Isbăşoiu, N. Vasiliu
Contribuţii la calculul hidrodinamic al rotorului turbomaşinilor hidraulice 107

T. Demian, O. Donţu, V. Ruşeţ
Proiectarea şi realizarea unei instalaţii de prelucrare cu ultrasunete în mecanica fină . 113

M. Postelnicescu, N. Pănoiu, I. Iordache, C. Neaga, L. Mihăescu
Cercetări teoretice şi experimentale de ardere a ligniţilor, cu suport termic obţinut de la gaz de gazogen 117

M. Renert
Concentrări de eforturi unitare în domeniul elastoplastic de solicitări 121

M. Segărceanu
Contribuţii la studiul sistemelor pneumatice de separare a seminţelor 125

B. Grünwald, N. Apostolescu
Cercetări privind formarea amestecului în camera de ardere unitară pentru motorul diesel rapid 131

M. M. Niţă
Cu privire la calculul derivatelor momentelor de inerţie ale avionului 139

N. Enescu, T. Căsăndroiu
Aspecte ale dinamicii transportului materialelor granulare cu transportoare vibratoare elicoidale 143

D. Drimer, Gh. Amza
Contribuţii la îmbunătăţirea calităţii suprafeţelor pieselor prin deformare plastică în cîmp ultrasonor 149

C. Ispas
Cercetări teoretice şi experimentale asupra vibraţiilor la maşinile de rectificat . . 155

S. M. Ionescu, C. Samoilă, V. Vulcu
O nouă teorie de proiectare a tehnologiei şi calcul al amestecătoarelor cu role şi pluguri utilizate în turnătorie 161

I. Sebeşan
Cercetări experimentale privind fenomenul de stick-slip la locomotivele diesel cu transmisie în curent alternativ 167

A. Szuder
Contribuţii la stabilirea unei metode de determinare a prelucrabilităţii prin aşchiere . 173

*

Julieta Florea, D. Robescu, T. Petrovici
Cercetări teoretice şi experimentale asupra echipamentelor de oxigenare a apelor . . 179

Al. Diacon, I. Seteanu, R. Popa
Optimizarea exploatării pe termen scurt a cascadelor de centrale hidroelectrice . . 183

N. Gheorghiu, C. Moţoiu, V. Athanasovici, C. Ionescu, Fl. Alexe, V. Muşatescu
Cercetări asupra reducerii consumurilor de energie la centralele termoelectrice şi în sistemele de termoficare 189

A. Leca, Minodora Leca, D. Ionescu, B. Nae, Cornelia Chiujdea, L. Luca N. Stan
Cercetări privind aditivarea apei în vederea reducerii pierderilor de presiune . . . 193

*

Gr. Spânu
Cu privire la condiţia echilibrului macroeconomic 197

Summary

V. Olariu
Distributions and Integral Transforms 7

Elisabeta Vasilescu
The Transformation of Projections — Applications 11

★

I. M. Popescu, G. A. Stanciu, C. M. Stoichiță
The Frequency Correction of a Galvanometric Deflector Utilized in a Scanning Laser Digital System 17

V. N. Constantinescu
On Inviscid — Viscous Interaction 23

S. Găletuşe
The Friction Effect on Big Power Windmill Induced Velocities 29

Șt. Staicu
The Application of the Carafoli Method on the Study of the Supersonic Flow around a Cruciform Wing 33

D. Rugescu
Free Oscilations of the Fuel in Deep Tanks of Rockets 33

D. Drimer, Ioana Demetrescu, H. Gheorghiu
About Structure, Electrical and Mechanical Properties of Some Carbon Fibres . . . 43

★

R. Voinea, D. Voiculescu
The Behaviour of Elastic Structures of Various Rigidity under Seismic Loads . . . 47

M. Rădoi, N. Enescu, E. Deciu
The Transient State of One Degree of Freedom System Produced by the Variation of the Amplitude of the Periodic Force Acting upon the System 57

E. Carafoli, C. Berbente
The Supersonic Flow Conical Expansion Due to the Suction through the Wall of a Porous Cone 63

N. Manolescu
The Kinematic Chains and the Baranov Trusses — a Dialectical Relation with the Aide of the „G" and „Gi" Operations 67

Cr. Pelecudi, I. Simionescu, M. Ene
Dynamics of Robot Mechanisms with Two Degrees of Freedom 73

M. Radeș
Parameter Estimation for Modal Analysis of Structures with Nonproportional Damping 79

E. Deciu
Some Models Used for the Study of Mechanical Problems in Rolling 83

★

Al. Dănescu, V. Radcenco, Al. Dobrovicescu
Researches upon the Optimization of the Working Processes of the Two — Stage Piston — Compressor 87

V. Moraru
The Pitch Error in Gear Cutting 95

N. Racoveanu
A Controllability Index 99

Al. Oprean, C. Minciu, I. Casmir, C. Tacorian
Algorithm for Calculation of Cutting Tools Optimum Durability 103
D. Pavel, Gh. Zidaru, E. C. Isbăşoiu, N. Vasiliu
Contributions to Hydrodynamic Computation of the Hydraulic Turbines Runners . . 107
T. Demian, O. Donţu, V. Ruşeţ
Processing Installation Based on Ultrasounds in Fine Mechanics 113
M. Postelnicescu, N. Pănoiu, I. Iordache, C. Neaga, L. Mihăescu
Theoretical and Experimental Researches of Lignits Combustion with a Thermic Support Resulting from Gas of Gazogen 117
M. Renert
Stress Concentrations in the Elastoplastic Range 121
M. Segărceanu
Contributions to the Study of Pneumatic Systems of Seeds Separation 125
B. Grünwald, N. Apostolescu
Studies on the Mixture Formation in the Combustion Chamber of a Direct — Injection Diesel Engine 131
M. M. Niţă
On the Calculation of the Derivates of Aircraft Moments of Inertia 139
N. Enescu, T. Căsăndroiu
Some Aspects of the Dynamics of Granular Material Transport with Helicoidal Vibratory Conveyors 143
D. Drimer, Gh. Amza
Contributions to the Improvement of Process Surface Qualities through Plastic Deformation in an Ultrasonic Field 149
C. Ispas
Theoretical and Experimental Researches on the Vibrations of Grinding Machines . 155
S. Ionescu, C. Samoilă, V. Vulcu
A New Projection Theory for the Technology and Calculation of the Plough and Roll Mixer Used in Foundry 161
I. Sebeşan
Experimental Researches Concerning the Stick-Slip Phenomenon in Diesel Locomotives with Transmission in Alternative Current 167
A. Szuder
Contributions on the Machinability Determination Method 173

★

Julieta Florea, D. Robescu, T. Petrovici
Theoretical and Experimental Researches Concerning Water Oxygenation Equipments 179
Al. Diacon, I. Seteanu, R. Popa
Short-Term Optimization of Hydro-Plants Cascades 183
N. Gheorghiu, C. Moţoiu, V. Athanasovici, C. Ionescu, Fl. Alexe, V. Muşatescu
Research on the Reduction of Energy Consumption in Thermal Power Stations and in Congeneration Systems 189
A. Leca. Minodora Leca, D. Ionescu, B. Nae, Cornelia Chiujdea, L. Luca, N. Stan
Researches on Water Additivation for Pressure Loss Reduction 193

★

Gr. Spânu
About the Macroeconomic Equilibrium Condition 197

LA ANIVERSAREA A 100 DE ANI DE LA REORGANIZAREA ȘCOALEI NAȚIONALE DE PODURI ȘI ȘOSELE DIN BUCUREȘTI

Anul acesta se împlinesc 100 de ani de cînd inginerul Gheorghe Duca, fiind numit la 8 aprilie 1881 director al „Școalei de poduri și șosele" din București, a început o activitate de reorganizare a acestei școli pe care a reușit s-o pună în scurtă vreme pe picior de egalitate cu cele mai renumite instituții de învățămînt tehnic superior din Europa. Aceasta a permis să se acorde absolvenților noii școli dreptul de a se înscrie în corpul tehnic cu gradul de ingineri. Menționăm că, pînă la acea dată, școlile premergătoare, începînd cu Școala lui Gheorghe Lazăr înființată în anul 1818 și continuînd cu „Școala de drumuri și șosele" înființată în anul 1852, cu „Școala de ponți și șosele, mine și arhitectură" înființată în 1864 și cu „Școala de poduri, șosele și mine" înființată în 1867, pregăteau absolvenți care nu erau primiți în corpul didactic tehnic decît în calitate de conductori tehnici, gradul de inginer fiind rezervat numai celor ce-și făcuseră studiile în străinătate.

De menționat că, în 1875 și mai tîrziu în 1878, au fost luate unele măsuri în vederea transformării școlii de atunci într-o școală care să formeze ingineri, dar nu s-a reușit, deoarece se urmărea să se pregătească specialiști în poduri, șosele, căi ferate, construcții, geniu industrial, metalurgie și mine în numai 4 ani de studii. Criticînd tendința de a face ingineri universali, Gheorghe Duca a arătat că este necesar ca aceste specialități să fie restrînse și că ar fi bine ca Statul, care face mari sacrificii bănești, să se îngrijească înainte de toate să-și formeze personalul trebuincios lucrărilor publice, adică specialiști în poduri, șosele și drumuri de fier. El a căutat să înlăture și celelalte deficiențe ale școlii de dinainte de 1881 și anume : pregătirea de bază slabă a elevilor, lipsa lor de disciplină, programe de cursuri foarte încărcate care conduceau la o predare superficială a materiilor respective, numărul mic de profesori care obliga pe un cadru didactic să predea pînă la 4—5 cursuri, lipsa de cunoștințe a elevilor în domeniul desenului tehnic, lipsa de exigență a profesorilor etc.. Astfel el a introdus un an preparator înainte de anul I, precum și o disciplină foarte severă în școală, eliminînd pe toți elevii care nu învățau ritmic sau care nu corespundeau la examenul general de la finele anului. A întocmit programe noi, concentrînd pregătirea pe specialitatea drumuri, poduri și căi ferate. A acordat o mare atenție desenului tehnic și proiectelor, precum și practicii elevilor, care avea o durată de 3 luni, în fiecare vară, aceștia lucrînd în această perioadă ca angajați în Serviciile publice. Tot lui Gheorghe Duca

îi datorăm localul școlii din Calea Griviței, care a fost inaugurat la 2 octombrie 1886 și completat ulterior cu alte clădiri.

În cei 100 de ani care au trecut de la reorganizarea „Școalei naționale de poduri și șosele" s-au făcut progrese remarcabile. Școala a căpătat un mare prestigiu la începutul secolului nostru. După primul război mondial, înfăptuindu-se unitatea națională, nevoile crescînde de specialiști și în alte domenii decît cel al construcțiilor au determinat ca, în anul 1920, „Școala națională de poduri și șosele" să se transforme în „Școala politehnică din București", cu 4 secțiuni (facultăți) : secția de construcții, secția de mecanică și electricitate, secția de mine și metalurgie și secția industrială. La acestea în 1923 s-a adăugat secția de silvicultură. După cel de-al doilea război mondial, în 1948, ca urmare a reformei învățămîntului, „Școala politehnică din București" a devenit Institutul politehnic București. Facultățile de construcții, de mine și de silvicultură s-au desprins și au devenit institute de învățămînt tehnic superior de sine stătătoare. În același timp a crescut numărul de facultăți potrivit nevoilor unor noi specializări.

Astăzi Institutul politehnic București are 12 facultăți (Mecanică, Tehnologia construcțiilor de mașini, Mecanică agricolă, Transporturi, Aeronave, Electrotehnică, Electronică, Energetică, Automatică, Metalurgie, Tehnologie chimică, Utilaje și ingineria proceselor chimice), 27.300 studenți, 600 doctoranzi, peste 1500 cadre didactice și un personal tehnico-administrativ de 2 200 oameni ai muncii. Începînd din anul 1966 s-a construit un nou local al institutului. Astăzi institutul nostru dispune de spații de învățămînt ce însumează peste 200 000 m², de o bibliotecă centrală cu peste 1.300.000 de volume și de biblioteci de facultăți, precum și de un modern complex de cămine și cantine studențești în care se asigură condiții corespunzătoare pentru 12.700 studenți.

Aplicînd în mod creator concepția care stă astăzi la baza învățămîntului superior din țara noastră, aceea a integrării sale organice cu cercetarea științifică și cu producția, în institutul nostru se pregătesc anual aproximativ 5 000 de ingineri, subingineri și licențiați în chimie, specialiști cu un larg profil, capabili să se adapteze la cerințele tot mai exigente ale științei și tehnicii contemporane. În cadrul activității de cercetare științifică, personalul didactic soluționează probleme importante ale economiei noastre naționale, îmbogățind în același timp tezaurul științei și al tehnicii.

În modul acesta Institutul politehnic București, continuînd tradițiile frumoase ale „Școalei naționale de poduri și șosele," aduce astăzi un aport tot mai însemnat la dezvoltarea patriei noastre, la ridicarea ei pe culmi ale progresului și ale civilizației.

COMITETUL DE REDACȚIE

Decembrie 1981

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C. Z.: 517.512.2

TEORIA DISTRIBUȚIILOR ȘI TRANSFORMĂRILE INTEGRALE

VALTER OLARIU

Se deduce posibilitatea obținerii oricît de multe formule privind transformările integrale plecînd de la posibilitatea transcrierii oricărei funcții sau distribuții (în sensul lui L. Schwarz) cu ajutorul distribuției lui Dirac. Se dă ca exemplu particular, cazul transformării Fourier.

În diverse aplicații teoretice și practice un rol important îl joacă uneori transformările integrale (transformarea Fourier, Laplace, Melin, Hankel etc.); definite inițial cu ajutorul funcțiilor de o clasă convenabilă, aceste transformări și-au găsit un cadru natural de utilizare în teoria distribuțiilor, înțelegînd prin distribuție o funcțională liniară și continuă definită pe un spațiu convenabil ales de funcții test Φ. Notînd cu Φ' mulțimea funcționalelor liniare și continue definite pe Φ, dacă $\varphi \in \Phi$ este un element oarecare, prin definiție, pentru orice $f \in \Phi'$ avem $f(\varphi) = \langle f, \varphi \rangle \in \mathbb{R}(\mathbb{C})$.

Distribuția lui Dirac $\delta \in \Phi'$ se definește prin egalitatea $\delta(\varphi) = \langle \delta, \varphi \rangle = \varphi(0)$ și joacă rolul elementului unitate în raport cu operația de convoluție: dacă $f \in \Phi'$, întotdeauna

$$f * \delta = f \tag{1}$$

notîndu-se cu $*$ convoluția distribuțiilor între care este pus.

Egalitatea (1) este deosebit de utilă în teoria ecuațiilor cu derivate parțiale, permițînd, de exemplu, justificarea utilizării noțiunii de soluție elementară (sau fundamentală) a unei ecuații cu derivate parțiale. Dacă $\mathcal{E}$ este soluția elementară a unei ecuații cu derivate parțiale cu coeficienți constanți $P(D)u = f$, adică $\mathcal{E} \in \Phi'$ iar $P(D)\mathcal{E} = \delta$, din (1) se deduce succesiv (ținînd cont că $P(D)(f * g) = [P(D)f] * g = f * [P(D)g]$)

$$f = f * \delta = f * [P(D)\mathcal{E}] = P(D)\,[\mathcal{E} * f]$$

și deci, pentru acei $f \in \Phi'$ pentru care are sens convoluția $\mathcal{E} * f$, această ultimă distribuție va fi o soluție particulară a ecuației cu derivate parțiale $P(D)u = f$.

Manuscris primit la data de 6 iulie 1981
* Prof. dr., Catedra Matematică I

Dar aceeaşi egalitate (1) poate fi utilizată pentru obţinerea formulelor de bază din teoria transformărilor integrale.

Pentru aceasta să presupunem că distribuţia lui Dirac δ permite o reprezentare integrală de forma

$$\delta(x) = \frac{1}{A}\int_{-\infty}^{+\infty} g(ix\xi)\,\mathrm{d}\xi \tag{2}$$

unde $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ este o funcţie (distribuţie) convenabil aleasă iar $A \in \mathbb{C}$ este o constantă de normare. Utilizînd (2), (1) se transcrie

$$f(x) = f(x) * \delta(x) = f(x) * \left[\frac{1}{A}\int_{-\infty}^{+\infty} g(ix\xi)\,\mathrm{d}\xi\right]$$

adică

$$f(x) = \frac{1}{A}\int_{-\infty}^{+\infty} f(y)\left\{\int_{-\infty}^{+\infty} g[i(x-y)\xi]\,\mathrm{d}\xi\right\}\mathrm{d}y \tag{3}$$

ultima egalitate obţinîndu-se presupunînd f o distribuţie regulată.

Egalitatea (3) poate fi considerată drept relaţia care generează orice transformare integrală, ea înglobînd, de exemplu, formula integrală Fourier care poate fi pusă la baza definiţiei şi a aplicaţiilor posibile ale transformării Fourier.

Să indicăm modul în care se justifică această afirmaţie.

Fie $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ integrabilă şi astfel încît scriind

$$g(ix) = g_1(x) + ig_2(x),\quad x \in \mathbb{R}$$

să avem $g_1(-x) = g_1(x)$, $g_2(-x) = -g_2(x)$, adică $Re\ g(ix)$ şi $Im\ g(ix)$ să fie funcţie pară respectiv impară; în aceste condiţii rezultă

$$\int_{-N}^{+N} g(ix\xi)\,\mathrm{d}\xi = \int_{-N}^{+N} g_1(x\xi)\,\mathrm{d}\xi + i\int_{-N}^{+N} g_2(x\xi)\,\mathrm{d}\xi =$$

$$= \int_{-N}^{N} g_1(x\xi)\,\mathrm{d}\xi = 2\int_{0}^{N} g_1(x\xi)\,\mathrm{d}\xi = \frac{2}{x}\int_{0}^{Nx} f_1(y)\mathrm{d}y$$

valabilă pentru orice $x \in \mathbb{R}$ fixat.

Dacă $F(x, N) = \int_{-N}^{N} f(ix\xi)\mathrm{d}\xi$ se presupune o distribuţie vom avea

$$\langle F(x,N),\ \varphi(x)\rangle = 2\left\langle \int_{0}^{Nx} g_1(y)\mathrm{d}y,\ \frac{\varphi(x)}{x}\right\rangle =$$

$$= 2\int_{-a}^{+a} \frac{\varphi(x)}{x}\left[\int_{0}^{Nx} g_1(y)\mathrm{d}y\right]\mathrm{d}x$$

dacă supp $\varphi \subset [-a, +a]$ (supp φ fiind suportul funcţiei test φ, deci $\varphi(x) = 0$ dacă $x \notin$ supp φ).

Cu schimbarea de variabilă $x = \frac{t}{N}$ rezultă

$$\langle F(x, N), \varphi(x)\rangle = 2\int_{-Na}^{+Na} \frac{1}{t}\,\varphi\left(\frac{t}{N}\right)\left[\int_0^t g_1(y)\,dy\right] dt$$

iar pentru $N \to +\infty$ (deci integralele se presupun convergente în sensul valorii principale) se deduce

$$\lim_{N\to\infty} \langle F(x, N), \varphi(x)\rangle = 2\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{t}\,\varphi(0)\left[\int_0^t g_1(y)\,dy\right] dt = A\,\varphi(0)$$

unde

$$A = 2\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{t}\left[\int_0^t g_1(y)\,dy\right] dt.$$

Aşadar în sensul valorii principale

$$\lim_{N\to\infty} \left\langle \frac{1}{A} F(x, N), \varphi(x)\right\rangle = \varphi(0) = \langle \delta, \varphi\rangle$$

ceea ce înseamnă

$$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{A} F(x, N) = \delta(x)$$

adică s-a găsit o funcţie (distribuţie) care poate fi utilizată în (2) iar pentru diverse particularizări ale lui F se vor obţine diverse identităţi integrale care vor conduce la tot atîtea posibilităţi de construcţie a unor transformări integrale.

De exemplu, dacă $g(x) = \exp(x)$, cum $g(ix) = \exp(ix) = \text{cis}(x) = \cos(x) + i \sin(x)$ rezultă

$$F(x, N) = \int_{-N}^{+N} \exp(ix\xi)\,d\xi = 2\int_0^{+N} \cos(x\xi)\,d\xi = \frac{2}{N}\sin(Nx)$$

iar

$$A = 2\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{t}\left[\int_0^t \cos(y)\,dy\right] dt = 2\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(t)}{t}\,dt = 2\pi;$$

identitatea (3) se transcrie

$$f(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} f(y)\left[\int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(x-y)\xi}\,\mathrm{d}\xi\right]\mathrm{d}y$$

obţinîndu-se astfel formula integrală Fourier care stă la baza teoriei transformării Fourier prin exponenţială, prin sinus sau prin cosinus.

Distributions and Integral Transforms

In this note one indicates a possibility to obtain integral transforms starting from the representation of Dirac distribution. As a particular case the Fourier transformation is illustrated.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C. Z.: 515

METODELE GEOMETRIEI DESCRIPTIVE — APLICAȚII

ELISABETA VASILESCU *

Metodele grafice sînt utile pentru verificarea unor soluții aflate analitic sau pentru aflarea unor domenii de variație a unor necunoscute. Se prezintă în lucrare utilizarea metodelor geometriei descriptive în verificarea grafică a coordonatelor unui punct dintr-un lanț cinematic spațial.

Într-un lanț cinematic spațial (fig. 1), pe baza conturului poligonal cu laturi perpendiculare, vectorul de poziție al unui punct P este determinat de suma vectorială:

$$\bar{r}_p = s_1\bar{e}_1 + a_1\bar{n}_1 + s_2\bar{e}_2 + a_2\bar{n}_2 + \dots$$

Utilizînd triedrul de referință fix cu axele $\bar{n}_0(x)$ $\bar{e}_1\times\bar{n}_0$ (y) $\bar{e}_1(z)$, vectorul de poziție are expresia:

$$\bar{r}_p = G_p\bar{n}_0 + H_p\bar{e}_1\times\bar{n}_0 + K_p\bar{e}_1$$

Între versorii axelor și normalelor există relațiile (1), iar funcțiile cu care se calculează $G_pH_pK_p$ sînt date în relațiile (2).

$$x = G_p \qquad y = H_p \qquad z = K_p$$

x, y și z fiind coordonatele unui punct din lanțul cinematic. Corespondența grafică a acestor funcții prezentate în relațiile 2 este arătată în fig. 2 cu ajutorul metodei schimbării succesive a planelor de proiecție, în dublă proiecție ortogonală. Apar astfel în mărime reală unghiurile de rotație θ_p, unghiurile de încrucișare a axelor α_p, precum și lungimile a_p și s_p.

Pentru un punct de pe axul 3 s-au verificat coordonatele unui punct C

Metodele grafice sînt utile pentru verificarea unor soluții aflate analitic. Pentru verificarea grafică a pozițiilor prin care trece un punct dintr-un lanț cinematic spațial se pot întrebuința metodele geometriei

Manuscrisul primit la data de 4 iulie 1981
* Șef lucrări ing., Catedra Geometrie descriptivă și desen

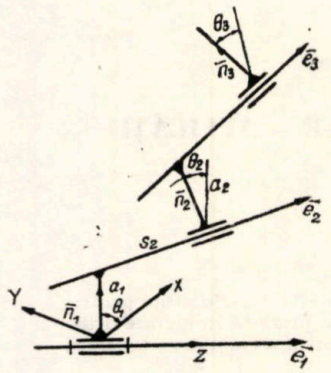


Fig. 1 — Lanț cinematic spațial

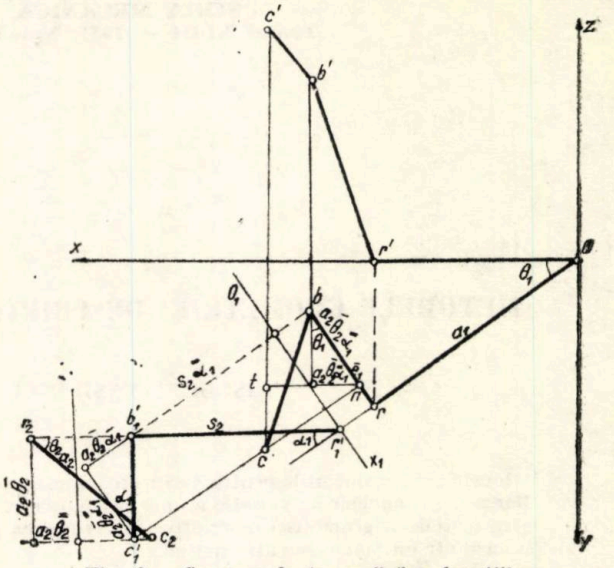


Fig. 2 — Corespondența grafică a funcțiilor

$$X_C = a_1\overline{\overline{\theta}}_1 + s_2\overline{\alpha}_1\overline{\theta}_1 + a_2(\overline{\overline{\theta}}_1\overline{\overline{\theta}}_2 - \overline{\theta}_2\overline{\overline{\alpha}}_1\overline{\theta}_1)$$

$$Y_C = a_1\overline{\theta}_1 - s_2\overline{\alpha}_1\overline{\theta}_1 + a_2(\overline{\overline{\theta}}_2\overline{\theta}_1 + \overline{\theta}_2\overline{\overline{\alpha}}_1\overline{\theta}_1)$$

$$Z_C = s_2\overline{\overline{\alpha}}_1 + a_2\overline{\alpha}_1\overline{\theta}_2$$

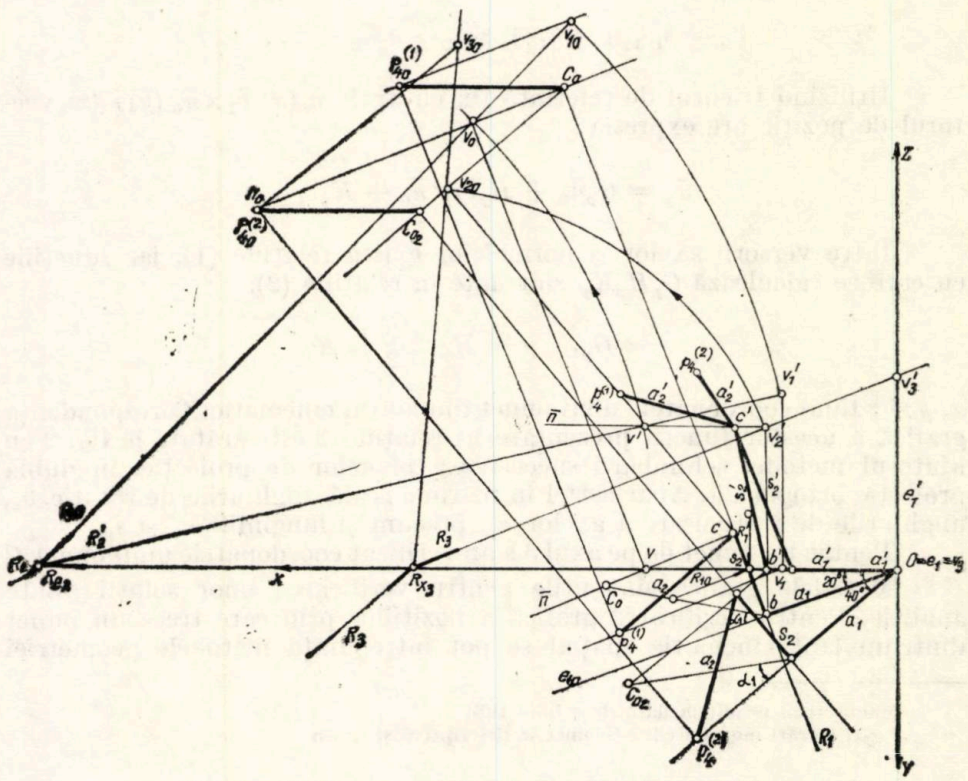


Fig. 3 — Verificarea grafică a elementelor aflate analitic

descriptive, schimbarea de plan de proiecție și rabaterea.

$$\bar{r}_p = s_1\bar{e}_1 + a_1\bar{n}_1 + s_2\bar{e}_2 + \ldots\ a_{p-1}\bar{n}_{p-1}$$

$$\bar{r}_p = G_p\bar{n}_0 + H_p\bar{e}_1\times\bar{n}_0 + K_p\bar{e}_1$$

$$\sin\alpha_i\cdot\bar{n}_i = \bar{e}_i\times\bar{e}_{i+1};\ \sin\theta_i\bar{e}_i = n_{i-1}\times n_i \quad \bar{e}_i = A_i\bar{n}_0 + B_i\bar{e}_1\times\bar{n}_0 + C_i\bar{e}_1 \quad (1)$$

$$\cos\alpha_i = \bar{e}_i\cdot\bar{e}_{i+1};\quad \cos\theta_i = \bar{n}_{i-1}\cdot\bar{n}_i \quad \bar{n}_i = D_i\bar{n}_0 + E_i\bar{e}_1\times\bar{n}_0 + F_i\bar{e}_1.$$

$$\bar{e}_i^2 = 1;\quad \bar{n}_i^2 = 1.$$

$$A_1 = 0 \qquad B_1 = 0 \qquad C_1 = 1 \qquad (2)$$

$$A_2 = \bar{\alpha}_1\bar{\theta}_1 \qquad B_2 = -\bar{\alpha}_1\bar{\bar{\theta}}_1 \qquad C_2 = \bar{\bar{\alpha}}_1$$

$$A_3 = \bar{\alpha}_1\bar{\bar{\alpha}}_2\bar{\theta}_1 + \bar{\alpha}_2\bar{\bar{\theta}}_1\bar{\theta}_2 + \bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\alpha}_2\bar{\theta}_1\bar{\bar{\theta}}_2 = \bar{\alpha}_1\bar{\bar{\alpha}}_2\bar{\theta}_1 +$$

$$+\frac{\bar{\alpha}_2(1+\bar{\bar{\alpha}}_1)}{2}\overline{\theta_1+\theta_2} - \frac{\bar{\alpha}_2(1-\bar{\bar{\alpha}}_1)}{2}\overline{\theta_1-\theta_2}.$$

$$B_3 = -(\bar{\alpha}_1\bar{\bar{\alpha}}_2\bar{\bar{\theta}}_1 - \bar{\alpha}_2\bar{\theta}_1\bar{\theta}_2 + \bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\alpha}_2\bar{\bar{\theta}}_1\bar{\bar{\theta}}_2) = -$$

$$-\left[\bar{\alpha}_1\bar{\bar{\alpha}}_2\bar{\bar{\theta}}_1 + \frac{\bar{\alpha}_2(1+\bar{\bar{\alpha}}_1)}{2}\overline{\overline{\theta_1+\theta_2}} - \frac{\bar{\alpha}_2(1-\bar{\bar{\alpha}}_1)}{2}\overline{\overline{\theta_1-\theta_2}}\right];$$

$$C_3 = \bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\bar{\alpha}}_2 - \bar{\alpha}_1\bar{\alpha}_2\bar{\bar{\theta}}_2;$$

$$A_4 = \bar{\alpha}_1\bar{\bar{\alpha}}_2\bar{\bar{\alpha}}_3\bar{\theta}_1 + \bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\alpha}_2\bar{\bar{\alpha}}_3\bar{\theta}_1\bar{\bar{\theta}}_2 + \bar{\alpha}_2\bar{\bar{\alpha}}_3\bar{\theta}_1\bar{\theta}_2 - \bar{\alpha}_1\bar{\alpha}_2\bar{\alpha}_3\bar{\theta}_1\bar{\bar{\theta}}_3 +$$

$$+\bar{\alpha}_3\bar{\theta}_1\bar{\bar{\theta}}_2\bar{\theta}_3 - \bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\alpha}_3\bar{\theta}_1\bar{\theta}_2\bar{\bar{\theta}}_3 + \bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\bar{\alpha}}_2\bar{\alpha}_3\bar{\theta}_1\bar{\bar{\theta}}_2\bar{\bar{\theta}}_3 = \bar{\alpha}_1\bar{\bar{\alpha}}_2\bar{\bar{\alpha}}_3\bar{\theta}_1 +$$

$$+\frac{\bar{\alpha}_2\bar{\bar{\alpha}}_3}{2}[(1+\bar{\alpha}_1)\overline{\theta_1+\theta_2}-(1-\bar{\bar{\alpha}}_1)\overline{\theta_1-\theta_2}]-\frac{\bar{\alpha}_1\bar{\alpha}_2\bar{\alpha}_3}{2}(\theta_1+\theta_3+\overline{\theta_1-\theta_3})+$$

$$+\frac{\bar{\alpha}_3}{4}[(1+\bar{\bar{\alpha}}_1)(1+\bar{\bar{\alpha}}_2)$$

$$\overline{\theta_1+\theta_2+\theta_3}-(1+\bar{\bar{\alpha}}_1)(1-\bar{\bar{\alpha}}_2)\overline{\theta_1+\theta_2-\theta_3}+$$

$$+(1-\bar{\bar{\alpha}}_2)(1-\bar{\bar{\alpha}}_2)\overline{\theta_1+\theta_3-\theta_2}+(1-\bar{\bar{\alpha}}_1)(1+\bar{\bar{\alpha}}_2)\overline{\theta_2+\theta_3-\theta_1}];$$

$$B_4=-\bar{\alpha}_1\bar{\bar{\alpha}}_2\bar{\bar{\alpha}}_3\bar{\bar{\theta}}_1+\bar{\alpha}_2\bar{\bar{\alpha}}_3\bar{\theta}_1\bar{\theta}_2-\bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\alpha}_2\bar{\bar{\alpha}}_3\bar{\bar{\theta}}_1\bar{\theta}_2+\bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\alpha}_2\bar{\alpha}_3\bar{\bar{\theta}}_1\bar{\bar{\theta}}_3+$$

$$+\bar{\alpha}_3\bar{\theta}_1\bar{\theta}_2\bar{\theta}_3+\bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\alpha}_3\bar{\bar{\theta}}_1\bar{\theta}_2\bar{\theta}_3+\bar{\bar{\alpha}}_2\bar{\alpha}_3\bar{\theta}_1\bar{\theta}_2\bar{\bar{\theta}}_3-\bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\alpha}_2\bar{\alpha}_3\bar{\bar{\theta}}_1\bar{\bar{\theta}}_2\bar{\bar{\theta}}_3=-\bar{\alpha}_1\bar{\bar{\alpha}}_2\bar{\bar{\alpha}}_3\bar{\theta}_1-$$

$$+\frac{\bar{\alpha}_2\bar{\bar{\alpha}}_3}{2}[(1+\bar{\bar{\alpha}}_1)\overline{\overline{\theta_1+\theta_2}}-(1-\bar{\bar{\alpha}}_1)\overline{\overline{\theta_1-\theta_2}}]-\frac{\bar{\alpha}_1\bar{\alpha}_2\bar{\alpha}_3}{2}(\overline{\overline{\theta_1+\theta_3}}+\overline{\overline{\theta_1-\theta_3}})-$$

$$-\frac{\bar{\alpha}_3}{4}[(1+\bar{\bar{\alpha}}_1)(1+\bar{\bar{\alpha}}_2)\overline{\overline{\theta_1+\theta_2+\theta_3}}-(1+\bar{\bar{\alpha}}_1)(1-\bar{\bar{\alpha}}_2)\overline{\overline{\theta_1+\theta_3-\theta_2}}-$$

$$-(1-\bar{\bar{\alpha}}_1)(1-\bar{\bar{\alpha}}_2)\overline{\theta_2+\theta_3-\theta_1}]$$

$$C_4=\bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\bar{\alpha}}_2\alpha_3-\bar{\alpha}_1\bar{\alpha}_2\bar{\bar{\alpha}}_3\bar{\bar{\theta}}_2-\bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\alpha}_2\bar{\alpha}_3\bar{\bar{\theta}}_3+\bar{\alpha}_1\bar{\alpha}_3\bar{\theta}_2\bar{\theta}_3-\bar{\alpha}_1\bar{\bar{\alpha}}_2\bar{\alpha}_3\bar{\bar{\theta}}_2\bar{\bar{\theta}}_3=\bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\bar{\alpha}}_2\bar{\bar{\alpha}}_3-$$

$$-\bar{\alpha}_1\bar{\alpha}_2\bar{\bar{\alpha}}_3\overline{\bar{\theta}_2}-\bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\alpha}_2\bar{\alpha}_3\bar{\bar{\theta}}_3-\frac{\bar{\alpha}_1\bar{\alpha}_3}{2}[(1+\bar{\bar{\alpha}}_2)\overline{\overline{\theta_2+\theta_3}}-(1-\bar{\bar{\alpha}}_2)\overline{\overline{\theta_2-\theta_3}}]$$

$$D_0=1 \qquad E_0=0 \qquad F_0=0$$

$$D_1=\bar{\bar{\theta}}_1 \qquad E_1=\bar{\theta}_1 \qquad F_1=0$$

$$D_2=\bar{\bar{\theta}}_1\bar{\bar{\theta}}_2-\bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\theta}_1\bar{\theta}_2=\frac{1+\bar{\bar{\alpha}}_1}{2}\overline{\overline{\theta_1+\theta_2}}+\frac{1-\bar{\bar{\alpha}}_1}{2}\overline{\overline{\theta_1-\theta_2}}$$

$$E_2=\bar{\theta}_1\bar{\bar{\theta}}_2+\bar{\bar{\alpha}}_1\bar{\theta}_1\bar{\theta}_2=\frac{1+\bar{\bar{\alpha}}_1}{2}\overline{\theta_1+\theta_2}+\frac{1-\bar{\bar{\alpha}}_1}{2}\overline{\theta_1-\theta_2}$$

$$F_2=\bar{\alpha}_1\bar{\theta}_2;$$

$$D_3 = \overline{\overline{\theta}_1}\overline{\theta}_2\overline{\overline{\theta}}_3 - \overline{\overline{\alpha}}_1\overline{\theta}_1\overline{\theta}_2\overline{\overline{\theta}}_3 - \overline{\overline{\alpha}}_2\overline{\overline{\theta}}_1\overline{\theta}_2\overline{\theta}_3 + \overline{\alpha}_1\overline{\alpha}_2\overline{\theta}_1\overline{\theta}_3 - \overline{\overline{\alpha}}_1\overline{\overline{\alpha}}_2\overline{\theta}_1\overline{\overline{\theta}}_2\overline{\theta}_3 =$$

$$= \frac{\overline{\alpha}_1\overline{\alpha}_2}{2}(\overline{\theta_1 - \theta_3} - \overline{\theta_1 + \theta_3}) + \frac{(1 + \overline{\overline{\alpha}}_1)(1 + \overline{\overline{\alpha}}_2)}{2}\overline{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3} +$$

$$+ \frac{(1 + \overline{\overline{\alpha}}_1)(1 - \overline{\overline{\alpha}}_2)}{4}\overline{\theta_2 + \theta_3 - \theta_1} + \frac{(1 - \overline{\overline{\alpha}}_1)(1 - \overline{\overline{\alpha}}_2)}{4}\overline{\theta_1 + \theta_3 - \theta_2} +$$

$$+ \frac{(1 - \overline{\overline{\alpha}}_1)(1 + \overline{\overline{\alpha}}_2)}{4}\overline{\theta_2 + \theta_3 - \theta_1}$$

$$E_3 = \overline{\theta}_1\overline{\overline{\theta}}_2\overline{\overline{\theta}}_3 + \overline{\overline{\alpha}}_1\overline{\theta}_1\overline{\theta}_2\overline{\overline{\theta}}_3 - \overline{\overline{\alpha}}_2\overline{\theta}_1\overline{\theta}_2\overline{\theta}_3 - \overline{\alpha}_1\overline{\alpha}_2\overline{\overline{\theta}}_1\overline{\theta}_3 + \overline{\overline{\alpha}}_1\overline{\overline{\alpha}}_2\overline{\overline{\theta}}_1\overline{\overline{\theta}}_2\overline{\theta}_3 =$$

$$= \frac{\overline{\alpha}_1\overline{\alpha}_2}{2}(\overline{\theta_1 - \theta_3} - \overline{\theta_1 + \theta_3}) + \frac{(1 + \overline{\overline{\alpha}}_1)(1 + \overline{\overline{\alpha}}_2)}{4}\overline{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3} +$$

$$+ \frac{(1 + \overline{\overline{\alpha}}_1)(1 - \overline{\overline{\alpha}}_2)}{4}\overline{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3} + \frac{(1 - \overline{\overline{\alpha}}_1)(1 - \overline{\overline{\alpha}}_2)}{4}\overline{\theta_1 + \theta_3 - \theta_2} -$$

$$- \frac{(1 - \overline{\overline{\alpha}}_1)(1 + \overline{\overline{\alpha}}_2)}{4}\overline{\theta_2 + \theta_3 - \theta_1};$$

$$F_3 = \overline{\alpha}_1\overline{\theta}_2\overline{\overline{\theta}}_3 + \overline{\overline{\alpha}}_1\overline{\alpha}_2\overline{\theta}_3 + \overline{\alpha}_1\overline{\overline{\alpha}}_2\overline{\overline{\theta}}_2\overline{\theta}_3 = \overline{\overline{\alpha}}_1\overline{\alpha}_2\overline{\theta}_3 +$$

$$+ \frac{\overline{\alpha}_1(1 + \overline{\overline{\alpha}}_2)}{2}\overline{\theta_2 + \theta_3} + \frac{\overline{\alpha}_1(1 - \overline{\overline{\alpha}}_2)}{2}\overline{\theta_2 - \theta_3};$$

$$G_p = s_1A_1 + a_1D_1 + s_2A_2 + \ldots a_{p-1},\ D_{p-1}$$

$$H_p = s_1B_1 + a_1E_1 + s_2B_2 + \ldots a_{p-1},\ E_{p-1}$$

$$K_p = s_1C_1 + a_1F_1 + s_2C_2 + \ldots a_{p-1},\ F_{p-1}$$

În fig. 3 s-au verificat grafic elementele aflate analitic ce determină lanțul cinematic considerat $(a_1a_2s_2\ \theta_1^{(1)}\theta_1^{(2)}\alpha_1)$ cînd punctul P trece din poziția $P^{(1)}$ în poziția $P^{(2)}$. În proiecție orizontală apar mărimile a_1 și θ_1 iar s_2 și α_1 apar prin rabaterea planului perpendicular în B pe a_1. În punctul $C(c, c')$ se construiește un plan perpendicular pe $\bar{e}_2$ și în rabatere se construiește a_2 și θ_2.

BIBLIOGRAFIE

1. *Chr. Pelecudi*, Teoria mecanismelor spațiale, EA, 1972
2. *E. Botez*, Geometrie descriptivă, Ed. did. și ped., 1965

Die Methoden der darstellenden Geometrie-Aplikationen

Die graphischen Methoden sind nützlish fur die Überprüfung einiger analytischer gefundenen Lösungen oder fur die Bestimmung einiger Variationsbereiche der Unbekanten. In der Arbeit wird die Anwendung der Methoden der darstellende Geometrie gezeigt ein die Umlegung in der graphischen Überprüfung der koordinaten eines Punktes inerhalb einer räumlicher kinematische Kette.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.: 537.741.5
535.14

CORECȚIA ÎN FRECVENȚA A UNUI DEFLECTOR GALVANOMETRIC UTILIZAT ÎNTR-UN SISTEM DE BALEIAJ CU FASCICUL LASER

I. M. POPESCU, G. A. STANCIU, C. M. STOICHIȚĂ *

În lucrare se prezintă corecția unui deflector galvanometric utilizat într-un sistem de baleiaj cu fascicul laser. Sînt prezentate schema circuitului de corecție și modul de realizare a corecției.

1. Introducere

Cei mai utilizați deflectori în sistemele de baleiaj cu laser folosite la studiul dispozitivelor semiconductoare sînt electromagnetici. Aceștia au o rezoluție moderată și un timp de acces nu prea scurt, datorită inerției mari.

O descriere detaliată a diferitelor tipuri de deflectori a fost făcută de L. Beiser [1] V. J. Fowller [2] a făcut o sinteză a tehnicilor de deflexie a razei laser.

Caracteristicile și performanțele deflectorilor de tip galvanometru au fost prezentate în lucrarea [3].

Sistemul realizat de noi [4—5] pentru studiul dispozitivelor semiconductoare, avînd la bază deflexia radiației laserului cu He—Ne (λ 632,8 nm) utilizează doi deflectori de tip galvanometru. O descriere a performanțelor optice ale acestui dispozitiv a fost făcută în lucrarea [6].

În cadrul acestei lucrări este prezentat modul de realizare a corecției deflectorilor ce alcătuiesc sistemul de deflexie.

2. Descrierea deflectorilor

Cei doi deflectori utilizați sînt identici fiind de tipul galvanometrilor cu buclă, schema simplificată a acestora este dată în figura 1. Două fire elastice, paralele, aflate într-un cîmp magnetic, B, (B aparține planului firelor) tensionate mecanic cu un resort R, sînt parcurse de un curent

Manuscris predat redacției la data de 20 decembrie 1980
* Prof. dr. ing.; Asist.; Student, Catedra Fizică

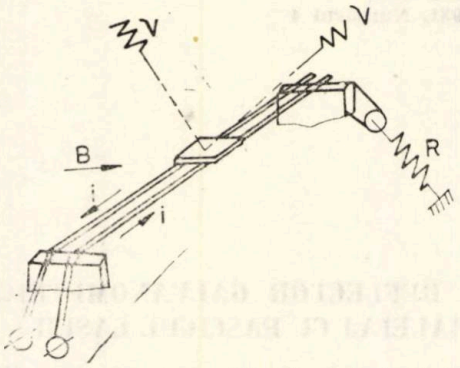


Fig. 1 — Schema simplificată a deflectorului

electric, i. Prin acțiunea contrară a forțelor magnetoelectrice, în cazul static cele două fire se curbează oglinda fiind astfel rotită. Oglinda este lipită pe cele două fire la jumătatea distanței dintre cele două reazeme pe care se sprijină firele.

Oglinda deflectorului a fost realizată prin depunerea unui strat de aluminiu pe un suport din sticlă de microscop. Dimensiunile ei sînt $(0{,}5 \times 0{,}8 \times 0{,}05)$ mm^3.

3. Obținerea experimentală a caracteristicilor de frecvență

3.1. *Instalația experimentată*

Instalația experimentală utilizată la ridicarea caracteristicilor de frecvență ale deflectorului este reprezentată în figura 2. Fasciculul unui laser cu He—Ne avînd λ 632,8 nm este trecut prin fanta F_1 după care

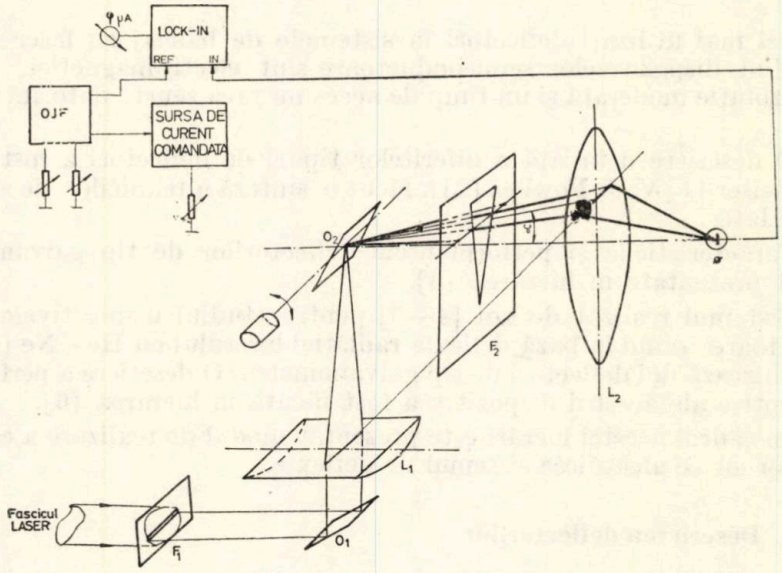


Fig. 2—Montaj experimental utilizat la ridicarea caracteristicilor de frecvență

oglinda O_1 îl trimite pe lentila cilindrică L_1, care îl focalizează pe oglinda deflectorului O_2. Semnalul luminos obținut sub forma unei pînze este trimis pe suprafața unei fante triunghiulare, F_2, practicată într-un ecran plan. Aceasta efectuează modularea fasciculului, care este apoi focalizat cu o lentilă L_2 pe suprafața fotocelulei D. Semnalul electric al fotocelulei este

trimis la intrarea unui „lock-in amplifier", al cărui semnal de referință este luat de la un generator de joasă frecvență (OJF) vobulat.

Cu acest montaj au fost obținute caracteristicile amplitudine — frecvență și fază — frecvență ale deflectorului. Înregistrarea efectuată redă fidel comportarea deflectorului dacă se lucrează în condiții de semnal mic, caz în care din considerente geometrice, funcția tangentă poate fi considerată liniară. Acesta este de altfel cazul în care deflectorul se utilizează în sistemul de baleiaj. Un studiu al deflectorului la un nivel mare de semnal este posibil prin perfecționarea fantei F_2.

3.2. *Interpretarea rezultatelor*

Rezultatele obținute cu ajutorul instalației descrise mai sus au fost înregistrate și apoi prelucrate pe calculator.

În figura 3 sînt prezentate curbele de variație a amplitudinii (A) și fazei (P) în funcție de frecvență (cu pasul de 100 Hz).

Profilul curbei de variație a amplitudinii cu frecvența corespunde modelului a două corzi cuplate printr-o masă aflată la mijlocul lor.

În figura 4 sînt reprezentate variațiile amplitudinii și fazei în coordonate dublu logaritmice. Pe curba de variație a amplitudinii din fig. 3 se remarcă o cădere uniformă pînă la frecvența de 2100 Hz, o supracreștere centrată pe 3000 Hz și o altă supracreștere mult mai mică centrată pe 6500 Hz.

Analizînd în același timp curba de variație a fazei cu frecvența rezultă că în jurul primei frecvențe de rezonanță a deflectorului, acesta se comportă ca avînd doi poli complex conjugați.

La frecvența de 6500 Hz apare un pol de ordinul doi, care nu s-a luat în considerare atunci cînd a fost făcută corecția caracteristică. Acest lucru este posibil deoarece polul este plasat la o frecvență ridicată și nu dă supracreșteri importante.

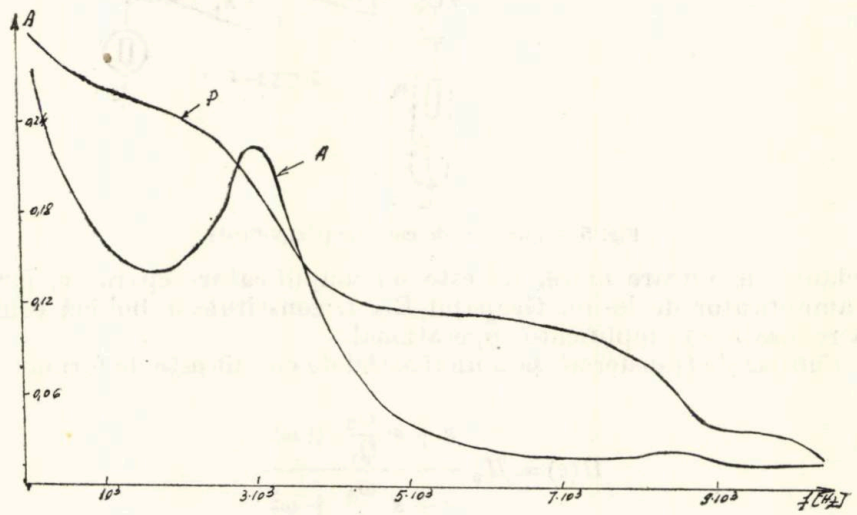


Fig. 3 — Variațiile amplitudinii (A) și fazei (P) cu frecvența

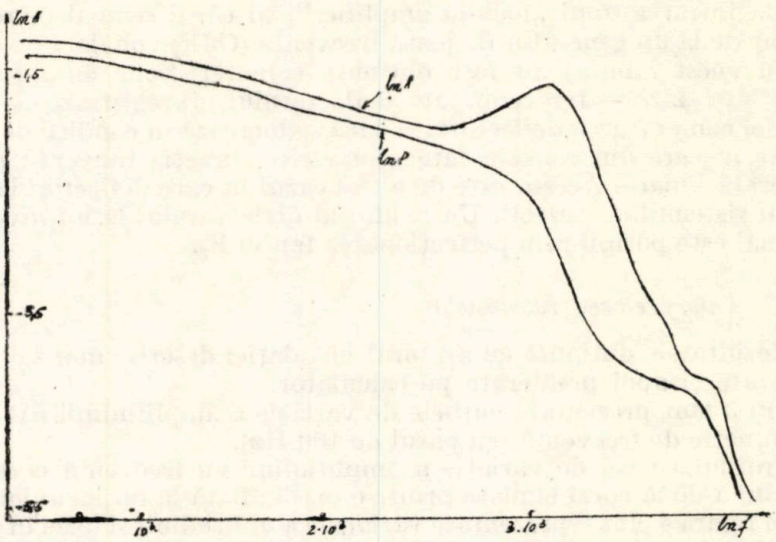


Fig. 4 — Variațiile amplitudinii și fazei cu frecvența în coordonate dublu logaritmice

4. Corectarea caracteristică de frecvență

4.1. *Circuitul de corecție*

Circuitul de corecție realizat a avut drept scop să rejecteze rezonanța de la 3000 Hz astfel încît caracteristica deflectorului să fie practic monotonă. Schema sa este dată simplificat în figura 5. Amplificatorul A_1 are

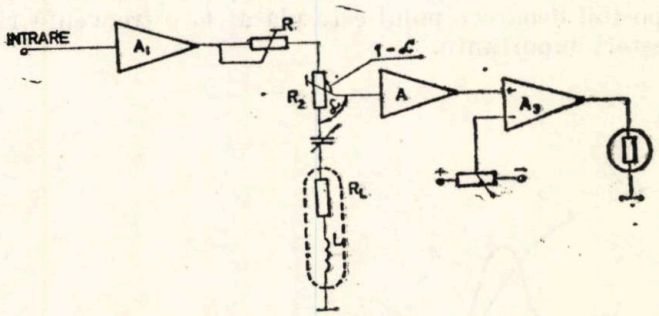


Fig. 5 — Circuitul de corecție (simplificat)

impedanța de intrare mare, A_2 este un amplificator separator, iar A_3 este amplificator de ieșire. Grupajul R_L, L constituie o bobină echivalentă realizată cu amplificator operațional.

Funcția de transfer atașată unui astfel de circuit este de forma:

$$H(s) = H_0 \frac{s + s\frac{\omega_0}{Q_1} + \omega_0^2}{s + s\frac{\omega_0}{Q_2} + \omega_0^2} \qquad (1)$$

în care, s-a dedus, prin calcule, dependența lui Q_1 de $R_1 + R_2 + R_L$, a lui Q_2 de α și a lui ω de LC.

Caracteristica deflectorului este de forma:

$$D(s) = D_0 \frac{1}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q_1} + \omega_0^2} \tag{2}$$

fiind corectată prin produsul dintre $D(s)$ și $H(s)$. Se obține:

$$D_c(s) = D(s) \cdot H(s) = H_0 D_0 \frac{1}{s + s\frac{\omega_0}{Q_2} + \omega_0^2} \tag{3}$$

Schema descrisă oferă avantajul unor reglaje independente.

4.2. *Efectuarea corecției*

Corecția deflectorului a fost realizată prin urmărirea răspunsului deflectorului la semnal treaptă. Montajul experimental utilizat este prezentat în figura 6. S-au folosit doi deflectori, care oscilează în jurul a două axe perpendiculare. Deflectorul D_x este acționat cu semnal sinusoidal de frecvență mult mai mică decît frecvența sa de rezonanță, iar deflectorul Dy este acționat cu impulsuri.

Amplitudinea semnalului sinusoidal a fost reglată pentru a se obține o desfășurare convenabilă, iar cea a impulsurilor pentru a se obține un nivel corespunzător pentru răspuns. Durata impulsurilor, δ, a fost aleasă încît să existe relația:

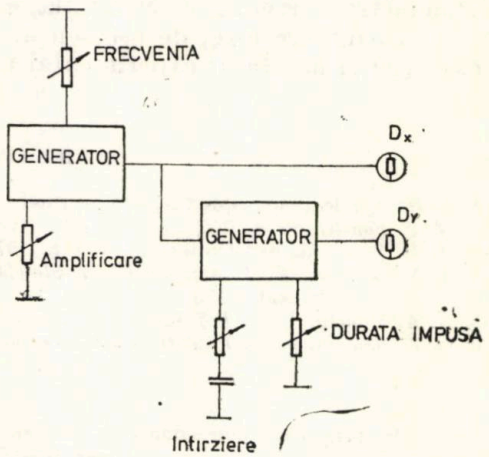


Fig. 6 — Montaj utilizat la realizarea corecției

$$\delta \gg t_{\text{amortizare}} + t_{\text{creștere}} + t_{\text{întîrziere}} \tag{4}$$

Fasciculul laser baleiat de cei doi deflectori a fost proiectat pe un ecran situat la 50 cm de deflectorul Dy.

În figura 7 a este dat răspunsul deflectorului necorectat la aplicarea unui impuls de durată 1 ms. Datorită valorii ridicate a factorului de cali-

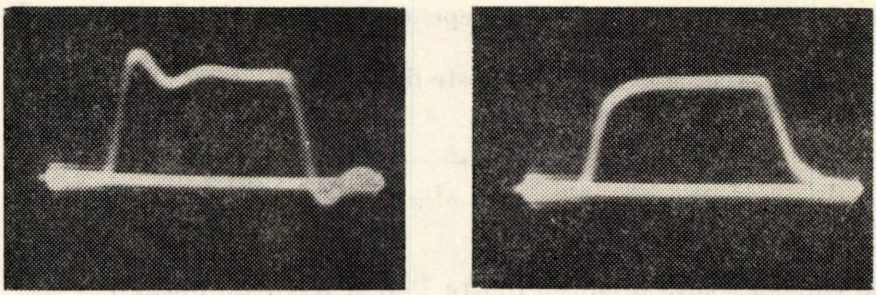


Fig. 7 — Răspunsul deflectorului la semnal de treaptă :
a) fără corecție b) cu corecție

tate al deflectorului la 3000 de Hz a a apărut o supracreștere destul de pronunțată.

Reglajele circuitului de corecție constau în obținerea rezonanței acestuia la 3000 Hz prin ajustarea condensatorului C apoi se variază potențiometrele R_1 și R_2 pînă se optimizează răspunsul. În figura 7 b este dat răspunsul unui deflector corectat în baza unei ordini de reglaj stabilite.

Timpul de acces obținut a fost de aproximativ 0,3 ms.

Concluzii

Sînt înfățișate caracteristicile de frecvență ale unui deflector galvanometric precum și instalația experimentală cu care s-au obținut.

În lucrare este, de asemenea, expus modul teoretic de realizare a corecției și montajul experimental utilizat pentru aceasta.

BIBLIOGRAFIE

1. Laser Applications, edited by Monte Ross (1974)
2. *V. J. Fowller*, Proc. IEEE 54, 10, 1437 (1966)
3. *J. D. Zook*, Applied Optica, 13, 4, 875 (1974)
4. *I. M. Popescu, G. A. Stanciu, C. M. Stoichița*, Conferința anuală de semiconductori, CAS, octombrie, Predeal (1978)
5. *G. A. Stanciu, I. M. Popescu, C. M. Stoichița*, Revue de Physique Appliqueé, 1, 55, (1980)
6. *G. A. Stanciu, I. M. Popescu, C. M. Stoichița*, Studii și Cercetări de Fizică, 3, (1981).

The Frequency Correction of a Galvanometric Deflector Utilized in a Scanning Laser Digital System

The principal characteristics of a „moving coil" galvanometer which in a scanning laser system are presented. Also correction circuites and the realization mode of this correction are shown.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.: 629.13
532/533

ASUPRA INTERACȚIUNII FLUID PERFECT, FLUID VÎSCOS

V. N. CONSTANTINESCU *

Plecînd de la o condiție de continuitate, se arată că există o viteză transversală, normală pe suprafață la frontiera unui strat limită. Acest efect secundar alterează condiția la limită utilizată în mod obișnuit pentru studiul mișcărilor potențiale în jurul profilelor și suprafețelor portante, permițînd dezvoltarea unor metode numerice pentru considerarea efectului existenței stratului limită asupra mișcării potențial exterioare. Acest efect poate fi important în anumite aplicații, în particular în regim transonic.

Ca un exemplu, se prezintă sub o formă simplificată cazul plăcii plane, obținînd o corecție cu numărul Reynolds, datorită existenței stratului limită, pentru panta curbei portanță-incidență.

După cum este cunoscut, mișcarea unui fluid puțin vîscos în prezența unui obstacol poate fi studiată într-o primă aproximație neglijînd efectele de frecare (curgere potențială). În virtutea conceptului introdus de L. Prandtl, efectele de frecare se vor manifesta numai în imediata apropiere a suprafețelor solide (strat limită) și eventual — în dîra din avalul corpului. Rezultatele obținute cu acest model sînt în general satisfăcătoare, îndeosebi în ceea ce privește distribuția presiunilor pe corp și caracteristicile globale rezultate din aceasta. De asemenea, pot fi evaluate tensiunile de frecare pe corp și condițiile în care acest model este valabil (desprinderea stratului limită). Este însă unanim acceptat că mai există unele efecte ce nu pot fi luate în considerare în acest mod, dar care sînt în condiții obișnuite mici; apariția unei rezistențe de formă (reprezentînd un procent de 30—40 % din cea de frecare), concomitent cu o oarecare reducere (ce nu depășește de obicei 10 % în regim subsonic sau supersonic) a portanței, ambele efecte fiind datorite alterării curgerii potențiale exterioare, din cauza existenței stratului limită. Există însă un domeniu important de aplicații, regimul transonic, în care s-a arătat recent [1, 2] că interacțiunea fluid perfect, fluid vîscos are efecte mult mai mari, datorită modificării poziției undelor de șoc care apar pe corp.

Ca urmare problema evaluării influenței existenței stratului limită asupra mișcării potențiale exterioare unui corp prezintă importanță deo-

Manuscris primit la data de 11 iunie 1981
* Prof. dr. doc. ing., Catedra Aeronave

sebită, în primul rînd pentru aplicaţiile în regim transonic. Modelul cel mai simplu, folosit adesea în prezent [1] este îngroşarea profilului cu grosimea de deplasare a stratului limită. Un asemenea model, deşi ţine seama de o manieră globală de condiţiile de continuitate [3], nu ţine seama de toate alternările produse de existenţa stratului limită.

Vom prezenta în cele ce urmează un alt model simplificat. Astfel să considerăm cazul unui profil sau al unei aripi ca în fig. 1. În modelul fluid perfect şi în ipoteza perturbaţiilor mici, condiţia la limită ca viteza să fie tangentă la suprafaţa corpului se scrie:

$$w(\tau, y, 0) = U_\infty \frac{\partial Z}{\partial x} \tag{1}$$

unde w este componenta verticală a vitezei pe aripă, iar $Z(x, y)$ este ecuaţia corpului. În plus condiţia (1) este scrisă în planul $z = 0$ ($z = 0+$ pentru extrados, $z = 0-$ pentru intrados).

Pe de altă parte conceptul de strat limită presupune existenţa unei mişcări potenţiale din exteriorul unui strat de grosime δ (fig. 1). Grosimea

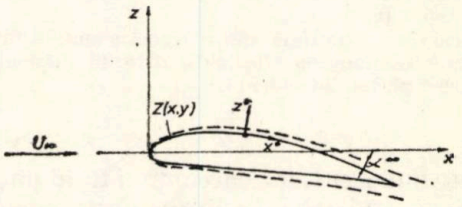


Fig. 1

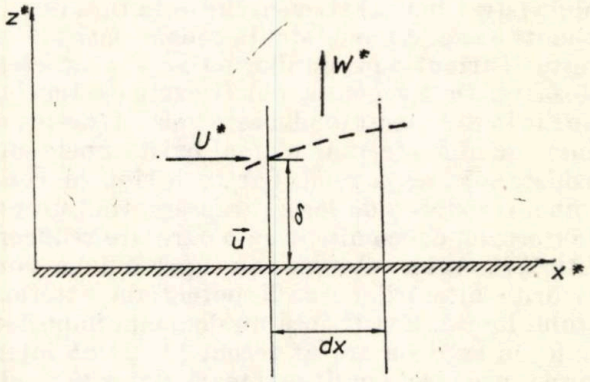


Fig. 2

δ fiind de ordinul de mărime 10^{-2} faţă de dimensiunile corpului în planul $z = 0$, curbura suprafeţei $Z(x, y)$ poate fi neglijată. Ca urmare putem considera local un sistem de axe x^*, y^*, z^* în care axa z^* este dirijată după normala la suprafaţa Z, iar axele τ^*, y^* sînt în întregime cuprinse

pe această suprafață. Viteza la $z^* = \delta$ este viteza potențială totală, avînd componentele

$$U^* = [(U_\infty + u)^2 + w^2]^{1/2}; \quad V^* = v \tag{2}$$

după axele x^*, y^*, iar pentru $0 \leqslant z^* \leqslant \delta$ toate componentele u^*, v^*, w^* ale vitezei vor varia cu z^*, fiind zero la $z^* = 0$.

Să examinăm modul în care mișcarea în stratul limită alterează condiția la limită (1). Pentru aceasta să scriem condiția de continuitate pentru un element din stratul limită (fig. 2). Este ușor de văzut că în general această condiție nu poate fi satisfăcută decît dacă, pe lîngă componentele U^*, V^* (2), mai admitem că există și o componentă transversală W^* la frontiera stratului limită, care rezultă egală cu

$$W^* = U^* \frac{\partial \delta}{\partial x^*} + V^* \frac{\partial \delta}{\partial y^*} - \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial}{\partial x^*} \int_0^\delta \rho u^* \, dz^* - \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial}{\partial y^*} \int_0^\delta \rho v^* \, dz^* \tag{3}$$

unde am notat cu ρ_1 valoarea densității la $z^* = \delta$.

Relația (3) reprezintă condiția căutată. Într-adevăr dacă curbura suprafețelor solide $Z(x, y)$ este mică, proiecția vitezei W^* după direcția z este chiar W^* pentru cea mai mare parte a corpului (cu excepția regiunii bordului de atac și eventual a bordului de fugă). În consecință, putem ține seama aproximativ de existența stratului limită dacă alterăm condiția la limită (1) sub forma

$$w(x, y, 0) = U_\infty \frac{\partial Z}{\partial x} + W^{*\prime} \tag{4}$$

unde, pentru generalitate, am notat cu $W^{*\prime}$ proiecția vitezei W^* pe direcția z.

Procedeul care rezultă este accesibil calculelor numerice iterative: se rezolvă problema în modelul fluid perfect, după care se determină stratul limită după metode cunoscute; în acest moment putem determina W^* (3) iar apoi relua problema în modelul fluid perfect dar cu condiția la limită (4).

Pentru a ilustra procedeul preconizat vom da în continuare un exemplu de calcul foarte simplificat, cu scopul doar de a reliefa ordinul de mărime al efectelor introduse. Fie cazul bidimensional al unei plăci plane în curent incompresibil pentru care în modelul fluid perfect, teoria clasică Glauert-Birnbaum [5] conduce la o ecuație integrală pentru distribuția de vîrtejuri $\gamma = 2u$:

$$-w = U_\infty \alpha = \frac{1}{2\pi} \int_0^c \frac{\gamma(x')dx'}{x - x'}; \quad \gamma(X) = 2U_\infty \alpha \sqrt{\frac{1-X}{X}}; \quad X = \frac{x}{c} \tag{5}$$

unde c este coarda, iar α — incidența.

Să considerăm caracteristicile stratului limită sub o formă simplificată corespunzînd plăcii plane în curent fără incidenţă. Astfel dacă stratul limită este laminar vom lua:

$$\frac{u^*}{U^*} = \sin\left(\frac{\pi}{2}\frac{z^*}{\delta}\right);\quad \delta = 5x^*\sqrt{\frac{y}{U_\infty x^*}};\quad W^* = \frac{\pi-2}{\pi}U_\infty\frac{\partial\delta}{\partial x^*} - \frac{2}{\pi}\delta\frac{\delta u^*}{\partial x^*} \tag{6}$$

iar dacă stratul limită este turbulent

$$\frac{u^*}{U^*} = \left(\frac{z^*}{\delta}\right)^{\frac{1}{7}};\quad \delta = 0{,}37x^*\left(\frac{\nu}{U_\infty x^*}\right)^{1/5};\quad W^* = \frac{1}{8}U_\infty\frac{\partial\delta}{\partial x^*} - \frac{7}{8}\delta\frac{\partial u^*}{\partial x^*} \tag{7}$$

unde W^* s-a calculat din (3).

Să notăm cu indicii e, i valorile pe extrados şi intrados. Se constată că putem considera două influenţe:

$$w_g = \pm\frac{1}{2}(W_e^* - W_i^*);\quad w_s = \frac{1}{2}(W_e^* + W_i^*) \tag{8}$$

prima dînd un efect de „grosime", iar a doua un efect de „schelet".

Să considerăm numai cel de al doilea efect (8) pentru a investiga influenţa stratului limită asupra portanţei. Rezultă din (8), (6), (7) şi (5) ecuaţiile

$$U_\infty\alpha + \frac{1}{\pi}\delta\frac{\partial\gamma}{\partial x} = \frac{1}{2\pi}\int_0^c\frac{\gamma(x')\,dx'}{x-x'};\quad U_\infty\alpha + \frac{7}{16}\delta\frac{\partial\gamma}{\partial x} = \frac{1}{2\pi}\int_0^c\frac{\gamma(x')\,dx'}{x-x'} \tag{9}$$

în regim laminar, respectiv turbulent.

Admiţînd anumite valori (medii) pentru δ şi $\partial\gamma/\partial x$ rezultă că relaţiile (9) se pot pune aproximativ sub forma

$$kU_\infty\alpha = \frac{1}{2\pi}\int_0^c\frac{\gamma(x')\,dx'}{x-x'} \tag{10}$$

în care

$$k = 1 - \frac{160}{3\pi\sqrt{3}}\frac{1}{\sqrt{R_e}}\ \text{(laminar)};\quad k = 1 - \frac{0{,}83}{R_e^{1/5}}\ \text{(turbulent)} \tag{11}$$

unde $R_e = U_\infty c/\nu$, ν fiind vîscozitatea cinematică.

Totul se petrece deci ca şi cum incidenţa α devine $k\alpha$ cu $k < 1$ (fig. 3). Acest rezultat este verificat de datele experimentale, ca de exemplu de corecţia empirică propusă de Pinkerton [6] sau de valorile experimentale obţinute de Schmitz [7] pentru numere Reynolds mici.

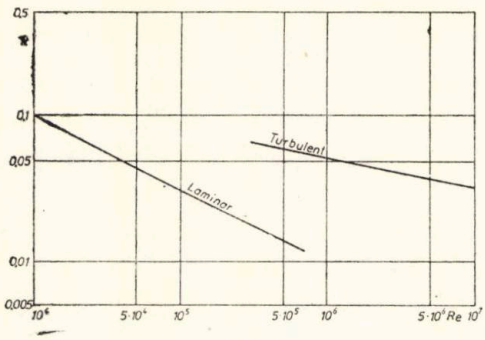


Fig. 3

BIBLIOGRAFIE

1. *Bauer, F., Garabedian, P., Korn, D.* (*Jameson, A.*), „Supercritical wing sections", Springer Verlag, Berlin, vol. 1, 1972, vol. 2, 1975, vol. 3, 1977.
2. *Whitcomb, R. T.*, „Review of NASA supercritical airfoils", Proc. 9-th Congress ICAS, vol. 1, pp. 8—18, The Beizmann Sci. Press, Israel, 1974.
3. *Schlichting, H.*, „Boundary layer theory", Springer Verlag, Berlin, 1968.
4. *Constantinescu V. N., Constantinescu, N. V.*, „Aerodinamica", Lit. I.P.B., 1979.
5. *Carafoli, E., Constantinescu V. N.*, „Dinamica fluidelor incompresibile", Edit. Academiei, Bucureşti, 1981.
6. *Pinkerton, R. H.*, „The variation with Reynolds number of pressure distribution over an airfoil section", NACA Rep. Nr. 613, 1937.
7. *Schmitz, F. W.*, „Zur Aerodynamik der kleinen Reynoldsschen Zahlen", Jahrb. 1953 d. WGL Braunschweig, 1954.

On Inviscid — Viscous Interaction

By starting from continuity considerations, it is shown that a velocity component normal to the surface exists at the frontier of a boundary layer. This second order effect alters the boundary condition for the potential flow around airfoils or lifting surfaces and provides a mean to develop numerical methods in order to allow for the viscous influence on the external potential flow. Such effect is important in certain applications, particularly for transonic flows.

An order of magnitude analysis is presented as an example for a flat plate, providing a Reynolds number correction for the slope of the lift — angle of attack curve, due to the mentioned boundary layer effect.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.: 629.13 : 533

EFECTUL FRECĂRII ASUPRA VITEZELOR INDUSE LA O ELICE EOLIANĂ

S. GĂLETUȘE *

În lucrare, se prezintă o analiză a efectului rezistenței la înaintare a profilului asupra vitezelor induse. Relațiile obținute arată că vitezele induse nu sînt afectate de frecarea în stratul limită. Acest rezultat este util pentru proiectarea elicilor eoliene de putere mare.

Introducere

Studii recente asupra elicilor eoliene a confirmat superioritatea mașinilor cu ax orizontal din punctul de vedere al eficienței și a costului [1]. Recent, au fost reluate studiile asupra elicilor eoliene [2]—[4] cu scopul construirii unor aeromotoare de putere mare pentru generare de putere electrică. În lucrarea prezentă se analizează efectul rezistenței la înaintare a profilului asupra vitezelor induse în scopul îmbunătățirii metodei de calcul.

Modelul scurgerii

Dacă se poate calcula mărimea vitezelor induse v, ω (fig. 1), incidența efectivă α_{ef} este determinată și cu aceasta este posibil a se folosi caracteristicile aerodinamice ale profilului din fiecare secțiune r.

Se va considera următorul cîmp de viteze induse:

— în fața profilului: v, ω

— în dreptul profilului: $v + v_f$, $\omega - \omega_f$

— la infinit aval: $v^* + v_f^*$, $\omega^* - \omega_f^*$

unde $w(v, \omega)$ este viteza indusă de pînza de vîrtejuri datorită faptului că pala este de lungime finită și $w_f(v_f, \omega_f)$ este viteza indusă de vîrtejurile din „apa moartă". Trebuie reținut faptul că w este perpendiculară pe viteza rezultantă W și w_f este pe același suport cu W dar de sens opus.

Manuscris primit la data de 11 iunie 1981
* Conf. dr. ing., Catedra Aeronave

Se pot considera încă următoarele relaţii:

$$v^* = 2v, \qquad \omega^* = 2\omega$$
$$v_f^* = 2v_f, \qquad \omega_f^* = 2\omega_f \tag{1}$$

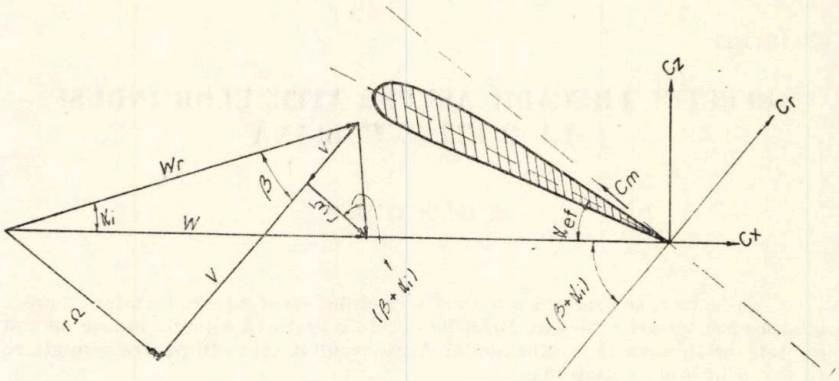


Fig. 1

deoarece pînza de vîrtejuri este ca o suprafaţă infinită pentru o secţiune departe de profil, în aval, şi ca o suprafaţă semiinfinită pentru o secţiune chiar în dreptul profilului. S-a considerat aproximativ $r = \text{const}$, în lungul scurgerii.

În aceste condiţii, ecuaţiile impulsului şi a momentului cinetic dau,

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{d}R &= \mathrm{d}m(v^* + v_f^*) = 2\mathrm{d}m(v + v_f) \\ \mathrm{d}M &= \mathrm{d}m\, r^2(\omega^* - \omega_f^*) = 2\mathrm{d}m\, r^2(\omega - \omega_f) \\ \mathrm{d}m &= \rho \cdot 2\pi\, r\, \mathrm{d}r\, (V - v) \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Rezistenţa la înaintare a palelor şi momentul elementar la raza r sînt,

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{d}R &= \frac{\rho}{2} W^2 N c\, \mathrm{d}r\, C_r \\ \mathrm{d}M &= \frac{\rho}{2} W^2 N\, c\, r\, \mathrm{d}r\, C_m \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

unde N — numărul de pale, c-coarda şi

$$\left.\begin{aligned} C_m &= C_z \cos(\beta + \alpha_i) - C_x \sin(\beta + \alpha_i) \\ C_r &= C_z \sin(\beta + \alpha_i) + C_x \cos(\beta + \alpha_i) \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Din raportul între dM și dR folosind (2) și (3) se obține:

$$\frac{r^2(\omega - \omega_f)}{v + v_f} = \frac{rC_m}{Cr} \tag{5}$$

și cu relațiile geometrice care pot fi scrise între vitezele induse s-a dedus [5],

$$\frac{w_f}{w} = \frac{C_x}{C_z} = \mu \tag{6}$$

Cu acest rezultat, ecuația energiei la raza r este automat satisfăcută,

$$dR \cdot V\left[1 - \frac{\bar{v}^* + \bar{v}_f^*}{2}\right] = dM \cdot \Omega\left[1 + \frac{\bar{\omega}^* - \bar{\omega}_f^*}{2}\right] + \\ + \frac{\rho}{2} W^2 Nc\, dr\, C_x(W - w_f) \tag{7}$$

unde

$$\bar{v}^*,\ \bar{v}_f^* = v^*/V,\ v_f^*/V \\ \bar{\omega}^*,\ \bar{\omega}_f^* = \omega^*/\Omega,\ \omega_f^*/\Omega \tag{8}$$

Egalînd rezistența din (2) și (3) se obține,

$$\frac{\bar{v}}{1 - \bar{v}} = \frac{\sigma Cr}{4\cos^2(\beta + \alpha_i)\left[1 + \frac{\mu}{\operatorname{tg}(\beta + \alpha_i)}\right]};\quad \sigma = \frac{Nc}{2\pi r} \tag{9}$$

unde s-a folosit (6) și

$$W\cos(\beta + \alpha_i) = V(1 - \bar{v});\ \bar{v} = v/V \tag{10}$$

Dacă în (9) se înlocuiește C_r cu expresia sa (4), rezultă

$$\frac{\bar{v}}{1 - \bar{v}} = \frac{\sigma C_z \sin(\beta + \alpha_i)}{4\cos^2(\beta + \alpha_i)} \tag{11}$$

care este exact relația lui Glauert pentru elice ideală.

Asemănător prin egalarea momentului din (2) și (4) și folosind relația,

$$W\sin(\beta + \alpha_i) = r\Omega(1 + \bar{\omega});\ \bar{\omega} = \omega/\Omega \tag{12}$$

rezultă,

$$\frac{\bar{\omega}}{1+\bar{\omega}} = \frac{\sigma C_z}{4\sin(\beta+\alpha_i)}. \tag{13}$$

Relaţiile (11) şi (13) arată că vitezele induse $\bar{v}$ şi $\bar{\omega}$ nu sînt afectate de frecarea din stratul limită. În [5] s-a arătat că aceste relaţii sînt valabile şi cînd nu se consideră $r = \text{const.}$ în lungul scurgerii. În plus, dacă se ţine seama de factorul de corecţie al lui Prandtl [6],

$$\varkappa = \frac{2}{\pi}\arccos e^{-\frac{N}{2}\frac{(1-\bar{r})}{\bar{r}\cos(\beta+\alpha_i)}}\ ;\ \bar{r} = r/R \tag{14}$$

relaţiile (11), (13) devin,

$$\left.\begin{aligned}\frac{\bar{v}}{1-\bar{v}} &= \frac{\sigma C_z \sin(\beta+\alpha_i)}{4\varkappa\cos^2(\beta+\alpha_i)}\\ \frac{\bar{\omega}}{1+\bar{\omega}} &= \frac{\sigma C_z}{4\varkappa\sin(\beta+\alpha_i)}\end{aligned}\right\}. \tag{15}$$

BIBLIOGRAFIE

1. *Dorner, H.*, Efficiency and economic comparison of different WEC rotor system", Wind and Solar Energy for Water Suppl , Berlin, sept. 1975.
2. *Lefebvre, P. L., Cromack, D. E.*, „A comparative study of optimised blade configurations for high speed wind turbines", T. R. for U. S. Energy Research, prepared by the Mechanical Engineering Department of Amherst, Massachussets University, August 1977.
3. *Figard, R. L., Schetz, J. A.*, „Studies of the aerodynamic performance of a 10 kw horizontal axis windmill", AIAA Journal of Energy, vol. 3, Ian-Febr. 1979, pag. 3—7.
4. *Figard, R. L., Schetz, J. A.*, „Flow field measurements, in the vecinity of the rotor of a 10 kw windmill", AIAA Terrestrial Energy Systems Conference, Orlando, Florida,USA, June 4—6, 1979.
5. *Găletuse, S.*, „Asupra proiectării elicei eoliene de randament maxim", Studii şi cercetări de Mecanică Aplicată, Nr. 4, 1981.
6. *Glauert, H.*, „Airplane Propellers" in Aerodynamic Theory, vol. IV, ed. W. F. Durand, Berlin, 1935.

The Friction Effect on Induced Velocities on a Windmill

In this paper, an analysis of the profile drag effect on velocities is presented. The obtained relations show that the induced velocities are not affected by the friction in the boundary layer. This result are useful for big power windmill design.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.: 13.014.31

APLICAREA METODEI CARAFOLI LA STUDIUL CURGERII SUPERSONICE ÎN JURUL UNEI ARIPI CRUCIFORME

ȘTEFAN STAICU*

Lucrarea studiază curgerea supersonică în jurul unei aripi cruciforme, avînd vitezele finite la bordurile de atac subsonice.

Astfel, deformînd bordurile de atac prin voleți plani se definește o aripă cruciformă care evită separația curentului la borduri.

În continuare, se determină ecuațiile profilului transversal al aripii cruciforme și distribuția de presiuni.

1. Introducere

În cele ce urmează se studiază mișcarea supersonică în jurul unei aripi cruciforme subțiri, avînd anvergura planului orizontal $2l$, iar cea a planului vertical $2h$.

Vom raporta aripa la un sistem cartezian $Ox_1x_2x_3$ avînd axa $0x_1$ orientată după direcția curentului neperturbat U_∞.

Se presupune că aripa are incidența $+\alpha$ pe jumătatea din dreapta plăcii și $-\alpha$ pe cea din stînga plăcii; se notează de asemenea cu $+\beta$ incidența pentru partea superioară a plăcii și cu $-\beta$ incidența părții inferioare (fig. 1).

Ca și în cazul aripii delta simple [1], curentul se separă la bordurile de atac subsonice, dînd naștere unor cornete de vîrtejuri producînd o mișcare antisimetrică.

Deoarece separația curentului creează mari inconveniente pentru zborul supersonic, precum creșterea rezistenței la înaintare sau fenomene de vibrații, în cele ce urmează vom introduce niște voleți plani de bord de atac care înlătură desprinderea curentului la un anumit regim de zbor, obținîndu-se în același timp și viteze finite la borduri.

Manuscris primit la data de 1 iulie 1981
* Șef lucrări dr. ing., Catedra Mecanică

Făcînd aceste consideraţii mişcarea în jurul sistemului cruciform este conică şi se pot aplica metodele cunoscute în teoria aripilor [2]; se consideră următoarele plane de lucru :

— planul fizic Oyz (fig. 1), normal pe Ox_1, avînd coordonatele

$$y = \frac{x_2}{x_1}, \qquad z = \frac{x_3}{x_1}; \tag{1}$$

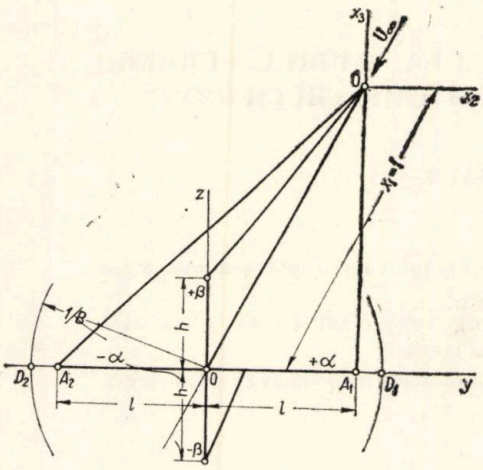


Fig. 1

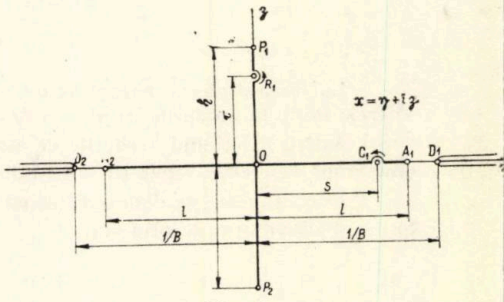


Fig. 2

— planul complex (fig. 2) :

$$x = \eta + i\zeta \tag{2}$$

ale cărui coordonate au fost obţinute prin transformările

$$\eta = y(1 - B^2z^2)^{-1}, \quad \zeta = z(1 - B^2z^2)^{-1}\sqrt{1 - B^2(y^2 + z^2)},$$

$$(B = \sqrt{M_\infty^2 - 1}), \tag{3}$$

unde M_∞ reprezintă numărul Mach al curentului supersonic.

Vom trece din planul x în planul complex X, prin intermediul transformării conforme

$$X^2 = x^2 + \mathfrak{h}^2, \tag{4}$$

care situează întreaga aripă cruciformă într-un plan.

Componentele vitezelor de perturbaţie u, v, w şi conjugatele lor asociate u', v', w' formează cele trei funcţii de viteză care depind de variabila complexă x :

$$U = u + iu', \qquad V = v + iv', \qquad W = w + iw'. \tag{5}$$

Aceste funcţii analitice de x satisfac relaţiile de compatibilitate

$$\mathrm{d}U = -x\mathrm{d}V = ix(1 - B^2x^2)^{-1/2}\,\mathrm{d}W. \tag{6}$$

2. Realizarea vitezelor finite la bordurile de atac prin voleți plani antisimetrici

Pentru a evita apariția vîrtejurilor vom modifica planul orizontal în punctele $y = \pm s$ prin doi voleți plani de bord de atac bracați antisimetric, sub incidențele $+\alpha_0$ și respectiv $-\alpha_0$. De asemenea, vom introduce încă doi voleți în punctele $z = \pm t$ ale planului vertical sub incidențele $+\beta_0$ și respectiv $-\beta_0$. În acest fel presiunile pe placă în apropierea bordurilor pot deveni finite.

Pentru determinarea funcției vitezei axiale $U(x)$ în cazul aripii cruciforme create, vom aplica *metoda Carafoli* referitoare la analogia hidrodinamică.

Această metodă, stabilită de Acad. E. Carafoli, definește o analogie hidrodinamică între funcția analitică U și potențialul unei mișcări fictive din regimul incompresibil care satisface aceleași condiții la limită. Astfel saltul vitezei verticale pe aripă sau al celei laterale pe placă, pe liniile de fixare ale voleților, care devin muchii de separație, va fi introdus în expresia funcției U prin niște surse de intensități $\pm Q_s$ respectiv $\pm Q_t$ concentrate pe urma aripii cruciforme din planul complex χ obținut prin intermediul transformării conforme

$$\chi^2 = \frac{L \blacklozenge X}{L - X}, \qquad L = \sqrt{l^2 + \mathfrak{h}^2}, \tag{7}$$

Însumînd contribuțiile celor patru muchii (corespunzător celor patru voleți de bord de atac bracați antisimetric), se obține următoarea expresie a funcției de viteză axială de perturbație:

$$U = \frac{2}{\pi} Q_s \left[\operatorname{arcgh} \sqrt{\frac{(L+S)(L-X)}{2L(S-X)}} - \operatorname{arcgh} \sqrt{\frac{(L+S)(L+X)}{2L(S+X)}} + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{\pi} Q_t \left[\operatorname{arcgh} \sqrt{\frac{(L+X)(L-T)}{2L(X-T)}} - \operatorname{arcgh} \sqrt{\frac{(L+X)(L+T)}{2L(X+T)}} \right] = \right.$$

$$= \pm \frac{2}{\pi} Q_s \operatorname{arcgh} \sqrt{\frac{(s^2 + \mathfrak{h}^2)(l^2 - x^2)}{(l^2 + \mathfrak{h}^2)(s^2 - x^2)}} \mp$$

$$\pm \frac{2}{\pi} Q_t \operatorname{arcgh} \sqrt{\frac{(\tau^2 + l^2)(\mathfrak{h}^2 + x^2)}{(l^2 + \mathfrak{h}^2)(\tau^2 + x^2)}} \tag{8}$$

unde s-au făcut notațiile

$$\mathfrak{h} = \frac{h}{\sqrt{1 - B^2 h^2}}, \qquad \tau = \frac{t}{\sqrt{1 - B^2 t^2}}. \tag{9}$$

Constantele Q_s şi Q_t se calculează utilizînd condiţiile la limită pentru vitezele de perturbaţie pe suprafaţa aripii cruciforme. Astfel, pornind de la relaţiile de compatibilitate (6), se deduce sistemul:

$$\operatorname{Re} B\int_{\text{aripă}}^{\text{cercul Mach}} \sqrt{\frac{1/B^2 - x^2}{\mathfrak{h}^2 - X^2}}\,\mathrm{d}U = \alpha_0 U_\infty$$

$$\operatorname{Re}\int_{\text{aripă}}^{\text{cercul Mach}} \frac{1}{\sqrt{X^2 - \mathfrak{h}^2}}\,\mathrm{d}U = \beta_0 U_\infty. \tag{10}$$

Efectuînd calculele se obţine:

$$\frac{Q_s}{U_\infty} = \frac{\alpha D_2 + \beta D_1}{C_1 D_2 - C_2 D_1}, \qquad \frac{Q_t}{U_\infty} = \frac{\alpha C_2 + \beta C_1}{C_1 D_2 - C_2 D_1} \tag{11}$$

unde s-a notat:

$$C_1 = A_1\left[K(k_1) - \frac{l^2(1 - B^2 s^2)}{l^2 - s^2}\,\Pi(\rho_1', k_1)\right] + \frac{\sqrt{1 - B^2 s^2}}{s}$$

$$C_2 = A_1\left[K(k_2) - \frac{\mathfrak{h}^2}{\mathfrak{h}^2 + s^2}\,\Pi(\rho_2', k_2)\right]$$

$$D_1 = A_2\left[K(k_1) - \frac{l^2(1 + B^2\tau^2)}{l^2 + \tau^2}\,\Pi(\rho_1'', k_1)\right] \tag{12}$$

$$D_2 = A_2\left[K(k_2) - \frac{\mathfrak{h}^2}{\mathfrak{h}^2 - \tau^2}\,\Pi(\rho_2'', k_2)\right] + \frac{1}{\tau}$$

$$A_1 = \frac{2}{\pi s^2}\sqrt{\frac{(l^2 - s^2)(\mathfrak{h}^2 + s^2)}{l^2 + \mathfrak{h}^2}}, \qquad A_2 = \frac{2}{\pi\tau^2}\sqrt{\frac{(l^2 + \tau^2)(\mathfrak{h}^2 - \tau^2)}{l^2 + \mathfrak{h}^2}}.$$

În aceste rezultate $K(k_1)$, $K(k_2)$, $\Pi(\rho_1', k_1)$, $\Pi(\rho_1'', k_1)$, $\Pi(\rho_2', k_2)$, $\Pi(\rho_2'', k_2)$ reprezintă integralele eliptice complete de speţa întîia şi respectiv a treia, avînd modulele şi parametrii

$$k_1 = \mathfrak{h}\sqrt{\frac{1 - B^2 l^2}{l^2 + \mathfrak{h}^2}}, \quad k_2 = \frac{l}{\sqrt{l^2 + \mathfrak{h}^2}}, \quad \rho_1' = \frac{s^2(1 - B^2 l^2)}{l^2 - s^2},$$

$$\rho_1'' = -\frac{\tau^2(1 - B^2 l^2)}{l^2 + \tau^2}, \quad \rho_2' = -\frac{s^2}{\mathfrak{h}^2 + s^2}, \quad \rho_2'' = \frac{\tau^2}{\mathfrak{h}^2 - \tau^2}. \tag{13}$$

Incidenţele voleţilor de bord de atac sînt date de relaţiile:

$$\alpha_0 = \alpha - \frac{Q_s}{U_\infty}\frac{\sqrt{1 - B^2 s^2}}{s}$$

$$\beta_0 = \beta - \frac{Q_t}{U_\infty}\frac{\sqrt{1 - B^2 t^2}}{t}. \tag{14}$$

Notînd cu $z(x_1, x_2)$ și $y(x_1, x_3)$ cotele scheletului aripii cruciforme față de planele de referință, ecuațiile profilului transversal al suprafeței conice sînt date de relațiile :

$$z(y) = \frac{1}{x_1}\int \alpha(x_1, x_2)\, dx_1 + f(x_2)$$
$$y(z) = \frac{1}{x_1}\int \beta(x_1, x_3)\, dx_1 + g(x_3) \tag{15}$$

în care $f(x_2)$ și $g(x_3)$ reprezintă două funcții arbitrare supuse la condițiile ca aripa să capete o formă geometrică compatibilă cu aplicațiile și ca mișcarea în jurul aripii să rămînă în cadrul teoriei micilor perturbații.

Ținînd seama de distribuția de incidențe, relațiile (15) dau ecuațiile profilului transversal :

$$z(y) = \alpha + (z_s - \alpha)\frac{y}{s}, \quad (z(0) = \alpha), \quad y < s$$
$$z(y) = \alpha_0\left(1 - \frac{y}{l}\right), \quad (z(l) = 0), \quad y > s \tag{16}$$

pentru planul orizontal, și

$$y(z) = \beta + (y_t - \beta)\frac{z}{t}, \quad (y(0) = \beta), \quad z < t$$
$$y(z) = \beta_0\left(1 - \frac{z}{h}\right), \quad (y(h) = 0), \quad z > t \tag{17}$$

pentru planul vertical, în care s-au făcut notațiile

$$z_s = z(s) = \alpha_0\left(1 - \frac{s}{l}\right)$$
$$y_t = y(t) = \beta_0\left(1 - \frac{t}{h}\right). \tag{18}$$

Coeficienții de presiune pe suprafața aripii cruciforme sînt dați de relațiile :

$$C_{pa} = -\frac{2}{U_\infty}\operatorname{Re} U(y), \quad y \in [-l, l] \tag{19}$$

pentru planul orizontal, și

$$C_{pp} = -\frac{2}{U_\infty}\operatorname{Re} U(iz), \quad z \in [-h, h] \tag{20}$$

pentru planul vertical.

BIBLIOGRAFIE

1. *E. Carafoli, Şt. Staicu,* Sur un modèle théorique concernant l'aile delta mince avec décollement aux bords d'attaque, Journal de Mécanique, Paris, 1967, 6, 2.
2. *E. Carafoli,* Wing theory in supersonic flow, Pergamon Press, London, 1969.
3. *E. Carafoli, Şt. Staicu,* Thin antisymmetrical delta wings with finite velocities at the leading edges, Rev. Roum. Sci. Techn.— Méc. Appl., 1974, 19, 5.

Application de la méthode Carafoli à l'étude de l'écoulement supersonique autour d'une aile cruciforme

L'article fait l'étude de l'écoulement supersonique autour d'une aile cruciforme, ayant les vitesses finies aux bords d'attaque subsonique.

En introduisant des volets plans aux bords d'attaque, on définie une aile cruciforme évitant la séparation du courant aux bords.

Ensuite, on détermine les équations du profil transversal de l'aile cruciforme et la distribution de pressions.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.: 629.19 :662.6/.9

OSCILAȚII PROPRII ALE COMBUSTIBILULUI ÎN REZERVOARELE ADÎNCI ALE RACHETELOR

DAN RUGESCU *

În lucrare este abordată problema determinării frecvențelor și formelor proprii de oscilație ale combustibilului lichid din rezervoarele fixe ale rachetelor Ipoteza rezervoarelor de adîncime mare este folosită în rezolvarea numerică prin procedeul Rayleigh-Ritz, rezultatele fiind comparate cu soluția exactă și puse în forma convenabilă pentru extinderea la rezervoarele de adîncime arbitrară.

Oscilațiile libere ale combustibilului lichid din rezervoarele fixe ale rachetelor pot fi tratate aplicînd, de exemplu, principiul variațional Hamilton [1]

$$\delta I = \delta \int_{t_1}^{t_2} L \, \mathrm{d}t = \delta \int_{t_1}^{t_2} (T - V) \, \mathrm{d}t = 0$$

Considerînd lichidul din rezervoare inviscibil mișcarea sa este potențială, iar potențialul vitezelor Φ rezultă în acest caz din extremizarea funcționalei

$$I = \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} \mathrm{d}t \left[\int_{\tau} | \nabla \Phi |^2 \, \mathrm{d}\tau - \frac{1}{g} \int_{S} \Phi^2 \, \mathrm{d}S \right]$$

unde τ este volumul lichidului și S suprafața sa liberă.

Dacă rezervoarele sînt adînci, aplicînd metoda Fourier și considerînd Φ ca funcție armonică de timp, forma proprie de oscilație $\psi(P)$ poate fi considerată, după sugestia lui Lamb [2] asimtptotică pe adîncimea z

$$\Phi(P, t) = \Psi(P) \sin (\sigma t + \varepsilon), \qquad \Psi(P) = e^{\lambda H^z} F(r, \theta)$$

În cazul rezervoarelor circulare ale rachetelor este natural să se considere separabilă componenta circumferențială a formei proprii, adică

$$\Psi = H(r) \, e^{\lambda H^z} \cos s\theta$$

Manuscris primit la data de 11 iunie 1981.
* Șef lucrări dr. ing., Catedra Aeronave

Folosind notația $\lambda_H = \dfrac{\sigma^2}{2g}$ funcționala devine, după o integrare în timp și folosind coordonatele cilindrice

$$I = \int_{-\infty}^{0} e^{2\lambda_H z}\,dz \int_0^{r_0} r\,dr \int_0^{2\pi} \left[\left(\lambda_H^2 \cos^2 s\theta + \frac{s^2}{r^2}\sin^2 s\theta\right) H^2 + H_r^2 \cos^2 s\theta\right] d\theta -$$

$$- \lambda_H \int_0^{r_0} H^2\, r\,dr \int_0^{2\pi} \cos^2 s\theta\,d\theta$$

Problema se reduce la determinarea funcției radiale $H(r)$ de o singură variabilă, deoarece după integrare funcționala devine

$$I = \frac{\pi}{2\lambda_H} \int_0^{r_0} \left[\left(\frac{s^2}{r^2} - \lambda_H^2\right) H^2(r) + H_r^2\right] r\,dr$$

Forma radială a oscilațiilor.

Aplicînd metoda Rayleigh-Ritz și pornind de la forma radială ca polinom complet de gradul N

$$H(r) = \sum_{n=0}^{N} \chi_n \left(\frac{r}{r_0}\right)^{s+n},$$

unde coeficienții constanți χ_n urmează a fi determinați, funcționala capătă forma

$$I = \frac{\pi}{2\lambda_H} \sum_{m=0}^{N} \sum_{n=0}^{N} \chi_m \chi_n \left[\frac{s^2 + (s+m)(s+n)}{2s+m+n} - \frac{r_0^2 \lambda_H^2}{2s+m+n+2}\right].$$

Condițiile de extremum în raport cu coeficienții polinomului conduc la sistemul liniar de ecuații

$$\frac{\partial I}{\partial \chi_l} \equiv 2 \sum_{n=0}^{N} A'_{ln}\, \chi_n = 0, \qquad l = 0, 1, \ldots, N$$

sau, după simplificarea cu factorul ne-nul π/λ_H

$$\sum_{n=0}^{N} \left[\frac{s^2 + (s+m)(s+n)}{2s+m+n} - \frac{r_0^2 \lambda_H^2}{2s+m+n+2}\right] \chi_n = 0$$

Notînd frecvența adimensională $\beta_H = r_0 \lambda_H$, se obțin $(N+1)$ ecuații în χ_n, care la rîndul său rezultă din

$$|a_{mn} + b_{mn}\, x| = 0, \quad x = \beta_H^2/2$$

unde

$$a_{mn} = s + \frac{mn}{2s+m+n}$$

$$b_{mn} = -\frac{2}{2s+m+n+2}$$

ecuație ce reprezintă condiția de compatibilitate a sistemului omogen de ecuații. În această situație valorile absolute ale coeficienților se pot determina pînă la precizia unei constante arbitrare.

Normarea coeficienților

Pentru ca amplitudinea formelor proprii să nu rămînă nedeterminată se va aplica normarea

$$\int_0^1 H_{s,j}\rho \, d\rho = 1, \qquad \rho = r/r_0.$$

Polinomul complet $H(\rho) = \chi_1 \rho^s \left(1 + \sum_{i=1}^{N} y_i \rho\right)$ conduce la

$$I_{s,j}^N = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{s+1} + \sum_{i=1}^{N} y_i \left(\frac{2}{s+\frac{i}{2}+1} + \sum_{l=1}^{N} \frac{y_l}{s+\frac{i+l}{2}+1}\right)\right]$$

cu care primul coeficient este

$$\chi_1^{s,j} = \frac{1{,}414213}{\sqrt{2\, I_{s,j}^N}}$$

Pentru calculul sistemului de coeficienți ai ecuațiilor rezolvante și al frecvențelor proprii s-a alcătuit programul de calcul „AZET-2" care a fost rulat pe calculatorul CDC-3500 în dublă precizie.

Rezultate numerice

Cu cît gradul adoptat pentru polinom este mai ridicat, cu atît se pot determina mai multe frecvențe proprii, iar valorile acestora se apropie mai mult de cele exacte. Acest lucru se poate urmări în tabelul alăturat.

Convergența frecvențelor proprii *Tabelul 1*

s	N	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$	$j=6$
0	2	0	4,0345	8,5628	—	—	—
	3	0	3,8347	7,8796	13,8999	—	—
	4	0	3,8325	7,0529	12,2850	20,3629	—
	5	0	3,8317	7,0329	10,3333	17,3859	28,0501
1	2	1,8413	5,3952	11 9583	—	—	—
	3	1,8412	5,3477	8,7962	18,4021	—	—
	4	1,8412	5,3318	8,6487	12,3939	26,0724	—
	5	1,8412	5,3315	8,5416	12,0738	16,3091	34,9994
2	2	3,0546	6,7293	15,6648	—	—	—
	3	3,0542	6,7293	10,1057	23,3508	—	—
	4	3,0542	6,7062	10,1034	13,5915	32,2835	—
	5	3,0542	6,7062	9,9718	13,5795	17,3020	42,4794
3	2	4,2017	8,0751	19,4522	—	—	—
	3	4,2012	8,0347	11,6035	28,3928	—	—
	4	4,2012	8,0160	11,4431	15,2620	38,5904	—
	5	4,2012	8,0153	11,3548	14,8618	19,1839	50,0553

Pentru cazul discutat al ipotezei rezervoarelor adînci este utilă compararea acestor rezultate cu soluția analitică existentă [2].

În fig. 1 sînt redate formele proprii radiale de sloshing în rezervoare adînci după soluția exactă și după metoda numerică expusă anterior.

Soluția numerică oferă, față de cea analitică, avantajul unei tratări mai comode a cazului rezervoarelor de adîncime arbitrară [3], deoarece

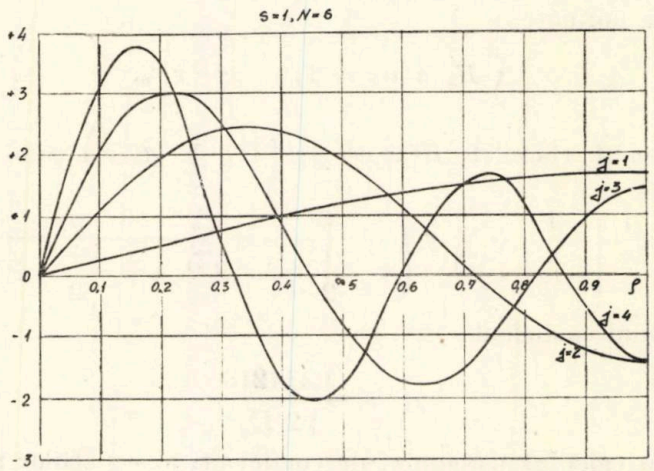


Fig. 1. — Formele proprii radiale în rezervoare adînci circulare.

soluția obținută are forma unui polinom, la fel cu cazul rezervoarelor de adîncime mică, și nu se bazează pe funcțiile Bessel.

În același timp diferențele numerice ale rezultatelor sînt neglijabile față de soluția exactă, după cum se poate urmări din desen.

BIBLIOGRAFIE

1. *Lawrence, Wang, Reddy,* Variational Solution of Fuel Sloshing Modes, Jet Propulsion, November 1958.
2. *Lamb, Sir Horace,* Hydrodynamics, Dover Publishers, sixth ed., 1945, New York.
3. *Dan Rugescu,* Frecvențele proprii de sloshing în rezervoarele puțin umplute ale rachetelor cu combustibil chimic lichid, Comunicare la sesiunea IMFCA 29 — 30.03.1976, București.

Free Oscilations of the Fuel in Deep Tanks of Rockets

The problem of determining the amplitudes and frequencies of free sloshing modes of liquid fuel in fixed rocket tanks is dealt with in the paper. The deep tanks aproximation is used in solving the problem numericaly by Rayleigh-Ritz procedure, the results being compared with the exact solution and put in an adequate form to be extended on tanks of arbitrary depth.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z. 1539.4 :621.315 :678

ASUPRA STRUCTURII ȘI PROPRIETĂȚILOR ELECTRICE ȘI MECANICE A UNOR FIBRE CARBON

D. DRIMER, IOANA DEMETRESCU, H. GHEORGHIU *

S-au studiat trei tipuri de materiale pe bază de fibre carbon : fire, țesătură și plăci. Conținutul de carbon din materiale s-a corelat cu gradul de orientare, proprietățile mecanice și electrice ale fibrelor, în condiții diferite de umiditate și temperatură precum și în urma iradierii cu raze γ.

Introducere

De la descoperirea lor, anunțată în 1966, s-au făcut numeroase studii asupra fibrelor de carbon, privitoare atît la tehnologiile de obținere (1—5) cît și la proprietățile și structura lor (6—8).

Materia primă a fibrelor sau țesăturilor de carbon este constituită din fibre sintetice organice, cum ar fi poliacrilonitrilul sau din medii aromatice, gudroane petroliere etc.

Materialul este supus unei degradări termice controlate în atmosferă oxidantă și apoi în atmosferă inertă. Se obțin fibre caracterizate prin rezistență mare la solicitări mecanice.

În lucrarea de față s-a urmărit variația proprietăților electrice și mecanice a diverse tipuri de fibre carbon, în diferite condiții de tratare.

Partea experimentală

Fibrele sub formă de fire, avînd dimensiunile secțiunii de ordinul micronilor, au fost supuse la tracțiune, în vederea determinării rezistenței la rupere în diferite condiții de utilizare. Pentru determinarea forței de rupere, firele au fost suspendate vertical, fiind solicitate la tracțiune de către o sarcină progresiv crescătoare care acționează la capătul inferior.

Pentru încercarea fibrelor sub formă de țesătură au fost detașate epruvete sub formă de bară de secțiune 0,26 mm^2. Epruvetele au fost încastrate la unul din capete și solicitate la încovoiere cu o forță concentrată P la capătul liber.

Manuscris primit la data de 9 iunie 1981

* Prof. dr. ing., Catedra Tehnologia metalelor ; Asist. dr. chim., Catedra Chimie fizică ; Șef lucrări ing., Catedra Rezistența materialelor

Mărimea forței aplicate și săgeata f corespunzătoare acesteia au fost măsurate cu ajutorul unui stand pentru măsurarea caracteristicilor elementelor elastice, cu traductor inductiv și punte tensiometrică. Expresia săgeții la capătul liber al barei încastrate solicitate cu forța concentrată P, a permis calcularea modulului longitudinal cu relația :

$$E = \frac{Pl^3}{3fI_z} \tag{1}$$

în care l este lungimea barei, iar I_z momentul de inerție axial.

Pentru determinarea modulului de elasticitate al fibrelor sub formă de placă au fost confecționate epruvete de secțiune dreptunghiulară încastrate la un capăt. Valoarea măsurată a săgeții f a capătului liber datorită unei sarcini concentrate P aplicată la distanțe a, a fost folosită pentru determinarea modulului de elasticitate cu relația

$$E = \frac{Pa^2\left(1 - \frac{a}{3}\right)}{2fI_z}$$

Rezultatele obținute sînt prezentate în tabelul 1.

Tabelul 1

Valorile modulului de elasticitate în G *Pa*

E în *G Pa*	Inițial	calcinat 1000°C	imersat 72 ore	iradiat
E fibre Conținut grafit	73 19 %	86 30 %	71 14 %	73 19 %
E placă conținut grafit	160 14 %	180 11 %	140 10 %	160 11 %

Din cauza dimensiunilor de ordine de mărime diferite ale secțiunilor epruvetelor care au putut fi confecționate, nu s-au putut efectua aceleași tipuri de încercări pentru toate cele trei forme de fibre carbon.

Rezistența electrică a fost determinată cu multimetru digital E.03.02.

Probele au fost iradiate la o sursă de radiații de Cs_1^{137} cu activitate inițială de 1600 Ci cu o doză de 10 Rad/oră.

Maximele de difracție ale fibrelor s-au obținut prin metode Debye-Scherer folosind un difractometru de raze X Philips cu anticatod de Cu. Studiul texturii fibrelor (7) s-a realizat cu ajutorul unei instalații de raze X tip TUR M 60. Aceste studii au permis calcularea fracției în greutate ale grafitului pentru tipurile de fibră analizată.

Spectrele de rezonanță electronică de spin au fost obținute la un spectrometru de R P E tip A R T 5 care funcționează în banda X cu o modulație de 100 KHz.

Rezultate şi comentarii

Analiza datelor din tabelul 1 indică faptul că tratamentul termic conduce la creşterea fracţiei de grafit. Astfel, procentul de grafit din proba tip ţesătură a crescut de la 19% la 30% la calcinare în regim liniar de creştere a temperaturii (10°/minut) pînă la 1000°C. În acelaşi timp se constată creşterea modulului de elasticitate la proba tip ţesătură cu 8%, iar la proba compozit cu 12%.

Rezistenţa la rupere, determinată pentru fibrele sub forma de fire, a crescut în urma calcinării în medie cu 12%. O comparaţie a acestei caracteristici mecanice în funcţie de procentul diferit de carbon din cele trei forme de fibre studiate, nu este concludentă, deoarece această proprietate variază în funcţie de ordinul de mărime al dimensiunilor epruvetelor, chiar pentru acelaşi material (9).

Studiul proprietăţilor fibrelor carbon menţinute în apă timp de 72 de ore, arată o scădere uşoară a maximului de difracţie, datorită probabil absorbţiei radiaţiei X în apa reţinută în probă. În privinţa calităţilor mecanice s-a constatat în acelaşi timp o diminuare cu 15% pentru rezistenţa la rupere a fibrelor sub formă de fire. Pentru cele sub formă de ţesătură s-a înregistrat o scădere a modulului de elasticitate cu 16% iar pentru cele tip compozit de 12,5%; are loc de asemenea, şi o micşorare a zonei de linearitate pe curba elastică.

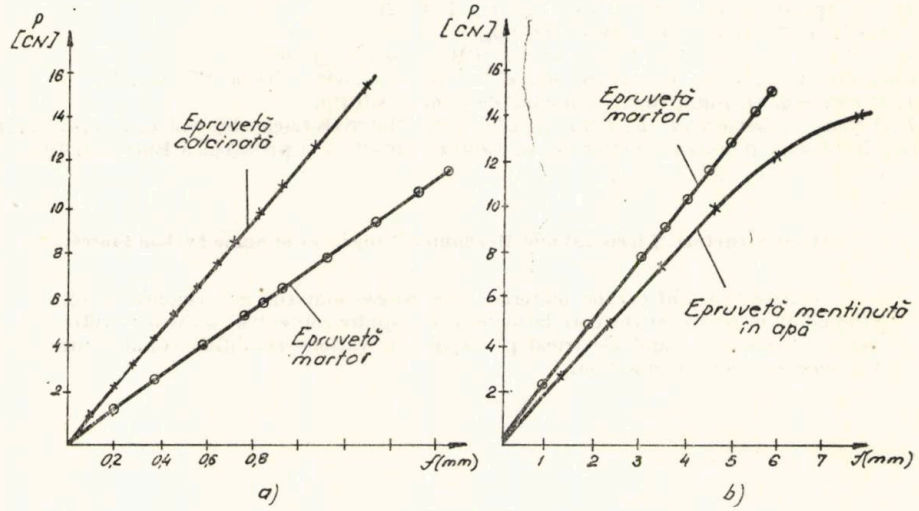


Fig. 1

Pentru exemplificare, în figura 1, sînt redate curbele elastice pentru epruvete martor (tip ţesătură), pentru o epruvetă calcinată la 1000°C (fig. 1 a) şi pentru o epruvetă menţinută timp de 72 ore în apă (fig. 1 b).

În ceea ce priveşte comportarea la iradiere semnalăm că probele neiradiate prezintă un semnal R P E în formă de singlet la cîmpul electronului liber, cu o lărgime a semnalului $\Delta H = 37$ G şi cu factorul de despicare spectroscopică, $g = 1, 99863$.

După iradiere se înregistrează același tip de semnal, cu deosebire că intensitatea lui este mai mare, ceea ce ne îndreptățește să afirmăm că prin iradiere se realizează o creștere a numărului de electroni. Aceasta este în deplină concordanță cu măsurătorile electrice, care au arătat o scădere de circa 12% a rezistenței în urma iradierii epruvetelor.

Concluzii

Studiile efectuate indică o corelare între conținutul de grafit din probe și proprietățile mecanice ale materialelor pe bază de fibre carbon.

Această corelație este pusă în evidență și mai bine din măsurătorile de rezistivitate electrică. Iradierea a confirmat ipoteza legăturilor ρ —E întrucît modulul de elasticitate a fost insensibil la iradiere cu radiații γ iar rezistivitatea a prezentat modificări mici care nu atestă o schimbare structurală în raportul carbon amorf — carbon grafit.

Din punct de vedere experimental rezultă că se pot înlocui determinările mecanice cu acelea electrice mult mai accesibile.

BIBLIOGRAFIE

1. Patent specification 11 10 791 (1970) (D_{01} F 9/12).
2. Patent specification 14 43 935 (1972) (D_{01} F 9/12)
3. Patent specification 13 85 213 (1972) (D_{01} F 9/12)
4. Patent specification 13 88 789 (1973) (D_{01} F 9/12)
5. *D. Drimer, I. Demetrescu,* Fibre carbon, IPB în curs de publicare.
6. Chemistry and physics of carbon. Marcel Dekker Inc. New — York 1973 vol. II.
7. *I. Demetrescu, D. Fătu,* Rev. Roumaine de Chimie sub tipar.
8. *D. Drimer, I. Demetrescu, D. Fătu, H. Gheorghiu,* Materials Chemistry vol. 6, 4—5, 313, 1981
9. *Gh. Buzdugan,* Rezistența materialelor. Editura didactică și pedagogică București 1978.

About Structure, Electrical and Mechanical Properties of Some Carbon Fibres

Three types of carbon materials fiels woven material and composite were studied, in order to get the correlation of the graphite content with the orientation degree, mechanical and electrical properties in various conditions of moisture temperature and γ irradiation.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.: 539.3/4.:624:550.3

ASUPRA COMPORTĂRII STRUCTURILOR ELASTICE DE RIGIDITĂȚI DIFERITE LA ACȚIUNILE SEISMICE

RADU P. VOINEA, DUMITRU C. VOICULESCU *

În lucrare se studiază pe un model simplificat modul de comportare a structurilor elastice de rigidități diferite la acțiunile seismice în scopul de a determina distanța minimă între două asemenea clădiri, astfel încît, în timpul seismului să nu fie posibilă ciocnirea lor.

În timpul cutremurului care a avut loc în țara noastră la 4 martie 1977 au avut de suferit, între altele, și clădirile amplasate una lîngă cealaltă sau la o distanță foarte mică, în cazul în care structurile lor elastice au avut rigidități mult diferite. În timpul seismului, cele două structuri fiind animate de mișcări oscilatorii forțate și avînd perioade proprii diferite, s-au mișcat diferit și s-au ciocnit producîndu-se avarii la zidăria de umplutură și adesea și la structurile elastice: stîlpi, grinzi, plăci.

În cele ce urmează ne propunem să studiem pe un model simplificat fenomenul ce are loc, cu scopul de a determina distanța minimă între două asemenea clădiri astfel încît, în timpul seismului să nu fie posibilă ciocnirea.

Modelul, reprezentat schematic în fig. 1, este alcătuit din masele concentrate M_1, M_2, M_3, ..., M_n ale planșeelor aplicate unui sistem elastic de masă neglijabilă. Vom nota cu z_1, z_2, ..., z_n deplasările pe orizontală ale acestor mase. Considerînd ca încărcări într-un punct j forțele de inerție $-M_j \ddot{z}_j$ din mișcarea relativă și $-M_j \ddot{f}(t)$ din mișcarea de antrenare (transport) presupusă a se face după legea $z_0 = f(t)$ și notînd cu z_{ij} un coeficient de influență care reprezintă deplasarea pe orizontală a punctului i atunci

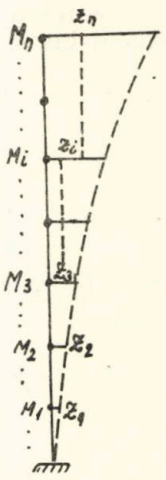


Fig. 2

Manuscris primit la data de 4 iulie 1981
* Academician prof. dr. ing.; Prof. dr. ing., Catedra de Mecanică

cînd în secțiunea j acționează o forță egală cu unitatea, rezultă pentru săgeata z_j expresia

$$z_i = \sum_{j=1}^{n} [-M_j \ddot{z}_j - M_j \ddot{f}(t)] z_{ij} \qquad i = 1, 2, \ldots, n \tag{1}$$

Particularizînd funcția $f(t)$ la cazul unei funcții armonice

$$f(t) = Z_0 \sin \omega t \tag{2}$$

Z_0 fiind amplitudinea și ω pulsația mișcării perturbatoare și presupunînd că în mișcarea structurii efectul preponderent este al pulsației fundamentale p, vom încerca pentru z_j expresii de forma

$$z_j = Z_j \sin \omega t + Z_j' \cos pt + Z_j'' \sin pt \tag{3}$$

Deoarece în momentul inițial ($t = 0$) structura era în repaus relativ ($z_j = 0$ și $\dot{z}_j = 0$), rezultă

$$Z_j' = 0, \quad Z_j'' = -\frac{\omega}{p} Z_j \tag{4}$$

astfel încît relația (3) devine:

$$z_j = Z_j \left(\sin \omega t - \frac{\omega}{p} \sin pt \right) \tag{5}$$

Introducînd expresiile (2) și (5) în (1) rezultă după efectuarea tuturor calculelor și gruparea convenabilă a termenilor:

$$\left[Z_i - \omega^2 \sum_{j=1}^{n} M_j Z_j z_{ij} - \omega^2 Z_0 \sum_{j=1}^{n} M_j z_{ij} \right] \sin \omega t -$$

$$- \left[Z_i - p^2 \sum_{j=1}^{n} M_j Z_j z_{ij} \right] \frac{\omega}{p} \sin pt = 0 \tag{6}$$

Relația (6) trebuind să fie satisfăcută *oricare ar fi timpul t* rezultă egalitățile:

$$\left.\begin{aligned} Z_i - \omega^2 \sum_{j=1}^{n} M_j Z_j z_{ij} &= \omega^2 Z_0 \Sigma M_j z_{ij} \\ Z_i - p^2 \sum_{j=1}^{n} M_j Z_i z_{ij} &= 0 \end{aligned}\right\} i = 1, 2, \ldots, n \tag{7}$$

Multiplicînd a doua relație cu $\omega^2 p^2$ și scăzîndu-le, rezultă:

$$Z_i = \frac{\omega^2}{1 - \frac{\omega^2}{p^2}} Z_0 \sum_{j=1}^{n} M_j z_{ij} \qquad i = 1, 2, \ldots, n \tag{8}$$

Această ecuație mai poate fi scrisă sub forma

$$Z_1 = \frac{Z_0\omega^2}{g} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{p^2}} \sum_{j=1}^{n} M_j g z_{ij} \quad i = 1, 2, \ldots, n \tag{9}$$

Observînd că $\sum_{j=1}^{n} N_j g z_{ij}$ reprezintă săgeata statică produsă la nivelul i de forțe egale cu $M_j g$ aplicate la toate nivelurile ($j = 1, 2, \ldots n$), săgeata pe care o vom nota cu Z_i^{st} și că raportul $\frac{Z_0\omega^2}{g}$ dintre accelerația orizontală maximă și accelerația gravitației caracterizează intensitatea cutremurului, raport pe care-l vom nota cu χ, fofmula (9) mai poate fi scrisă:

$$Z_i = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{p_2}} \cdot \chi Z_i^{st} \quad i = 1, 2, \ldots, n \tag{10}$$

Să considerăm acum două structuri elastice situate la distanța D. Fie p_1 și p_2 pulsațiile lor proprii și Z_1^{st} și Z_2^{st} săgețile lor statice sub acțiunea unor forțe orizontale $M_j g$ la un anumit nivel i care ne interesează. Pentru ca cele două structuri elastice să nu se ciocnească în timpul cutremurului este necesar ca (v. fig. 2);

$$z_{i2} + D > z_{i1} \tag{11}$$

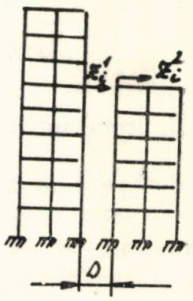


Fig. 2

sau, ținînd seama de (5) și (10):

$$\frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{p_2^2}} \chi Z_2^{st} \left(\sin \omega t - \frac{\omega}{p_2} \sin p_2 t \right) + D >$$

$$< \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{p_1^2}} \chi Z_1^{st} \left(\sin \omega t - \frac{\omega}{p_1} \sin p_1 t \right) \tag{12}$$

Această relație mai poate fi scrisă, punînd în evidență perioadele proprii T_1 și T_2 și perioada T a cutremurului, sub forma:

$$\frac{D}{\chi Z_1^{st}} > \left[\frac{1}{1 - \left(\frac{T_1}{T}\right)^2} - \left(\frac{Z_2^{st}}{Z_1^{st}}\right) \frac{1}{1 - \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 \left(\frac{T_1}{T}\right)^2} \sin 2\pi \frac{t}{T} - \right.$$

$$- \frac{\frac{T_1}{T}}{1 - \left(\frac{T_1}{T}\right)^2} \sin 2\pi \frac{1}{\left(\frac{T_1}{T}\right)} \frac{t}{T} +$$

$$\left. + \left(\frac{Z_2^{st}}{Z_1^{st}}\right) \frac{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)\left(\frac{T_1}{T}\right)}{1 - \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 \left(\frac{T_1}{T}\right)^2} \sin 2\pi \frac{1}{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)\left(\frac{T_1}{T}\right)} \cdot \frac{t}{T} \right. \tag{13}$$

Expresia din membrul drept al relației (13) variază în timp. Interesează valoarea sa maximă pozitivă. Vom nota cu Ψ această valoare. Vom avea

$$\Psi = \Psi\left[\frac{T_2}{T_1}, \frac{T_1}{T}, \frac{Z_2^{st}}{Z_1^{st}}\right] \tag{14}$$

Valorile coeficientului Ψ sînt calculate în tabelele de mai jos pentru diferite valori ale raportului $\frac{Z_2^{st}}{Z_1^{st}}$. S-a notat cu indicele 1 structura mai elastică și cu indicele 2 structura mai rigidă.

Analizînd valorile coeficientului Ψ înscrise în aceste tabele, se constată că acesta crește atunci cînd raportul $\frac{T_1}{T}$ crește avînd valori foarte mari pentru $\frac{T_1}{T} = 0{,}8$ și 0,9, care se explică prin apropierea perioadei proprii de vibrații de perioada cutremurului, deci de apropierea de rezonanță.

De asemenea, se constată că Ψ descrește cînd raportul $\frac{T_2}{T_1}$ crește, ajungînd minim cînd $\frac{T_2}{T_1} = 1$ ceea ce arată importanța ca construcțiile alăturate să aibă aceiași perioadă proprie de vibrație.

Soluțiile optime se găsesc pentru fiecare tablou în regiunea din dreapta sus, adică pentru perioade proprii cît mai puțin diferite între ele ale celor două construcții, dar cît mai depărtate de perioada cutremurului.

Pe baza rezultatelor de mai sus distanța minimă între două clădiri avînd ca structuri de rezistență cadre din beton armat sau metalice se determină astfel :

a) Se calculează perioadele proprii de vibrații T_1 și T_2 ale celor două structuri (Se notează cu T_1 perioada cea mai mare și cu T_2 perioada cea mai mică, deci $T_1 > T_2$).

b) Dacă cele două clădiri sînt denivelate se evaluează în dreptul ultimului planșeu al clădirii mai mici săgețile statice ale celor două structuri în ipoteza că asupra lor, la nivelul fiecărui planșeu acționează forțele $M_i g$.

c) Se calculează raportul $\frac{Z_2^{st}}{Z_1^{st}}$ al celor două săgeți statice calculate la punctul precedent.

d) În funcție de perioada T a cutremurului se calculează raportul $\frac{T_1}{T}$ și $\frac{T_2}{T_1}$ și apoi, folosind unul din tabelele de mai sus se determină coeficientul Ψ.

$$\frac{Z_2^{st}}{Z_1^{st}} = 0.1$$

$\frac{T_2/T_1}{T_1/T}$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.1	0.99920	0.99902	1.00157	0.99497	1.00177	1.00396	1.00539	1.00412	1.00711	0.98850
0.2	0.99374	0.99772	0.99873	1.00072	1.00255	1.00261	1.00596	1.00754	1.00920	0.97330
0.3	1.31620	1.31336	1.32702	1.31142	1.31342	1.33389	1.32926	1.31942	1.33787	1.27630
0.4	1.53040	1.52345	1.53319	1.53917	1.53224	1.54522	1.54568	1.54514	1.54524	1.46106
0.5	1.64053	1.65245	1.65788	1.62320	1.66201	1.66070	1.67260	1.66946	1.67678	1.55821
0.6	2.39964	2.38636	2.41277	2.41190	2.39011	2.42647	2.41845	2.42771	2.43389	2.25000
0.7	3.21377	3.20408	3.23446	3.22781	3.19987	3.18083	3.18180	3.25118	3.20151	2.98534
0.8	4.81655	4.81106	4.84467	4.82764	4.79179	4.77972	4.83125	4.77821	4.79645	4.43112
0.9	9.87091	9.84442	9.82734	9.81319	9.85026	9.77379	9.69402	9.68643	9.90860	8.96731

$$\frac{Z_2^{st}}{Z_1^{st}} = 0.2$$

$\frac{T_2/T_1}{T_1/T}$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.1	0.90006	0.89971	0.90485	0.89160	0.90521	0.90963	0.91254	0.90993	0.91603	0.87867
0.2	0.90895	0.91399	0.91861	0.92380	0.92365	0.92742	0.93329	0.93727	0.93981	0.86516
0.3	1.21600	1.20994	1.23594	1.20775	1.21276	1.24967	1.24041	1.22437	1.25762	1.13449
0.4	1.43739	1.42455	1.44406	1.45494	1.44213	1.46704	1.46835	1.46687	1.46820	1.29872
0.5	1.55052	1.57355	1.58676	1.51506	1.59267	1.59251	1.61624	1.60756	1.62457	1.38508
0.6	2.30197	2.27273	2.32554	2.32417	2.28616	2.35294	2.33775	2.35543	2.36778	2.00000
0.7	3.11099	3.09112	3.15196	3.13907	3.08322	3.04462	3.04711	3.18532	3.0959	2.65363
0.8	4.70963	4.70050	4.76591	4.73181	4.66042	4.64256	4.74296	4.64 70	4.67619	3.93877
0.9	9.77815	9.72516	9.69101	9.66428	9.73684	9.59174	9.58003	9.58957	9.85353	7.97094

$$\frac{Z_2^{st}}{Z_1^{st}} = 0.3$$

T_2/T_1 / T_1/T	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.1	0.80092	0.80045	0.80813	0.79312	0.80866	0.81530	0.81970	0.81573	0.82494	0.76883
0.2	0.82451	0.83026	0.83908	0.84687	0.84476	0.85231	0.86105	0.86700	0.87086	0.75701
0.3	1.12023	1.10978	1.14485	1.10649	1.11540	1.16546	1.15609	1.13280	1.17736	0.99268
0.4	1.34438	1.32569	1.35493	1.37071	1.35205	1.38888	1.39138	1.38935	1.39117	1.13638
0.5	1.46949	1.49466	1.51564	1.40691	1.52333	1.53167	1.55987	1.54567	1.57510	1.21194
0.6	2.20699	2.15909	2.23831	2.24029	2.18333	2.27941	2.26074	2.28339	2.30168	1.75000
0.7	3.01031	2.97817	3.06946	3.05036	2.97215	2.91186	2.92182	3.11946	3.04237	2.32193
0.8	4.60271	4.59239	4.68714	4.64161	4.53762	4.50554	4.65613	4.50812	4.55594	3.44642
0.9	9.68538	9.60590	9.55468	9.51861	9.62343	9.40980	9.52307	9.53738	9.79845	6.97457

$$\frac{Z_2^{st}}{Z_1^{st}} = 0.4$$

T_2/T_1 / T_1/T	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.1	0.70178	0.70120	0.71141	0.69473	0.71215	0.72098	0.72686	0.72157	0.73386	0.65900
0.2	0.74008	0.74653	0.75955	0.76994	0.76586	0.77724	0.78885	0.79673	0.80191	0.64887
0.3	1.02446	1.00969	1.57377	1.00367	1.01811	1.08125	1.07236	1.04131	1.09711	0.85087
0.4	1.25137	1.22884	1.26580	1.28647	1.26197	1.31072	1.31442	1.31633	1.31413	0.97404
0.5	1.39230	1.41576	1.44455	1.29877	1.45399	1.47139	1.50351	1.48378	1.52923	1.03881
0.6	2.11201	2.04545	2.15246	2.15640	2.08477	2.20588	2.18372	2.21398	2.23557	1.50000
0.7	2.91459	2.86614	2.98696	2.96595	2.86376	2.78285	2.79877	3.05260	2.98885	1.99023
0.8	4.49579	4.48430	4.60838	4.55347	4.41486	4.36853	4.56931	4.38563	4.44122	2.95408
0.9	9.59263	9.48665	9.42060	9.37294	9.51002	9.22786	9.46611	9.48519	9.74338	5.97820

$$\frac{Z_2^{ss}}{Z_1^{st}} = 0.5$$

T_2/T_1 / T_1/T	0 1	0 2	0 3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0 1	0.6026	0.60195	0 61470	0.59641	0.61564	0.62665	0.63401	0.62742	0.64277	0.54917
0 2	0 65571	0.66280	0 68003	0.69304	0.68696	0.70217	0.71665	0.72649	0.73299	0.54072
0.3	0.92872	0 90959	0 96268	0.92453	0.92762	0.99703	0.98863	0.95414	1.01686	0.70906
0.4	1 15837	1 13465	1.17867	1.20224	1.17301	1.23256	1.24052	1 24331	1.23710	0.81170
0.5	1 31983	1 33686	1 37347	1.19062	1.38465	1.41562	1.44714	1.42189	1.48335	0.86567
0 6	2 01704	1 93346	2 06764	2 07254	1.98912	2.13235	2.10671	2.14457	2.16946	1.25000
0.7	2.81892	2.75796	2 90446	2.88307	2.77259	2.65639	2.68363	2.98774	2.93532	1.65852
0 8	4 39000	4 37622	4.52961	4.46533	4.29797	4.23732	4.48249	4.26617	4.33009	2.46173
0.9	9.49987	9 36739	9.31103	9.22728	9.39758	9.04593	9.40915	9·43300	9.68831	4.98184

$$\frac{Z_2^{st}}{Z_1^{st}} = 0.6$$

T_2/T_1 / T_1/T	0·1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.1	0.50350	0.50270	0.51800	0.49811	0.51912	0.53232	0.54117	0.53326	0.55168	0.43933
0.2	0.57136	0.57907	0.60051	0.61614	0.60807	0.63179	0.64445	0.65626	0.66407	0.43258
0.3	0.83300	0.81353	0.87160	0.84240	0.83750	0.91282	0.90489	0.88048	0.93661	0.56725
0.4	1.06538	1.04046	1.09277	1.11801	1.08649	1.15569	1.16694	1.17029	1.16006	0.64936
0.5	1.24735	1.25797	1.30238	1.08248	1.31531	1.36232	1.39285	1.36000	1.44087	0.69254
0.6	1.92209	1.82849	1.98282	1.98870	1.89511	2.05882	2.02969	2.07516	2.10335	1.00000
0.7	2.72326	2.65150	2.82196	2.80023	2.68948	2.53521	2.57393	2.92188	2.88479	1.32682
0.8	4.28986	4.27121	4.45085	4.37962	4.18472	4.10768	4.39601	4.15979	4.21928	1.96939
0.9	9.40711	9.24814	9.23445	9.09969	9.29149	8.86664	9.35219	9.38081	9.63323	3.98547

$$\frac{Z_2^{st}}{Z_1^{qt}} = 0.7$$

$\frac{T_2/T_1}{T_1/T}$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.1	0.40436	0.40345	0.42130	0.39981	0.42261	0.43800	0.44833	0.43910	0.46060	0.32950
0.2	0.48700	0.49534	0.52099	0.53925	0.52917	0.56184	0.57225	0.58603	0.59515	0.32443
0.3	0.73729	0.71838	0.78051	0.76026	0.74744	0.82861	0.82116	0.81211	0.85734	0.42543
0.4	0.97229	0.94628	1.00687	1.03378	0.99997	1.08024	1.09337	1.09727	1.08303	0.48702
0.5	1.17491	1.17907	1.23130	0.99490	1.24597	1.30908	1.33955	1.29811	1.40064	0.51940
0.6	1*82714	1.72883	1.89799	1.90485	1.80648	1.98529	1.95626	2.00574	2.03837	0.75000
0.7	2.62760	2.54972	2.73947	2.71740	2.60637	2.41740	2.46910	2.85602	2.83505	0.99511
0.8	4.19402	4.16878	4.37208	4.29884	4.07545	3.97822	4.31442	4.05705	4.11735	1.47704
0.9	9.31435	9.12888	9.15787	9.00455	9.18539	8.71334	9.29762	9.32862	9.57816	2.98910

$$\frac{Z_2^{st}}{Z_1^{st}} = 0.8$$

$\frac{T_2/T_1}{T_1/T}$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.1	0.30523	0.30420	0.32460	0.31140	0.32610	0.34367	0.35548	0.34592	0.36951	0.21967
0.2	0.40360	0.41161	0.44346	0.46236	0.45027	0.49189	0.50246	0.51580	0.52872	0.21629
0.3	0.64157	0.62323	0.68943	0.67812	0.65874	0.74439	0.73864	0.74374	0.77838	0.28362
0.4	0.87940	0.85212	0.92096	0.94954	0.91345	1.00479	1.01979	1.02825	1.00599	0.32468
0.5	1.10250	1.10017	1.16022	0.92794	1.17663	1.25875	1.28624	1.23622	1.36042	0.34627
0.6	1.73220	1.63244	1.81317	1.82190	1.71791	1.91176	1.88327	1.93633	1.97357	0.50000
0.7	2.53571	2.44798	2.65697	2.63760	2.52325	2.30454	2.37344	2.79016	2.78531	0.66341
0.8	4.09830	4.06638	4.29332	4.21806	3.97218	3.88893	4.23283	3.96402	4.01542	0.98469
0.9	9.22159	9.00963	9.08242	8.91536	9.07930	8.65565	9.24435	9.27643	9.52309	1.99273

$$\frac{Z_2^{st}}{Z_1^{st}} = 0.9$$

$\frac{T_2/T_1}{T_1/T}$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.1	0.20609	0.20495	0.22790	0.22760	0.22958	0.24934	0.26264	0.26291	0.27842	0.10983
0.2	0.32267	0.32788	0.36748	0.38547	0.37138	0.42193	0.43384	0.34557	0.46339	0.10814
0.3	0.54586	0.52809	0.59832	0.59598	0.57467	0.66018	0.65873	0.67536	0.69942	0.14181
0.4	0.78640	0.75796	0.83776	0.86531	0.82696	0.92934	0.94621	0.95963	0.93471	0.16234
0.5	1.03010	1.02128	1.08914	0.87326	1.10729	1.21143	1.23294	1.17433	1.32019	0.17313
0.6	1.63725	1.54019	1.72835	1.74120	1.63248	1.83824	1.81028	1.86692	1.90877	0.25000
0.7	2.44520	2.35243	2.57447	2.55983	2.44014	2.19659	2.28122	2.72430	2.73557	0.33170
0.8	4.00721	3.96398	4.21455	4.13728	3.87129	3.85185	4.15124	3.87810	3.91795	0.49235
0.9	9.12883	8.89037	9.00890	8.82920	8.97320	8.59796	9.19107	9.22424	9.46801	0.99637

$$\frac{Z_2^{st}}{Z_1^{st}} = 1.0$$

$\frac{T_2/T_1}{T_1/T}$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0. 8	0.9	1.0
0.1	0.10695	0.10610	0.13120	0.14380	0.13307	0.15502	0.16980	0.17990	0.18734	0.00000
0.2	0.24174	0.24415	0.29155	0.30857	0.29248	0.35198	0.36522	0.37534	0.39809	0.00000
0.3	0.45014	0.43294	0.50726	0.51384	0.49061	0.57579	0.57882	0.60699	0.63248	0.00000
0.4	0.69341	0.66381	0.75560	0.78108	0.74047	0.85388	0.87264	0.89101	0.90783	0.00000
0.5	0.95769	0.94238	1.02372	0.82585	1.03795	1.16414	1.19320	1.11244	1.28442	0.00000
0.6	1.54230	1.44806	1.64353	1.66050	1.55048	1.76471	1.73729	1.79751	1.84398	0.00000
0.7	2.35470	2.25745	2.49197	2.48207	2.35703	2.09235	2.19732	2.65844	2.68583	0.00000
0.8	3.91930	3.86741	4.13578	4.05872	3.77825	3.81478	4.06965	3.86236	3.82524	0.00000
0.9	9.03607	8.77498	8.93539	8.74304	8.86711	8.54803	9.13780	9.17205	9.41294	0.00000

e) În funcţie de acceleraţia maximă orizontală înregistrată în timpul cutremurului se calculează raportul

$$\chi = \frac{a_{H\,max}}{g} \tag{15}$$

f) Folosind formula (16)

$$D = \Psi \chi Z_1^{st} \tag{16}$$

se determină distanţa minimă dintre clădiri.

Le comportement des structures élastiques ayant des rigidités différentes aux actions séismiques

Dans le présent travail on étudie sur un modèle simplifié le comportement des structures élastiques ayant des rigidités différentes soumises aux actions séismiques en vue de déterminer la distance minime entre deux bâtiments, de telle sorte que, pendant le séisme leur collision ne soit pas possible.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z. 534.2:621.313.018
62—752

REGIMUL TRANZITORIU AL UNUI SISTEM VIBRATOR CU UN GRAD DE LIBERTATE DATORIT VARIAȚIEI AMPLITUDINII FORȚEI PERTURBATOARE

M. RĂDOI, N. ENESCU, E. DECIU *

În lucrare se studiază evoluția unui sistem vibrator cu un grad de libertate în regimul tranzitoriu și influența principalilor parametri ai mișcării.

Pentru o categorie largă de mașini vibratoare cu un grad de libertate legate elastic cu arcuri și supuse la forțe perturbatoare centrate, se poate admite că elementul vibrator activ efectuează o mișcare de translație. În timpul funcționării de regim este posibil ca amplitudinea forței perturbatoare să se modifice, menținîndu-se constantă frecvența sa. Un exemplu în acest sens îl constituie forța perturbatoare produsă de un excitator electromagnetic.

Modificarea amplitudinii forței perturbatoare are ca efect apariția unui regim tranzitoriu în funcționarea sistemului vibrator, acesta revenind la un regim permanent după stabilizarea la o nouă valoare a amplitudinii forței perturbatoare.

Ecuația de mișcare a elementului vibrator este

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + P\,\mathrm{sign}\,\dot{x} = F\cos(pt - \varphi), \qquad (1)$$

corespunzător modelului mecanic din figura 1. În timpul mișcării de regim amplitudinea F a forței perturbatoare are valoarea constantă F_0.

Se consideră că la un moment dat forța F se modifică după legea de variație uniformă:

$$F = F_0 \pm v_F t, \qquad (2)$$

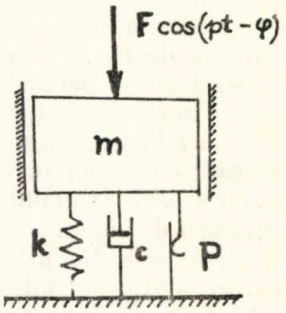


Fig. 1. Modelul mecanic al sistemului vibrator considerat.

ceea ce conduce la apariția unui regim tranzitoriu în funcționarea sistemului.

Manuscris primit la redacție la data de 1 octombrie 1981
* Prof. dr. ing. ; Șef lucrări dr. ing. ; Șef lucrări dr. ing., Catedra Mecanică

Pentru analiza comportării dinamice se utilizează mărimile adimensionale :

$$\xi = \frac{x\,k}{F_0}; \quad \psi = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2\sqrt{k\,m}}; \quad \gamma = p\sqrt{\frac{m}{k}};$$

$$\mu = \frac{P}{F_0}; \quad \beta = \frac{F}{F_0}; \quad \varepsilon = \frac{v_F}{F_0}\sqrt{\frac{m}{k}}; \quad \tau = \sqrt{\frac{k}{m}}\,t. \tag{3}$$

Astfel, ecuaţia de mişcare a sistemului vibrator devine :

$$\xi'' + 2\psi\xi' + \xi + \mu\,\text{sign}\,\xi' = \beta\cos(\gamma\tau - \varphi). \tag{4}$$

Ecuaţia (4) fiind neliniară, se integrează cu ajutorul variantei numerice a metodei Delta [2].

În vederea urmăririi efectului variaţiei amplitudinii forţei perturbatoare, se consideră în ecuaţia (4) că β este de forma

$$\beta = \beta_{01;2} \pm \varepsilon\tau. \tag{5}$$

La momentul iniţial sistemul se află în mişcare de regim cu $\beta_{01} = 1$, apoi amplitudinea creşte linear pînă la $\beta_{02} = 5$. Urmează o stabilizare a mişcării la noul regim, după care amplitudinea scade liniar de la $\beta_{02} = 5$ la valoarea iniţială $\beta_{01} = 1$.

În calcule s-au ales valorile $\varepsilon_1 = 0{,}5$; $\varepsilon_2 = 1{,}00$; $\varepsilon_3 = 10$. De asemenea, s-au considerat diferite condiţii pentru frecări. Astfel s-au ales $\psi_1 = 0{,}1$; $\psi_2 = 0{,}3$ şi respectiv $\mu_1 = 0$; $\mu_2 = 0{,}1$; $\mu_3 = 0{,}3$. Privind raportul pulsaţiilor s-au considerat două regimuri : unul anterezonant ($\gamma = 0{,}6$) şi unul rezonant ($\gamma = 1$).

Cîteva rezultate privind variaţia amplitudinii răspunsului $|\xi|_m$ în funcţie de timp pe durata regimului tranzitoriu datorit variaţiei amplitudinii forţei perturbatoare sînt prezentate în figurile 2...5. Din examinarea acestora se desprind următoarele concluzii :

a) în perioada regimului tranzitoriu cauzat de modificarea amplitudinii forţei perturbatoare au loc variaţii ale amplitudinii mişcării care se amortizează, tinzînd în final spre o valoare constantă corespunzătoare mişcării de regim ;

b) valorile maxime ale amplitudinii mişcării în regimul tranzitoriu cresc odată cu viteza de variaţie a amplitudinii forţei perturbatoare, adică a micşorări intervalului de timp de creştere a acesteia ;

c) atît amortizarea viscoasă (ψ), cît şi frecarea uscată (μ) acţionează în sensul aplatisării vîrfurilor amplitudinii în regimul tranzitoriu ;

d) în cazul în care sistemul funcţionează la rezonanţă ($\gamma = 1$) amplitudinea mişcării variază continuu între cele două regimuri de mişcare impuse, fără a prezenta maxime în regimul tranzitoriu superioare amplitudinii de regim (fig. 5) ;

e) un fenomen interesant privind revenirea sistemului de la regimul caracterizat de $\beta = 5$ la cel caracterizat de $\beta = 1$ este prezentat în figu-

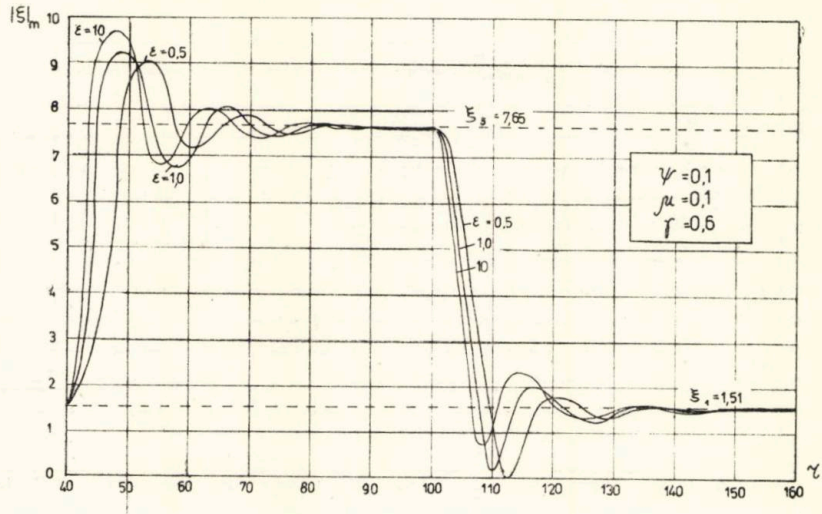


Fig. 2

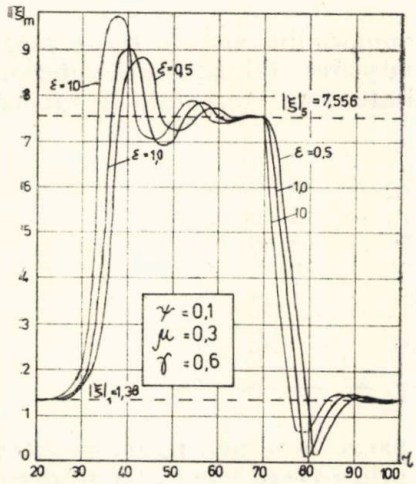


Fig. 3

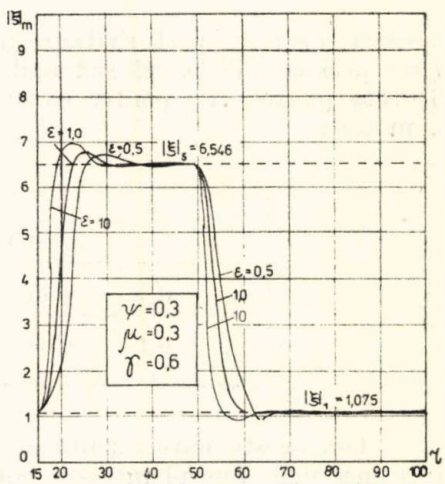


Fig. 4

Influența parametrilor ψ, μ și ε asupra amplitudinii răspunsului sistemului vibrator în regim tranzitoriu cu $\gamma = 0{,}6$

rile 3 și 4. În acest caz se produce o singură pauză pentru $\mu = 0{,}3$, independent de ψ. Explicația se poate da calculînd lucrul mecanic al forței de frecare uscată

$$\Delta L_f = \mu \cdot \Delta\xi \cdot \operatorname{sign} \dot{\xi}, \tag{6}$$

de unde rezultă că acesta este independent de viteză și depinde numai de deplasări. În acest caz sistemul parcurge un drum de β ori mai mare față de cel inițial, iar pe acest interval consumul de energie este superior celui

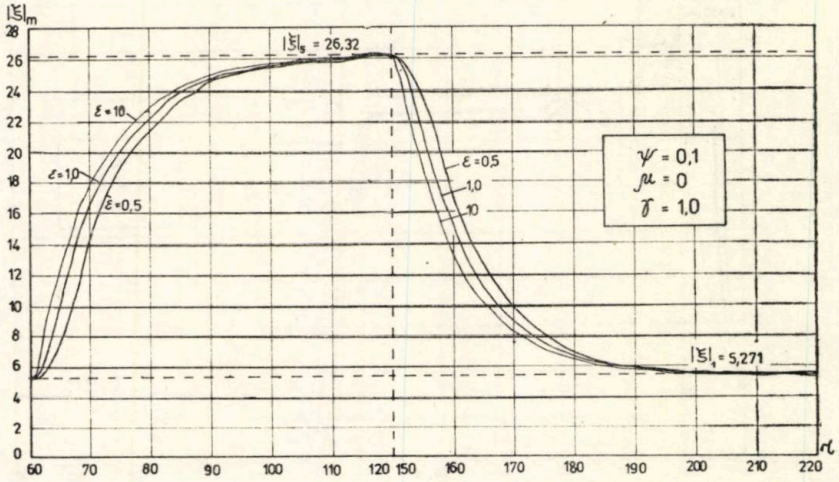


Fig. 5. Influenţa parametrilor ψ, μ şi ε asupra amplitudinii răspunsului sistemului vibrator în regim tranzitoriu rezonant

furnizat de forţa perturbatoare (a cărei amplitudine scade). După depăşirea perioadei de pauză sistemul îşi reia mişcarea stabilă, avută anterior. Durata pauzei $\Delta\tau$, pentru cazurile analizate, este prezentată în tabelul următor :

ψ	μ	$\Delta\tau$		
		$\varepsilon = 0,5$	$\varepsilon = 1,0$	$\varepsilon = 10$
0,1	0,3	0,93	0,24	2,12
0,3	0,3	0,58	0,05	0,65

Din aceste date rezultă că durata pauzei este mai mare, cu cît ψ este mai mic. Lucrul mecanic consumat prin frecare uscată (la scăderea lui β) este mai mare cu cît ψ este mai mic. Această concluzie se desprinde analizînd figurile 3 şi 4, unde se observă o creştere a variaţiei amplitudinii $|\Delta\xi|_m$ de la 5,47 la 6,18 cînd ψ scade de la 0,3 la 0,1. În acest fel rezultă un regim de funcţionare caracterizat de reducerea vitezei, deci scăderea energiei cinetice a sistemului sub valoarea necesară acoperirii pierderilor prin frecare. Mişcarea se reia cînd forţa perturbatoare reuşeşte să învingă rezistenţele. De asemenea, se observă existenţa unei valori a parametrului ε pentru care durata pauzei devine minimă, ceea ce conduce la ideea determinării unei valori optime a lui ε pentru reducerea duratei pauzei.

Din cele prezentate se pot trage concluzii asupra modului de variaţie a amplitudinii β a forţei perturbatoare pentru ca regimul tranzitoriu să fie de durată cît mai scurtă, iar amplitudinea mişcării să oscileze puţin faţă de amplitudinea de regim a sistemului vibrator.

BIBLIOGRAFIE

1. *M. Rădoi, E. Deciu, D. Voiculescu* — Elemente de vibrații mecanice, Ed. tehnică, București 1973
2. *E. Deciu*, ș.a., — Metode aproximative numerice pentru studiul vibrațiilor neliniare cu un grad de libertate, SCMA, t. 34, nr. 1, 1975, Ed. Academiei RSR
3. *N. Enescu* — Contribuții la studiul fenomenelor dinamice tranzitorii ținînd seama de frecări teză de doctorat, IPB, 1979.

Le régime transitoire d'un système à un degré de liberté dû à la variation de l'amplitude de la force perturbatrice

Dans l'article on étudie l'évolution d'un système vibratoire à un degré de liberté pendant le régime transitoire et l'influence des principaux paramètres du mouvement.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.:629.13:533

EXPANSIUNEA CONICĂ A UNUI CURENT SUPERSONIC, CA URMARE A SUCCIUNII PRIN PERETELE UNUI CON CIRCULAR POROS

E. CARAFOLI, C. BERBENTE *

În lucrare se pune în evidență un tip nou de mișcare supersonică : expansiunea conică datorită succiunii prin peretele unui con poros. Succiunea trebuie efectuată înaintea regiunii în care viteza transversală devine critică ($m^2 = 1$). Se discută parametrii care caracterizează curgerea și se fac aplicații pentru mai multe numere Mach.

1. Introducere

Se consideră un con circular poros așezat într-un curent supersonic, având la mari distanțe în amonte viteza U_∞ și numărul Mach M_∞ constante. Vom presupune că semiunghiul θ_p al conului este mai mic decît semiunghiul conului Mach, adică :

$$\theta_p < \mu = \arcsin \frac{1}{M_\infty} \tag{1}$$

Prin peretele conului se realizează o succiune constantă în lungul generatoarei, astfel încît componenta normală la perete W_p este mai mare decît componenta după aceeași direcție, corespunzătoare curentului neperturbat, adică :

$$W_p > U_\infty \sin \theta_p \tag{2}$$

În condițiile specificate, mișcarea este conică fiind descrisă de ecuația Taylor-Maccoll ;

$$\left(1 - \frac{V'^2}{a^2}\right) V'' + V' \operatorname{ctg} \theta + \left(2 - \frac{V^{2\prime}}{a^2}\right) V = 0.$$

Manuscris primit la data de 11 iunie 1981
* Acad. ; Conf. dr. ing., Catedra Aeronave

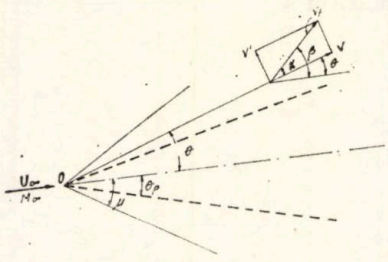


Fig. 1

unde $V(\theta)$ reprezintă componenta vitezei după raza vectoare (fig, 1), componenta normală fiind tocmai derivata $V'(\theta)$. S-a notat cu a viteza locală a sunetului, dată de ecuația energiei :

$$a^2 = a_\infty^2 + \frac{\gamma - 1}{2}(U_\infty^2 - V^2 - V'^2), \tag{4}$$

γ fiind raportul căldurilor specifice.

2. Metoda de calcul

Notînd cu M numărul Mach total și cu m numărul Mach al componentei transversale V' rezultă :

$$\frac{dM^2}{d\theta} = \frac{M^2[2 + (\gamma - 1)M^2] \sin \alpha \sin \beta}{(m^2 - 1) \sin \theta}; \quad \left(m^2 = \frac{V'^2}{a^2}\right) \tag{5}$$

unghiurile α și β fiind date de relațiile :

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{V}{V'}; \quad \beta = \alpha + \theta \tag{6}$$

Deoarece în cazul considerat avem $V' > 0$, $\sin \alpha < 0$, $\sin \beta < 0$, din relația (5) rezultă că expansiunea se poate produce dacă $m^2 < 1$. Prin urmare, expansiunea poate începe la $\theta = \mu$;

$$\theta = \mu, \; V = U_\infty \cos \mu; \quad V' = -U_\infty \sin \mu, \; m^2 = 1 \tag{7}$$

Ecuația (3) poate fi rezolvată numeric, înlocuind-o cu un sistem de două ecuații diferențiale de ordinul 1 și utilizînd o metodă Runge-Kutta. Singura dificultate apare la $\theta = \mu$, unde derivata V'' este nedeterminată. Modul de ridicare a acestei nedeterminări este esențial. Pentru a obține expansiunea curentului este necesar ca viteza totală să crească începînd cu $\theta = \mu$, ceea ce conduce la condiția :

$$\theta = \mu, \; V'' > -V = -U_\infty \cos \mu \tag{8}$$

În acest fel, startul poate fi luat. Intensitatea succiunii poate fi dată chiar prin parametrul :

$$\nu = \frac{V''_\mu}{U_\infty} + \cos \mu > 0 \tag{9}$$

Un alt parametru care să caracterizeze succiunea ar putea fi legat de excesul componentei transversale la $\theta = \theta$ (v. condiția 2):

$$\tau = \frac{w_p}{U_\infty} - \sin \theta_p > 0 \tag{10}$$

3. Exemple de calcul. Discuții

În figurile 2, 3 și 4 sînt prezentate variațiile numărului Mach transversal (m^2) pentru mai multe regimuri de curgere ($M_\infty = 1{,}156$; 2; 4). Se observă că expansiunea este limitată. După ce se atinge un minim,

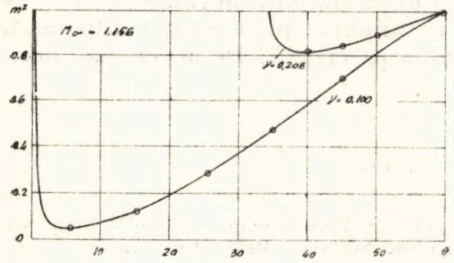


Fig. 2

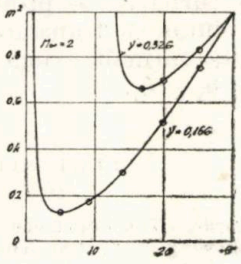


Fig. 3

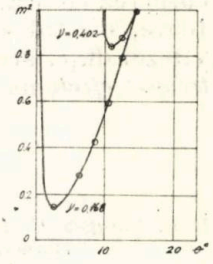


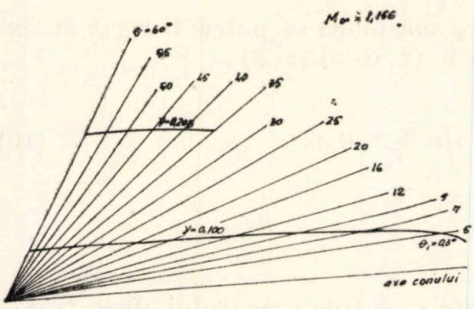
Fig. 4

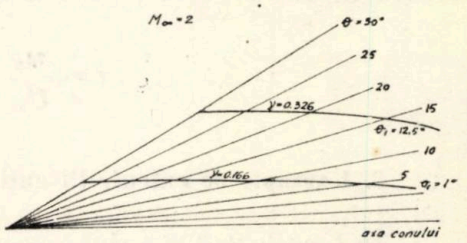
numărul Mach transversal (m^2) crește rapid la valoarea 1. Valoarea unghiului $\theta_1 (\theta_1 \neq \mu)$ la care se revine la $m^2 = 1$ este foarte apropiată de axă în cazul succiunii slabe. Dacă succiunea este puternică, expansiunea conică se desfășoară pe intervale din ce în ce mai reduse.

Parametrul τ, este dependent de θ_p. Spre exemplu, la $\theta_p = \mu$ $\tau = 0$ la toate regimurile. La $M_\infty = 1{,}156$ și $\theta_p = 40°$ avem $\tau = 0{,}016$, la $\nu = 0{,}100$ și $\tau = 0{,}119$ la $\nu = 0{,}208$. La $\theta_p = 20°$ avem $\tau = 0{,}018$ la $M_\infty = 2$; ($\nu = 1{,}166$) și $\tau = 0{,}032$ la $M_\infty = 1{,}156$ ($\nu = 0{,}100$). Ca urmare parametrul ν, deși are o semnificație fizică mai puțin directă, este preferabil parametrului τ nefiind condiționat de anticiparea intervalului pe care se desfășoară expansiunea (întrucît trebuie satisfăcută condiția $\theta > \theta_1$). În plus, pentru ν ales, problema se rezolvă mai rapid deoarece avem toate condițiile inițiale necesare. O valoare necorespunzătoare pentru ν se detectează imediat deoarece numărul m^2 tinde să devină supraunitar.

În fig. 5, 6 sînt prezentate liniile de curent în expansiunile efectuate la $M_\infty = 1{,}156$ ($\nu = 0{,}100$; 0,208) și $M_\infty = 2$ ($\nu = 0{,}166$); 0,326). Expansiunile conice se termină la $\theta = \theta_1$; valorile unghiului θ_1 sînt indicate pe figură. După aceste unghiuri, evoluția curentului continuă, dar nu mai reprezintă o expansiune conică.

Se observă că liniile de curent converg spre axă, spre deosebire de cazul altor expansiuni, spre exemplu expansiunea unui curent într-un ajutaj Laval. Micșorarea secțiunii după normala la axa curentului este posibilă ca urmare a creșterii vitezei de la o secțiune la alta și datorită creșterii





vitezei, pe o secțiune fixată, atunci cînd ne apropiem de axă. Deoarece în curgerea conică perturbațiile se propagă după direcția normalei la generatoare, efectul succiunii se transmite în amonte pînă cînd componenta vitezei după această normală atinge valoarea critică. De aceea, *succiunea trebuie efectuată la* $\theta_p > \theta_1$.

BIBLIOGRAFIE

1. *E. Carafoli, C. Berbente*, „The Supersonic-Hypersonic Flow around a Circular Cone with Normal Blowing or Suction Through the Surface" Mech. Res. Comm. Vol. 1, 239–244, 1974

The Supersonic Flow Conical Expansion Due to the Suction through the Wall of a Porous Cone

In the paper a new type of supersonic flow is pointed out : the conical expansion due to the suction through the wall of a porous cone. This wall must be situated before the region where the transverse velocity is critical ($m^2 = 1$). The main parameters of the flow are discussed ; calculations for several values of the Mach number are carried-out.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.: 62—235

LANȚURILE CINEMATICE ȘI „FERMELE BARANOV" O LEGĂTURĂ DIALECTICĂ PRIVITĂ PRIN OPERAȚIILE DE GRAFIZARE (G) ȘI GRAFIZARE INVERSĂ (Gi)

NICOLAE I. MANOLESCU *

Se prezintă rezultatul cercetărilor făcute de autor privind alcătuirea schemei de încadrare a tuturor grinzilor Baranov ($0 \leqslant L_3 \leqslant 3$) și lanțurilor cinematice *LCpams* cu $L_3 \geqslant 4$ și a legăturilor dintre acestea prin ajutorul celor patru operații (*Da* = amplificare cu diade); (*Sa* = simplificarea articulațiilor); (*G* = grafizare) și (*Gi* = grafizare inversă).

1. Introducere

În studiul mecanismelor și mașinilor — și al sistemelor tehnice în general — problema structurii acestora constituie prima etapă de analiză și sinteză a modului cum trebuie să funcționeze și dacă îndeplinește condițiile impuse de procesul tehnologic pentru care acesta este creat sau urmează a fi creat.

În etapa actuală a dezvoltării științei teoriei mecanismelor și a mașinilor (din care roboții și manipulatorii fac parte integrantă), criteriile de desmodromie, grad de libertate, grad de mobilitate, de grupă cinematică (al cărei *creator incontestabil este ASSUR*) sub diferitele ei denumiri [1], [2] și interpretări converg în mod categoric către lanțul cinematic plan articulat (LCpa) din care provin toate mecanismele plane articulate și mecanismele motor plane articulate (F. V. Reuleaux) și prin generalizare și la lanțurile și mecanismele spațiale.

Orice sistem tehnic în structura căruia se află mecanisme, acestea trebuie, într-o primă analiză, să fie supuse unei cercetări privind structura lor și de aici — în cazul cînd corespund condițiilor impuse — în continuare analizei cinematice, cinetostatice și dinamice.

Numai după parcurgerea acestei prime etape, valabile atît pentru sinteză cît și pentru analiză, urmează studierea problemelor privind precizia [3] conducerea, controlul, reglarea și în final standardizarea [4] cu toate subproblemele corespunzătoare.

Manuscris primit la data de 10 iunie 1981
* Prof. dr. doc., Catedra de Mecanisme

În cele ce urmează autorul ține să prezinte rezultatele obținute pentru alcătuirea cu ajutorul unei metode unitare (este părerea autorului) toate variantele neizomorfe ale lanțurilor cinematice plane articulate (cu $L_3 \geqslant 4$) și a fermelor Baranov (cu $L_3 \leqslant 3$).

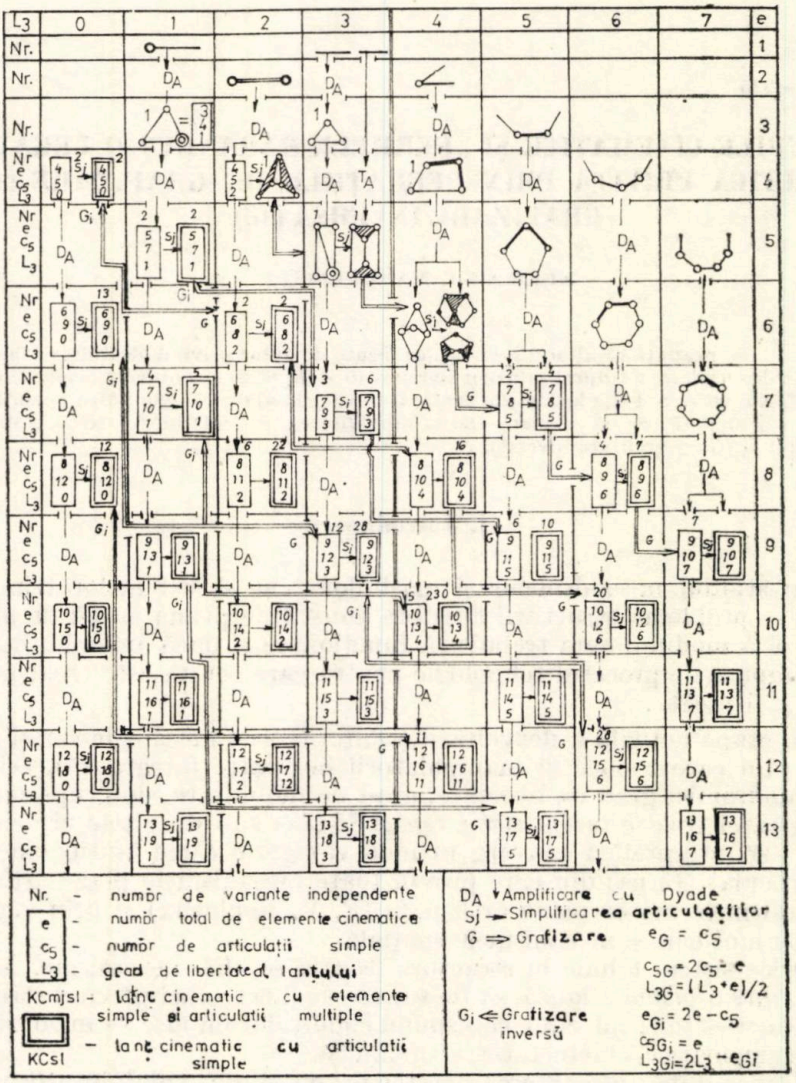


Fig. 1 — Schema formării fermelor Baranov și a lanțurilor cinematice

Metoda unitară comportă patru operațiuni:

— **Amplificarea cu diade (*Da*);**
— **Simplificarea articulațiilor (*Sa*);**
— **Grafizarea (*G*);**
— **Grafizarea inversă (*Gi*)** [4], [5], [6], [7], [8].

Aceste patru operaţii (cunoscute de altfel din lucrările menţionate mai sus) ne-a permis alcătuirea unei : *Scheme de formare a fermelor Baranov şi a lanţurilor cinematice* (fig. 1).

În cadrul acestei scheme se află totalitatea schemelor structurale ale lanţurilor cinematice plane articulate cu diferite grade de libertate (col. 4, 5, 6, 7, etc.), precum şi ale grinzilor Baranov (col. 0, 1, 2, 3), din care prin operaţiile de grafizare (*G*) se obţin lanţurile cinematice plane cu articulaţii multiple şi elemente simple (*LCpams*) şi invers (prin *Gi*) grinzile Baranov (autorul a extins denumirea de grindă Baranov dată numai pentru cazul $L_3 = 3$ şi la celelalte grinzi cu $0 \leqslant L_3 \leqslant 3$).

2. Explicarea construcţiei schemei şi a alcătuirii LCpams şi GB (grinzilor Baranov)

2.1. În coloane şi linii (careuri) sînt plasate fermele ($L_3 \leqslant 3$) şi *LCpams* ($L_3 \geqslant 4$), corespunzător relaţiei universal cunoscute :

$$L_3 = 3e - 2c_5 \qquad (1)$$

unde : e = numărul total al elementelor fermei sau al lanţului cinematic ;

c_5 = numărul cuplelor cinematice de clasa a V-a (după Malîşef) ;

L_3 = $M_3 + 3$ gradul de libertate al fermei sau lanţului cinematic (M_3 este — după cum se ştie — gradul de mobilitate al mecanismului care rezultă din lanţul corespunzător, prin fixarea unuia din elemente).

2.2. Fermele (*B*) şi lanţurile cinematice (*LCpams*) din aceeaşi coloană sînt legate între ele prin operaţia de amplificare prin diade (*Da*).

De exemplu : Din *LCpa* — careul (4.4) — cu $L_3 = 4$ şi $e = 4$ amplificat cu o diadă va rezulta *LCpams* din care prin operaţia de simplificare a articulaţiilor (*Sa*) rezultă binecunoscutele *LCpa* : Watt şi Stephenson.

2.3. Dar *LCpams* din careul (4.6) rezultă de asemenea şi din ferma Baranov ($L_3 = 3$; $e = 5$) aflată în careul (3,5) prin operaţia (*G*) sau invers prin operaţia (*Gi*).

Formulele operaţiilor (*G*) şi (*Gi*) sînt date în fig. 1 şi 2.

2.4. Un exemplu mai clar privind această legătură dialectică între ferme şi *LCpams* cu ajutorul celor patru operaţii este prezentat în fig. 2 pentru :

„ferme“ între „ferme“ careul (0,6) (3,9) ;

„ferme“ între „*LCpams*“ careul (0,8) (4,12).

Dintr-un *LCpams* (4,12) se obţine — prin operaţia de simplificare a articulaţiilor *LCpa* — din [1 pag. 9] şi prin precizarea elementului fix (0) şi indicarea elementului conducător (1), mecanismul motorului cu ardere internă (*Mmpa*), mecanism motor complex care (constructiv) este format atît din bare cît şi din came şi roţi dinţate (folosind metodele de echivalare ale cuplelor superioare).

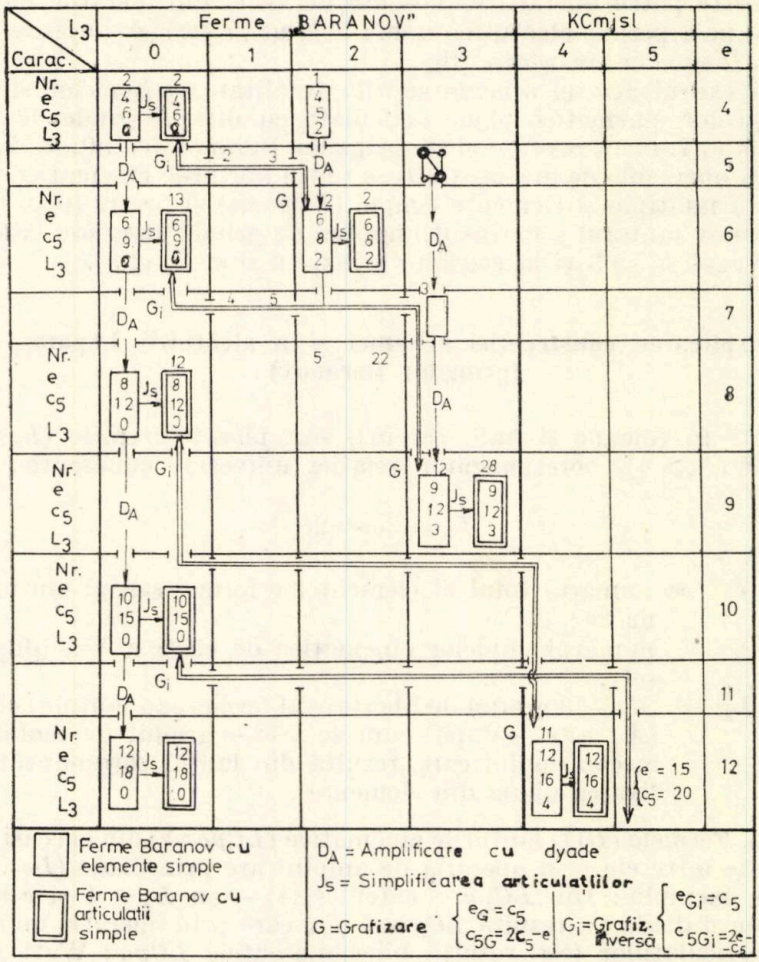


Fig. 2 — Poziţiile fermelor Baranov cu $L_3 = 0$ în cadrul tabloului general al KCmjsl

3. Concluzii

3.1. Schema propusă (fig. 1) şi prezentată în [5], [6] şi [7] sub forme restrînse dă posibilitatea (folosind criteriile de izomorfism şi cele patru operaţii) de a obţine toate variantele neizomorfe ale *LCpams*, *LCpa*, *B* (grinzile Baranov) şi G^k (grinzile Baranov cu articulaţii multiple şi elemente simple) plasate în careurile (L_3, e) ale schemei.

3.2. Pentru alcătuirea fermelor Baranov cu articulaţii simple, totalitatea variantelor neizomorfe se obţine cu ajutorul celor patru operaţi. Un astfel de exemplu a fost menţionat în [6] pentru cele 20 *LCpams* din careul ($L_3 = 6$, $e = 10$).

Acelaşi lucru se poate prezenta şi pentru fermele Baranov.

Exemplul este dat în [8] pentru cele trei ferme din careul ($L_3 = 3$, $e = 7$) formate cu ajutorul operaţiei (*Da*) şi a operaţiei de (*G*) din careul ($L_3 = 1$, $e = 5$).

3.3. Sperăm să continuăm această operaţie de alcătuire şi *adîncire* a acestei scheme pentru $L_3 = 0 \ldots 8$ şi de a da exemple caracteristice din toate fermele Baranov (B şi B^k) cît şi pentru *LCpams* şi *LCpa* corespunzătoare.

3.4. Alcătuirea totalităţii *LCpams* şi *LCpa* din fiecare careu este o operaţie meticuloasă şi laborioasă.

Sperăm *să fim ajutaţi în definitivarea acestei scheme* prin construirea variantelor neizomorfe caracteristice pentru fiecare careu.

3.5. În sfîrşit ţinem să menţionăm că am propus [7] de a denumi fermă Baranov orice grindă plană compusă din elemente şi articulaţii simple cu $L_3 \leqslant 3$ şi ireductibile din punct de vedere structural, grinzi din care prin operaţiile propuse pot rezulta *LCpams*, *LCpa*, *Mpa Mmpa*.

BIBLIOGRAFIE

1. *Manolescu, N. I., Kovaes, Fr., Orănescu, A.*, Teoria mecanismelor şi a maşinilor, EDP, 1972, Bucureşti.
2. *Pelecudi, Chr.* ş.a., Proiectarea mecanismelor, Centrul de multiplicare IPB, 1981.
3. *Pelecudi, Chr.*, Precizia mecanismelor, Ed. Acad. RSR, 1975.
4. *Manolescu, N. I.*, A Method based on Baranov Trusses and using Graph Theory to find the Set of Planar Jointed Kinematic Chains and Mechanisms, Mechanism and Machine Theory, vol. *8*, 1973, pp. 3–22;
5. *Manolescu, N. I.*, The Unitary Method of Structural Synthesis of all the Planar Jointed Kinematic Chains (KCmjsl), Proceedings of the V World Congress on TMM, Montreal, Canada, 1979, vol. I pp. 514–518;
6. *Manolescu, N. I.*, A Unified Method for the formation of all Planar Jointed Kinematic Chains and Baranov Trusses. Environement and Planning B. 1979; vol. 6, pp. 447–454, Pion Publication printed in Great Britain (International Journal for the Science of Architecture and Design on Kinematic Configuration – England).
7. *Manolescu, N. I.*, Grinzile Baranov cu $L_3 = 2$ şi metodele de alcătuire a lor, Al III-lea Simpozion de mecanisme şi transmisii mecanice, Timişoara, 1980, vol. I, pp. 1–14;
8. *Manolescu, N. I., Martineac, A.*, La formation des fermes Baranov avec $L_3 = 0$ et 1 à l'aide de la méthode unitaire élaborée pour les chaînes cinématiques planes articulées, SYROM'81 – IFToMM, vol. I, 1, Paper 15, pp. 137–158.

Les chaînes cinématiques et les fermes Baranov une liaison dialectique à l'aide des opérations „G” (graphisation) et „Gi” (graphisation inverse)

On présente le résultat des recherches effectuées par l'autheur pour obtenir le schéma complète de la formation des fermes Baranov ($0 \leqslant L_3 \leqslant 3$) et des chaînes cinématiques ($L_3 \geqslant 4$) et la liaison dialectique à l'aide des quatres opérations : (*Da* = amplification avec dyades); ($Js \equiv Sa$ = simplification des jointures); *G* et *Gi*.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.: 62—185

DINAMICA MECANISMELOR—ROBOT BIMOBILE

CHR. PELECUDI, I. SIMIONESCU, M. ENE *

În această lucrare se prezintă o metodă originală pentru calculul funcțiilor de transmitere a vitezelor și accelerațiilor, în legătură cu scrierea ecuațiilor de mișcare ale unui mecanism robot, spațial cu două grade de mobilitate. Scrierea matricială, compactă este propice programării pe calculatorul electronic și servește pentru sinteza softului.

1. Mișcarea reală a mecanismelor robot cu mai multe grade de mobilitate prezintă importanță pentru sinteza softului. Metode numerice matriceale [1, 2, 3, 4, 5] aplicate în acord cu teoria multipolilor [3] conduc la scrierea compactă a ecuațiilor de mișcare.

În acest articol se dă, pornind de la [4], un algoritm pentru scrierea ecuațiilor de mișcare ale unui mecanism cu două grade de mobilitate. Extensiunea pentru mai multe grade de mobilitate este imediată.

2. Fie următoarele triedre:

— un triedru triortogonal fix T_0 afectat zeropolului;

— un triedru triortogonal T_* cu originea în centrul de greutate al fiecărui element și cu axele paralele cu axele triedrului T_0;

— un triedru triortogonal T_k cu originea în centrul de greutate al elementului cinematic, poziționat prin unghiurile lui Euler față de T_*.

Față de triedrul T_0 se definesc următoarele mărimi:

a) funcțiile de transmitere ale pozițiilor:

$$P_k(q_1, q_2) = \begin{vmatrix} x_k(q_1, q_2) \\ y_k(q_1, q_2) \\ z_k(q_1, q_2) \\ \varphi_{xk}(q_1, q_2) \\ \varphi_{yk}(q_1, q_2) \\ \varphi_{zk}(q_1, q_2) \end{vmatrix}$$

unde q_1, q_2 sînt parametrii lagranjeeni afectați motoelementelor;

Manuscris primit la data de 1 octombrie 1981
* Prof. dr. doc. ing.; Șef lucrări dr. ing.; Șef lucrări ing. Catedra Mecanisme

b) funcţiile de transmitere a vitezelor :

$$V_k(q_1, q_2) = |V_k^1 \; V_k^2| = \left| \frac{\partial P_k}{\partial q_1} \; \frac{\partial P_k}{\partial q_2} \right|$$

unde

$$\frac{\partial P_k}{\partial q_i} = \left| \begin{array}{c} \partial x_k / \partial q_i \\ \partial y_k / \partial q_i \\ \partial z_k / \partial q_i \\ \partial \varphi_{x_k} / \partial q_i \\ \partial \varphi_{y_k} / \partial q_i \\ \partial \varphi_{z_k} / \partial q_i \end{array} \right| \quad (i = 1, \; 2)$$

c) funcţiile de transmitere a acceleraţiilor :

$$A_k(q_1, \; q_2) = \left| \begin{array}{c} A_k^1 \\ A_k^2 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{cc} A_k^{11} & A_k^{12} \\ A_k^{21} & A_k^{22} \end{array} \right|$$

cu notaţia :

$$A_k^{ij} = \frac{\partial V_k^2}{\partial q_j} = \left| \begin{array}{c} \partial^2 x_k / \partial q_i \partial q_j \\ \partial^2 y_k / \partial q_i \partial q_j \\ \partial^2 z_k / \partial q_i \partial q_j \\ \partial^2 \varphi_{x_k} / \partial q_i \partial q_j \\ \partial^2 \varphi_{y_k} / \partial q_i \partial q_j \\ \partial^2 \varphi_{z_k} / \partial q_i \partial q_j \end{array} \right| (i, \; j = 1, \; 2)$$

Se pot stabili următoarele relaţii între vectorul vitezelor, respectiv al acceleraţiilor, punctului de coordonate $(x_k, y_k, z_k, \varphi_{x_k}, \varphi_{y_k}, \varphi_{z_k})$ şi funcţiile de transmitere corespunzătoare :

— pentru viteze :

$$v_k = \left| \begin{array}{c} x_k \\ y_k \\ z_k \\ \varphi_{x_k} \\ \varphi_{y_k} \\ \varphi_{z_k} \end{array} \right| = V_k \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = |V_k^1 \cdot V_k^2| \left| \begin{array}{c} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{array} \right|$$

— pentru acceleraţii :

$$a_k = \dot{q}^T \left| \begin{array}{cc} A_k^{11} & A_k^{12} \\ A_k^{21} & A_k^{22} \end{array} \right| \cdot \dot{q} + V_k \cdot \ddot{q} = \dot{q}^T A_k \dot{q} + V_k \ddot{q}$$

unde am notat:

— $\dot{q} = |\dot{q}_1 \ \dot{q}_2|^T$ — matricea vitezelor motoelementelor

— $\ddot{q} = |\ddot{q}_1 \ \ddot{q}_2|^T$ — matricea acceleraţiilor motoelementelor

— T — pentru a arăta că este vorba de matricea transpusă.

În condiţiile teoremei Schwarz referitoare la derivatele parţiale mixte de ordinul 2, (A_k^{ij}) se poate vedea din ecuaţia de mai sus că determinarea funcţiilor de transmitere se face prin cunoaşterea vectorului acceleraţiilor pentru valori particulare ale vitezelor şi acceleraţiilor motoelementelor. Scriind numărul binar $\ddot{q}_2\ddot{q}_1\dot{q}_2\dot{q}_1$, determinînd acceleraţiile punctului „k" pentru valorile 0001, 0010, 0011, 0100, 1000 prin identificare rezultă conform ecuaţiilor anterioare funcţiile V_k^i şi A_k^{ij}.

d) matricea de inerţie a elementului k

$$M_k^0 = \begin{vmatrix} m_k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{kxx} & -J_{kxy} & -J_{kxz} \\ 0 & 0 & 0 & -J_{kyx} & J_{kyy} & -J_{kyz} \\ 0 & 0 & 0 & -J_{kzx} & -J_{kzy} & J_{kzz} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} M_k & 0 \\ 0 & J_k^0 \end{vmatrix}$$

După cum se ştie [6, 7, 8, 9] tensorul de inerţie J_k este simetric, iar componentele faţă de triedrul T_0 sînt legate de componentele în triedrul T_k prin relaţia:

$$J_k^0 = \alpha J_k \alpha^T \text{ unde}$$

$$\alpha = \Phi \Theta \Psi \text{ iar}$$

$$\Phi = \begin{vmatrix} \bar{\bar{\varphi}} & \bar{\varphi} & 0 \\ -\bar{\varphi} & \bar{\bar{\varphi}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad \Theta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\bar{\theta}} & \bar{\theta} \\ 0 & -\bar{\theta} & \bar{\bar{\theta}} \end{vmatrix}; \quad \Psi = \begin{vmatrix} \bar{\bar{\psi}} & \bar{\psi} & 0 \\ -\bar{\psi} & \bar{\psi} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

unde φ, θ, ψ sînt unghiurile lui Euler.

Rezultă deci:

$$M_k^0 = \begin{vmatrix} M_k & 0 \\ 0 & \Phi\Theta\Psi \ I_k \ \Psi^T \Theta^T \Phi^T \end{vmatrix}$$

e) Energia cinetică a mecanismului este:

$$E = \Sigma E_k = \Sigma \frac{1}{2} v_k^T M_k^0 v_k = \frac{1}{2} \dot{q}^T (\Sigma V_k^T M_k^0 V_k) \dot{q}$$

iar cu substituţia

$$V^T = |V_1 V_2 \dots V_m|$$

$$M = \begin{vmatrix} M_1^0 & & & \\ & M_2^0 & & \\ & & \ddots & \\ & & & M_m^0 \end{vmatrix}$$

unde : m — numărul de elemente mobile, rezultă

$$E = \frac{1}{2}\, \dot{q}^T V^T M\, V\, \dot{q}$$

Prin derivări, ţinînd cont că matricea de inerţie este simetrică rezultă :

$$\frac{\partial E}{\partial \dot{q}} = \frac{1}{2} V^T\, M\dot{q} + \frac{1}{2}\, \dot{q}^T V^T M = V^T M V \dot{q}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}}\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\,(V^T M\, V\, \dot{q}) = V^T M \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}\, \dot{q} +$$

$$+ \frac{\mathrm{d}V^T}{\mathrm{d}t}\, M\, V\, \dot{q} + V^T \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}\, V\, \dot{q} + V^T M V \ddot{q}$$

şi ţinînd cont că :

$$\frac{\partial V}{\mathrm{d}t} = A^T \cdot \dot{q} = \dot{q}^T \cdot A$$

$$\frac{\mathrm{d}V^T}{\mathrm{d}t} = A^T \cdot \dot{q} = \dot{q}^T \cdot A$$

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha \end{vmatrix} \begin{vmatrix} M & 0 \\ 0 & J \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha^T \end{vmatrix}\right) =$$

$$= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{vmatrix} M & 0 \\ 0 & \alpha J \alpha^T \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} J \alpha^T \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \alpha J \dfrac{\mathrm{d}\alpha^T}{\mathrm{d}t} \end{vmatrix}$$

f) vectorul forţelor aplicate notat F este dat de relaţia

$$F^T = |F_1 F_2 \dots F_m|$$

g) ecuaţiile Lagrange capătă forma :

$$\ddot{q} = (V^T M V)^{-1} \left[V^T F + \dot{q}^T V^T M A \dot{q} - \right.$$

$$\left. - \left(V^T M \dot{q}^T A \dot{q} + \dot{q}^T A M V \dot{q} + V^T \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t} V \dot{q} \right) \right]$$

3. Scrierea ecuaţiilor de mişcare pentru un mecanism spaţial multimobil este una din operaţiile dificile şi laborioase. În lucrare se dă un algoritm matriceal pentru scrierea acestor ecuaţii, pornind de la cercetările altor autori ([2, 4, 5]). Cît priveşte integrarea sistemului, aceasta se poate face prin metode numerice (de exemplu prin metoda Runge Kutta [4]).

BIBLIOGRAFIE

1. *Pelecudi, Chr.*, Teoria mecanismelor spaţiale, Ed. Acad. RSR, Bucureşti, 1972 ;
2. *Pelecudi, Chr., Dranga M.*, Dinamica maşinilor, IPB, 1980 ;
3. *Pelecudi, Chr. şi colectiv*, Proiectarea mecanismelor, IPB, 1981 ;
4. *Dranga, M.*, Contribuţii la analiza dinamică a mecanismelor cu unul şi cu mai multe grade de mobilitate, Teză de doctorat, Bucureşti, 1975 ;
5. *Simionescu, I.*, Contribuţii la sinteza mecanismelor cu elemente deformabile cu ajutorul operatorilor matriceali, Teză de doctorat, Iaşi, 1975 ;
6. *Mangeron, D., Irimiciuc, N.*, Mecanica rigidelor cu aplicaţii în inginerie, vol. I, Ed. Tehnică Bucureşti, 1978 ;
7. *Vâlcovici, V., şi colectiv*, Mecanică teoretică, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1963 ;
8. *Plăcinţeanu, I.*, Mecanică vectorială şi analitică, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1958 ;
9. *Lur'e, L.*, Mécanique analitique, Masson & Cie, Paris, 1968.

Dynamics of Robot Mechanisms with Two Degrees of Freedom

This paper present an original method for calculus of velocities and accelerations transmission functions, in relation with writing of the motion equations of spatial mechanisms robots with two degree of freedom. The use of the matrix equation is valid for digital computer and it is good for software synthesis.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.: 531.4
62—567

ESTIMAREA PARAMETRILOR MODALI AI STRUCTURILOR CU AMORTIZARE NEPROPORȚIONALĂ

MIRCEA RADEȘ *

Se prezintă o metodă de identificare structurală pe baza determinării experimentale a răspunsului în frecvență. Se calculează frecvențele proprii „neamortizate”, vectorii modali corespunzători și toți parametrii modali, utilizînd un set complet de diagrame polare ale receptanțelor, trasate folosind excitație armonică aplicată succesiv în mai multe puncte.

1. Introducere

Identificarea structurală a sistemelor cu amortizare neproporțională întîmpină greutăți atunci cînd densitatea modală este relativ mare. Precizia metodelor utilizate în prezent este limitată: la metodele bazate pe excitația într-un punct — de calitatea algoritmului de aproximare a curbelor de răspuns, la cele bazate pe excitația simultană în mai multe puncte — de calitatea reglajului excitației și izolării modurilor de vibrație. Metodele din a doua categorie sînt preferate în analiza modală experimentală, dar necesitatea utilizării și reglării mai multor vibratoare face dificilă implementarea acestora.

În cele ce urmează se prezintă o metodă de estimare a parametrilor modelului modal al unei structuri elastice, în care se înlocuiește izolarea experimentală a modurilor pure de vibrație prin rezolvarea analitică a problemei de valori proprii asociate matricii receptanțelor reale, construite utilizînd un singur vibrator aplicat succesiv în mai multe puncte.

2. Principiul metodei

O distribuție $\{f(t)\} = \{\hat{f}\}\, e^{i\omega t}$ de N forțe echifazice armonice $\hat{f}_j e^{i\omega t}$ $(j = 1, \ldots, N)$, aplicată unei structuri liniare cu N grade de libertate, produce în cele N puncte un răspuns $\{q(t)\} = \{\tilde{q}(\omega)\} e^{i\omega t}$, astfel încît se stabilește relația

$$\{\tilde{q}(\omega)\} = [\overline{\alpha}(\omega)]\{\hat{f}\} = [\alpha^R(\omega)] + i[\alpha^I(\omega)]\{\hat{f}\}, \qquad (1)$$

Manuscris primit la data de 10 iunie 1981
* Șef lucrări dr. ing., Catedra de Rezistența materialelor.

unde $[\overline{\alpha}(\omega)]$ este matricea pătrată a receptanțelor complexe ale structurii.

Aceasta se poate determina experimental, aplicînd N distribuții de forțe echifazice $\{\hat{f}\}_l$ $(l = 1, \ldots, N)$ liniar independente și măsurînd răspunsurile $\{\tilde{q}(\omega)\}_l$. Între mărimile ce definesc excitația și, respectiv, răspunsul se stabilește relația

$$[\tilde{q}(\omega)] = [\overline{\alpha}(\omega)]\,[\hat{f}] \tag{2}$$

unde $[\tilde{q}(\omega)] = [\{\tilde{q}(\omega)\}_1 \ldots \{\tilde{q}(\omega)\}_N]$ și $[\hat{f}] = [\{\hat{f}\}_1 \ldots \{\hat{f}\}_N]$ sînt matrice pătrate $N \times N$. O excitație particulară convenabilă se obține cu un singur vibrator, aplicat succesiv în cele N puncte, astfel încît matricea $[\hat{f}]$ să fie diagonală.

În general, $\{\hat{\mathscr{F}}^{(r)}\}$ este vectorul modului principal de solicitare de ordinul r, iar $\{\Psi^{(r)}\}$ este vectorul modal corespunzător, atunci [1]:

$$[\alpha^R(\omega_r)]\{\hat{\mathscr{F}}^{(r)}\} = \{0\}, \tag{3}$$

$$(r = 1, \ldots, N)$$

$$[\alpha^I(\omega_r)]\{\hat{\mathscr{F}}^{(r)}\} = -\gamma_r\{\Psi^{(r)}\}, \tag{4}$$

unde γ_r este un factor de normalizare, iar ω_r $(r = 1, \ldots, N)$ sînt pulsațiile proprii „neamortizate", soluții ale ecuației

$$\det [\alpha^R(\omega)] = 0. \tag{5}$$

Se caută o distribuție de forțe echifazice $\{\hat{\Phi}\}e^{i\omega t}$ astfel încît $\{\hat{\Phi}\}$ să fie un vector propriu al matricei $[\alpha^R(\omega)]$. Aceasta impune rezolvarea problemei de valori proprii

$$[\alpha^R(\omega)]\{\hat{\Phi}_\omega^{(r)}\} = \mu_r(\omega)\,\{\hat{\Phi}_\omega^{(r)}\}. \quad (r = 1, \ldots, N) \tag{6}$$

Conform ecuației (1), excitația $\{\hat{\Phi}_\omega^{(r)}\}$ produce un răspuns a cărui parte reală este $[\alpha^R(\omega)]\,\{\hat{\Phi}_\omega^{(r)}\}$, introducînd în sistem o energie reactivă

$$W^I(\omega) = \pi\{\hat{\Phi}_\omega^{(r)}\}^T[\alpha^R(\omega)]\{\hat{\Phi}_\omega^{(r)}\} = \pi\{\hat{\Phi}_\omega^{(r)}\}^T\{\hat{\Phi}_\omega^{(r)}\}\,\mu_r(\omega).$$

Întrucît $W^I(\omega_r) = 0$ [1], rezultă că, la $\omega = \omega_r$, valoarea proprie μ_r se anulează

$$\mu_r(\omega_r) = 0, \tag{7}$$

iar ecuația (6) se scrie $[\alpha^R(\omega_r)]\{\hat{\mathscr{F}}^{(r)}\} = \{0\}$, deoarece $\{\hat{\Phi}_\omega^{(r)}\}$ devine $\{\hat{\Phi}_{\omega r}^{(r)}\} \equiv \{\hat{\mathscr{F}}^{(r)}\}$, vectorul latent al matricei $[\alpha^R(\omega_r)]$.

Aceasta explică notația utilizată în ecuația (6): $\mu_r(\omega)$ este acea valoare proprie a matricei $[\alpha^R(\omega)]$ care se anulează la (și numai la) $\omega = \omega_r$, iar $\{\hat{\Phi}_\omega^{(r)}\}$ este acel vector propriu al matricei $[\alpha^R(\omega)]$ care devine modul propriu de solicitare $\{\hat{\mathscr{F}}^{(r)}\}$ la $\omega = \omega_r$.

Se notează

$$A(\omega) = \det[\alpha^R(\omega)] = \prod_{r=1}^{N} \mu_r(\omega). \tag{8}$$

Masele modale m_r și coeficienții de amortizare modali c_{sr} [1] se calculează cu relațiile

$$m_r = \frac{\{\hat{\mathscr{F}}^{(r)}\}^T \{\hat{\mathscr{F}}^{(r)}\}}{2\gamma_r^2\omega_r} \left| -\frac{\mathrm{d}\mu_r}{\mathrm{d}\omega}\right|_{\omega=\omega_r} = \frac{\{\hat{\mathscr{F}}^{(r)}\} \{\hat{\mathscr{F}}^{(r)}\}}{2\gamma_r^2 \omega_r \prod_{\substack{j=1 \\ j\neq r}}^{N} \mu_j(\omega_r)} \left| -\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}\omega}\right|_{\omega=\omega_r} \tag{9}$$

și

$$c_{sr} = \frac{\{\Psi^{(s)}\}^T \{\hat{\mathscr{F}}^{(r)}\}}{\gamma_r\omega_r}, \tag{10}$$

astfel că toți parametrii modali se pot determina utilizînd unul din graficele funcțiilor $A = A(\omega)$ sau $\mu_r = \mu_r(\omega)$ $(r = 1, \ldots, N)$ și rezolvînd problema de valori proprii (6) pe tot domeniul frecvențelor de interes.

3. Simulare numerică

Într-o primă simulare numerică a aplicării practice a metodei s-a ales sistemul cu două grade de libertate din figura 1, la care $m_1 = 10$ kg, $m_2 = 1$ kg, $k_1 = 10^7$ N/m, $k_2 = 10^6$ N/m, $c_1 = c_2 = 500$ Ns/m.

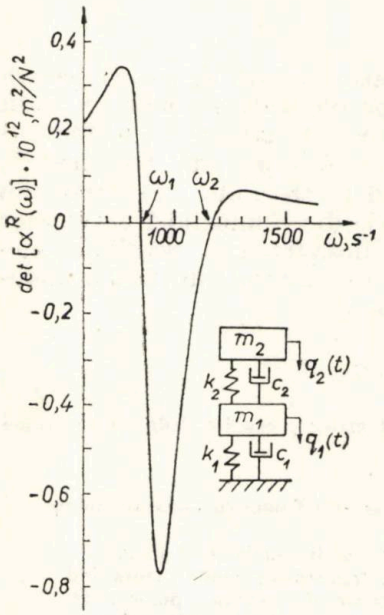


Fig. 1

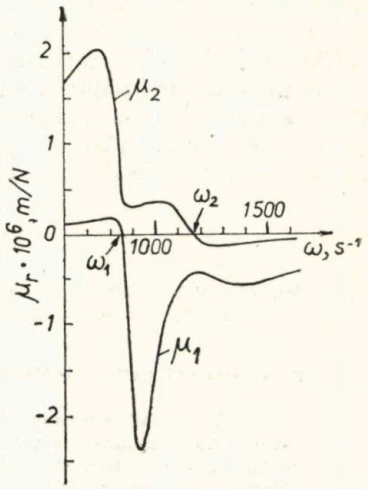


Fig. 2

S-au trasat curbele polare ale receptanţelor complexe $\overline{\alpha}_{11}(\omega)$, $\overline{\alpha}_{12}(\omega)$ şi $\overline{\alpha}_{22}(\omega)$, care au fost utilizate ulterior ca şi cum ar fi curbe determinate experimental. Pe baza acestora, s-a desenat graficul (fig. 1) funcţiei det $[\alpha^R(\omega)]$ în funcţie de ω şi graficul (fig. 2) variaţiei cu pulsaţia a valorilor proprii ale matricei $[\alpha^R(\omega)]$.

În tabelul 1 se prezintă comparativ valorile caracteristicilor modale calculate direct, prin rezolvarea ecuaţiilor de mişcare şi valorile estimate pe baza diagramelor polare ale receptanţelor, utilizînd metoda descrisă în lucrare.

Tabelul 1

Mărimea	Valori calculate prin rezolvarea ecuaţiilor de mişcare		Valori estimate pe baza diagramelor polare ale receptanţelor	
	Modul 1	Modul 2	Modul 1	Modul 2
ω_r	854,309	1170,5367	854,3	1170,0
$\{\hat{\mathscr{F}}^{(r)}\}$	$\begin{Bmatrix} 1 \\ -1,5877 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 1 \\ -0,7873 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 1 \\ -1,58768 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 1 \\ -0,7873 \end{Bmatrix}$
γ_r	$-1,3758 \cdot 10^{-6}$	$0,3634 \cdot 10^{-6}$	$-1,374 \cdot 10^{-6}$	$0,391 \cdot 10^{-6}$
$\{\Psi^{(r)}\}$	$\begin{Bmatrix} 1 \\ 3,7015 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 1 \\ -2,701 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 1 \\ 3,7016 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 1 \\ -2,7215 \end{Bmatrix}$
$\left\lvert \frac{d\mu_r}{d\omega} \right\rvert_{\omega = \omega_r}$	$-21,77 \cdot 10^{-9}$	$-3,3 \cdot 10^{-9}$	$-22,24 \cdot 10^{-9}$	$-3,314 \cdot 10^{-9}$
m_r	23,701	17,298	21,562	16,341
c_{11} c_{12}	4149,2	−4500	4154,8	−4533
c_{21} c_{22}	−4500	7350,78	−4533	6869,6

4. Concluzii

Simulările numerice au dovedit că metoda este adecvată pentru identificarea structurilor cu amortizare neproporţională, chiar în cazul unei densităţi modale relativ mari. Localizarea cît mai precisă a frecvenţelor proprii este esenţială în estimarea corectă a parametrilor modali, influenţînd însă în mică măsură vectorii modali. Determinarea prealabilă a numărului modurilor dominante de vibraţie din domeniul frecvenţelor de interes constituie principala dificultate şi dezavantajul esenţial al metodei, necesitînd măsurări preliminare. Verificarea experimentală a metodei pe structuri reale este în curs de efectuare.

BIBLIOGRAFIE

1. *Radeş, M.*, Metode dinamice pentru identificarea sistemelor mecanice, Editura Academie R. S. Romania, Bucureşti, 1979.

Parameter Estimation for Modal Analysis of Structures with Nonproportional Damping

A method is presented for the experimental modal analysis of structures with nonproportional damping. Undamped natural frequencies, mode shapes and all modal parameters are obtained from a complete set of receptance polar plots, drawn using single vibrator excitation, without subsequent excitation of pure modes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z. : 531.4
621.944
539.3

MODELE UTILIZATE ÎN STUDIUL UNOR PROBLEME MECANICE ALE DEFORMĂRII PRIN LAMINARE

EUGEN DECIU *

În lucrare sînt prezentate principalele modele utilizate în studiul unor probleme ale deformării prin laminare a diferitelor materiale. Adoptarea modelelor mediilor ne-newtoniene neliniare apropie rezultatele teoretice de cele experimentale.

Se consideră un material care este deformat prin laminare, fiind utilizat în acest scop un laminor cu cilindri paraleli, de aceeaşi rază, care se rotesc în sens opus cu aceeaşi viteză unghiulară constantă (fig. 1). Este cazul prelucrării benzilor (tablelor sau foliilor), adică materiale cu grosime mică şi lăţime mare, ceea ce permite neglijarea deformaţiilor laterale şi în consecinţă se studiază o problemă plană şi staţionară.

Referitor la cilindrii laminorului, se acceptă că în zona de contact se deformează elastic, căpătînd o formă circulară.

Pentru studiul principalelor probleme mecanice ale procesului de deformare, s-au adoptat pentru corpul deformat diferite modele. În toate cazurile starea de tensiuni este o compresiune triaxială.

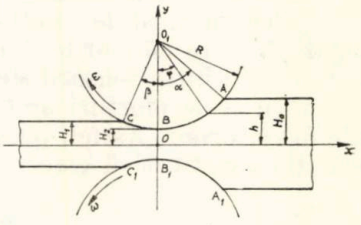


Fig. 1

Primul model utilizat, care a stat şi la baza lucrărilor lui T. von Karman, a fost cel al corpului plastic, admiţînd că între cilindri şi material se dezvoltă o frecare uscată. În acest caz se foloseşte criteriul de plasticitate Huber-Hencky-von Mises

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2}=\sigma_c \qquad (1)$$

Manuscris primit la data de 6 iunie 1981
* Şef lucrări dr. ing., Catedra de Mecanică.

unde σ_c este limita de curgere la compresiune simplă. În ceea ce privește eforturile unitare principale, se fac ipotezele :

$$\sigma_1 \approx p\,;\ \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{2}{\sqrt{3}}\,\sigma_c = 2k_f\,;\ \sigma_2 = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \tag{2}$$

unde p este presiunea pe cilindrii laminorului, iar k_f este limita de curgere la forfecarea pură.

Specific adoptării modelului corpului plastic este tratarea discontinuă a fenomenului laminării, zona de deformare fiind împărțită în două, în care alunecarea dintre material și cilindri se produce în sensuri opuse. Ca o consecință, curba care dă variația presiunii are un punct de discontinuitate, deoarece rezultă din intersecția a două curbe, corespunzătoare celor două zone, ceea ce nu concordă cu experiențele.

În vederea apropierii rezultatelor teoretice de cele experimentale se adoptă pentru corpul deformat un model reologic, bineînțeles fără dependență de timp, fenomenul fiind staționar. Utilizarea modelelor reologice este în acord cu fenomenele reale, deoarece le tratează ca fenomene continue. De asemenea, ele se justifică și prin rezultatele privind distribuția presiunilor pe cilindrii laminorului și distribuția vitezelor în secțiuni verticale, precum și prin starea de tensiuni. Introducerea modelelor reologice corespunde dealtfel și necesității de a caracteriza proprietățile viscoplastice ale corpului deformat. În acest fel se ajunge la o tratare unitară a aspectelor mecanice specifice fenomenelor de deformare prin laminare a metalelor, precum și a maselor plastice și a cauciucului (vălțuire și calandrare).

Cel mai simplu model reologic este cel al mediului newtonian cu viscozitate constantă [6]. În lucrarea [1] se introduce modelul mediului newtonian cu viscozitate variabilă.

Pentru mediile continue liniare, ecuațiile constitutive stabilesc o legătură între eforturile unitare și deformațiile specifice, care se exprimă prin relații între tensorii sferici S și deviatorii D ai stărilor de deformații specifice și de eforturi unitare, precum și derivatele în raport cu timpul ale deviatorilor. Astfel, pentru mediul newtonian cu viscozitate constantă ecuația constitutivă este

$$S_{def} = 0\,;\ \dot{D}_{def} = \frac{1}{2\mu}\,D_{ef} \tag{3}$$

sau

$$\tau_{xy} = \mu\dot{\gamma}_{xy} = \mu\,\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}y} \tag{4}$$

unde μ este viscozitatea dinamică; γ — lunecarea specifică; $\dot{\gamma} = \mathrm{d}v/\mathrm{d}y$ viteza de deformație.

În cazul mediului newtonian cu viscozitate variabilă se adoptă, cu notațiile din figura 1, relația de definiție

$$\mu = \mu_0\,\frac{h}{H_0} \tag{5}$$

adică viscozitatea este variabilă cu secțiunea în zona de deformare.

În aceste cazuri, cunoscute sub numele de „analogia hidrodinamică a laminării" se utilizează ecuaţiile Navier-Stokes simplificate

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}; \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \tag{6}$$

şi ecuaţia continuităţii pentru fluide incompresibile

$$\operatorname{div} \bar{v} = 0. \tag{7}$$

Spre a obţine o mai bună concordanţă între rezultatele teoretice şi cele experimentale, se recurge la modelele mediilor ne-newtoniene. Astfel se adoptă modelul mediului Bingham [4] a cărui ecuaţie constitutivă este : a) pentru starea de eforturi unitare pînă la începerea deformaţiilor plastice

$$S_{def} = \frac{1 - 2\nu}{E} S_{ef}; \; D_{def} = \frac{1}{2G} D_{ef}; \tag{8}$$

b) pentru starea de eforturi unitare după începerea deformaţiilor plastice

$$S_{def} = \frac{1 - 2\nu}{E} S_{ef}; \; \dot{D}_{def} = \frac{1}{2G} \dot{D}_{ef} + \frac{1}{2\mu} (D_{ef} - D_0), \tag{9}$$

care se mai poate exprima şi sub forma

$$\tau_{xy} = \tau_0 + \mu \frac{dv_x}{dy}, \tag{10}$$

unde ν este coeficientul lui Poisson; E — modulul de elasticitate longitudinal; G — modulul de elasticitate transversal; D_0 — deviator cu componente constante, care caracterizează starea limită de eforturi unitare la care încep deformaţiile plastice; τ_0 — efortul unitar tangenţial la care încep deformaţiile plastice.

Mergînd pe linia perfecţionării modelelor reologice, se dovedeşte necesară introducerea unor modele ne-newtoniene neliniare. În acest sens un model nou cu un grad înalt de generalitate, care permite o mai bună aproximare a fenomenului fizic şi în acelaşi timp reprezintă o generalizare a modelelor utilizate curent, este modelul mediului Bingham generalizat, pentru care se propune [2] ecuaţia constitutivă

$$\tau_{xy} = \left(\operatorname{sign} \frac{dv_x}{dy}\right) \tau_0 + \alpha \mu_1 \frac{dv_x}{dy} + \left(\operatorname{sign} \frac{dv_x}{dy}\right) \beta \mu_2 \left(\frac{dv_x}{dy}\right)^2 \tag{11}$$

unde μ_1 este coeficientul de viscozitate de ordinul I; μ_2 — coeficientul de viscozitate de ordinul II; α şi β — mărimi adimensionale constante.

Plecînd de la modelul mediului Bingham generalizat, se propune [2] o ecuaţie constitutivă nouă pentru un mediu pseudoplastic.

$$\tau_{xy} = \alpha\mu_1 \frac{dv_x}{dy} + \left(\operatorname{sign} \frac{dv_x}{dy}\right) \beta\mu_2 \left(\frac{dv_x}{dy}\right)^2. \tag{12}$$

În aceste cazuri se utilizează o formă simplificată a ecuaţiilor de mişcare ale unui mediu Bingham generalizat [3]

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu_1 \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \mp \frac{1}{2} \mu_2 \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)^2; \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \tag{13}$$

unde pentru dublul semn se adoptă cel de sus pentru $\frac{\partial v_x}{\partial y} > 0$, iar cel de jos pentru $\frac{\partial v_x}{\partial y} < 0$. La acestea se mai adaugă ecuaţia continuităţii şi ecuaţia constitutivă.

Prin folosirea modelelor mediilor ne-newtoniene neliniare se pot trata unitar aspectele mecanice ale fenomenelor de deformare a diferitelor materiale cum sînt metalele şi masele plastice, rezultatele teoretice fiind în acord cu cele experimentale. Stabilind o legătură între mărimile principalilor parametri mecanici şi proprietăţile mecanice ale materialului deformat prin laminare, se obţin rezultate cu aplicabilitate în proiectarea şi exploatarea instalaţiilor de laminoare.

BIBLIOGRAFIE

1. *Deciu E.*, Unele contribuţii la analogia hidrodinamică a laminării, St. cerc. mec. apl., t. 22 nr. 4, 1964, Ed. Academiei RPR.
2. *Deciu E.*, Contribuţii la studiul privind mecanica fenomenelor de deformare a corpurilor cu proprietăţi viscoplastice, teză de doctorat, Institutul politehnic Bucureşti, 1979.
3. *Deciu E.*, Sur un corps Bingham généralisé et ses équations du mouvement, Bul. IPB, seria mecanică, t. XLIII, nr. 2, 1981.
4. *Mak-Kelvi (Kelvey) D. M.*, Pererabotka polimerov, Himia, Moskwa, 1965.
5. *Reiner M.*, Rhéologie théorique, Dunod, Paris, 1955.
6. *Targ S. M.*, Osnovie zadaci teorii laminarnîh tecenii, Gostehizdat, Moskwa, 1951.
7. *Wilkinson W. L.*, Non-Newtonian Fluids. Fluids Mechanics, Mixing and Heat Transfer Pergamon Press, London, 1960.

Modèles utilisés dans l'étude des problèmes mécaniques de déformation par laminage

On présente les principaux modèles utilisés dans l'étude des problèmes mécaniques de déformation par laminage de certains matériaux. L'acceptation des modèles des milieux non-newtoniens non-linéaires approche les résultats théoriques par rapport aux expériences.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z. : 621.515
536.8

CERCETĂRI PRIVIND OPTIMIZAREA PROCESELOR FUNCȚIONALE ALE COMPRESORULUI CU PISTON CU DOUĂ TREPTE

AL. DĂNESCU, VS. RADCENCO, AL. DOBROVICESCU *

În lucrare este analizată, pe baza ireversibilității proceselor funcționale, comportarea compresorului cu piston în două trepte 2 EC 5 la variația unor parametri precum presiunea de refulare, gradul de răcire intermediară, temperatura mediului ambiant ș.a. Sînt deduse condițiile de optimizare a acestor procese pe baza randamentului exergetic a cărui variație este fundamentată pe baza legilor de variație a ponderilor pierderilor cauzate de ireversibilitate în consumul de energie al compresorului.

1. Introducere

Reducerea consumului de energie necesară pentru antrenarea compresoarelor cu piston cu două trepte de comprimare prezintă o importanță practică deosebită dacă se ține seama de numărul important de stații de aer comprimat la presiunea de 6...8 bar cu care sînt dotate întreprinderile industriale. Această reducere poate fi obținută atît în etapa proiectării compresoarelor cît și în procesul de exploatare a acestora. Pentru atingerea acestui deziderat se poate proceda la o analiză termodinamică a proceselor de lucru ale compresorului cu piston cu două trepte axată pe minimizarea pierderilor cauzate de ireversibilitatea internă și externă a acestor procese, apelînd la noțiunea de exergie.

În continuare, se procedează la studiul condițiilor de optimizare a proceselor ireversibile de lucru ale compresorului cu piston cu două trepte de comprimare de tip 2 EC 5 fabricat de întreprinderea „Timpuri Noi" București caracterizat prin : $D_I = 215$ mm, $D_{II} = 130$ mm, $S = 110$ mm și $n = 1500$ rot/min — D — reprezentînd diametrul treptei de comprimare, S — cursa pistonului, iar n — turația compresorului.

Pentru precizarea pierderilor antrenate de ireversibilitatea proceselor funcționale ale compresorului cu piston în două trepte se reprezintă aceste procese în diagramele p-V și T-s arătate în figura 1.

Manuscris primit la data de 1 octombrie 1981
* Prof. dr. ing. ; Prof. dr. ing. ; Asist. ing., Catedra Termotehnică

Se observă că starea inițială a aerului care urmează să fie comprimat este precizată de punctul 1 aflat la intersecția izobarei $p_1 = p_0$ și izotermei $T_1 = T_0$ care caracterizează mediul ambiant. Datorită laminării $1-1'$ a aerului la trecerea prin supapa de aspirație a treptei I presiunea scade

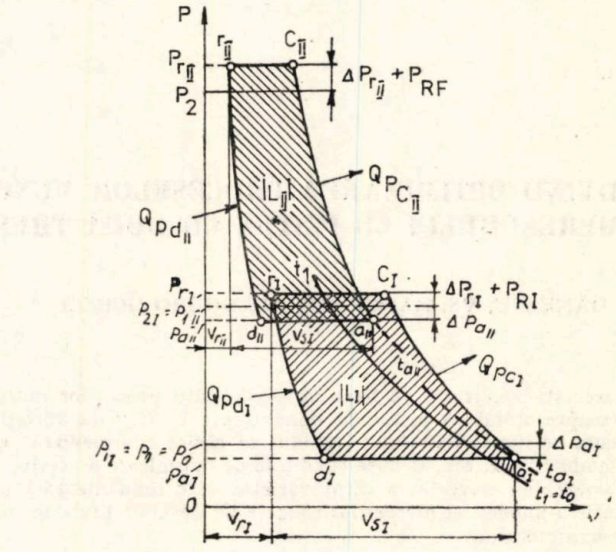


Fig. 1

de la p_0 la p_{a_I} cu valoarea pierderilor de presiune Δp_{a_I} create de această supapă; datorită ireversibilității laminării entropia gazului crește cu $\Delta s_{l a_I}$. În timpul aspirației gazul se încălzește mărindu-și temperatura în procesul izobar $1'-a_I$ de la T_0 la T_{a_I}. Prin comprimare politropică $a_I - c_I$ de

exponent $1 < n_{c_I} < k$ presiunea se mărește de la p_{a_I} la p_{r_I}, iar temperatura de la T_{a_I} la T_{c_I}. În timpul acestui proces entropia scade cu $\Delta s_{q_{c_I}}$ ca urmare a răcirii cilindrului. Procesul izobar de refulare $c_I - r_I$ este însoțit de scăderea temperaturii de la T_{c_I} la T_{r_I} și a entropiei cu $\Delta s_{q_{r_I}}$. La trecerea gazului prin supapa de refulare a treptei I, datorită laminării $r_I - \alpha$, presiunea scade cu Δp_{r_I}, iar entropia crește cu $\Delta s_{l_{RI}}$. Răcirea intermediară $\alpha - i$ a gazului în răcitor este însoțită de scăderea izobară a temperaturii gazului de la T_{r_I} la T_i și a entropiei cu $\Delta s_{q_{RI}}$. Laminarea $i - 1_{II}$ care ține seama de pierderile de presiune Δp_{RI} cauzate de răcitorul intermediar determină creșterea entropiei cu $\Delta s_{l_{RI}}$. Ca urmare, în amontele treptei a II-a parametrii gazului sînt $p_{2_I} = p_{1_{II}}$ și $T_{1_{II}} = T_i$.

Laminarea $1_{II} - 1'_{II}$ a gazului în supapa de aspirație a treptei a doua conduce la scăderea presiunii cu $\Delta p_{a_{II}}$ și de creștere a entropiei cu $\Delta s_{l_{a_{II}}}$. Încălzirea izobară, $1'_{II} - a_{II}$ a gazului în aspirație determină creșterea temperaturii de la T_i la $T_{a_{II}}$. În procesul de comprimare $a_{II} - c_{II}$ de exponent $1 < n_{c_{II}} < k$ presiunea crește de la $p_{a_{II}}$ la $p_{r_{II}}$, iar temperatura de la $T_{a_{II}}$ la $T_{c_{II}}$; datorită răcirii cilindrului entropia scade cu $\Delta s_{q_{c_{II}}}$. Refularea izobară $c_{II} - r_{II}$ este însoțită de scăderea temperaturii de la $T_{c_{II}}$ la $T_{r_{II}}$ și a entropiei cu $\Delta s_{q_{r_{II}}}$. Laminarea $r_{II} - 2$ la trecerea prin supapa de refulare a treptei a doua ține seama de scăderea presiunii cu $\Delta p_{r_{II}}$ entropia crescînd cu $\Delta s_{l_{r_{II}}}$.

Rezultă că, la nivelul diagramei de calcul al compresorului cu piston în două trepte, cauzele care provoacă ireversibilitatea internă și externă a proceselor funcționale sînt următoarele:

— laminarea gazului care ține seama de pierderile de presiune la trecerea sa prin organele de distribuție ale celor două trepte precum și prin răcitorul intermediar care creează ireversibilitatea internă;

— transferul de căldură la diferență finită variabilă de temperatură care are loc în cilindrii treptelor precum și în răcitorul intermediar.

2. Bilanțul exergetic al compresorului cu piston în două trepte

Prin prelucrarea ecuației generale de bilanț exergetic

$$\Delta e_q = \Delta e + l_c + \Sigma \pi_{ir_{\text{int}}}$$

rezultă ecuația [1]:

$$|l_c| = |l_{T_0}| + \Sigma \pi_q + \Sigma \pi_l + \pi_{\Delta T}$$

unde:

$$|l_{T_0}| = RT_0 \ln H$$

reprezintă lucrul mecanic izotermic de comprimare a gazului la temperatura T_0 a mediului ambiant de la p_1 la p_2 ($H = p_2/p_1$);

$$\Sigma \pi_q = \pi_{q_{c_I}} + \pi_{q_{c_{II}}} + \pi_{q_{r_I}} + \pi_{q_{r_{II}}} + \pi_{q_{RI}}$$

definește suma pierderilor cauzate de ireversibilitatea externă a transferului de căldură în timpul proceselor de comprimare, refulare, precum și în răcitorul intermediar;

$$\Sigma\pi_l = \pi_{l_{aI}} + \pi_{l_{rI}} + \pi_{l_{RI}} + \pi_{l_{rII}}$$

precizează suma pierderilor determinate de ireversibilitatea internă a proceselor de laminare echivalente pierderilor de presiune în organele de distribuție precum și în răcitorul intermediar;

$\pi_{\Delta T}$ — se referă la pierderea de exergie cauzată de diferența de temperatură între secțiunea de ieșire 2 a compresorului și cea de intrare 1;

l_c — lucrul mecanic specific de comprimare a gazului.

Pe această bază se definește randamentul exergetic al procesului de comprimare:

$$\eta_{Ee} = \frac{l_{T_e}}{l_c} = \frac{|l_c| - \sum_{j=1}^{13} \pi_j}{|l_c|} = 1 - \sum_{j=1}^{13} \overline{\pi}_j$$

unde $\overline{\pi}_j = \frac{\pi_j}{|l_c|}$ reprezintă ponderea unei pierderi oarecare în l_c.

Notînd cu π_m pierderile cu caracter mecanic rezultă că lucrul mecanic specific efectiv de comprimare este definit de:

$$|l_e| = |l_c| + \pi_m$$

Ca urmare, randamentul exergetic efectiv de comprimare este dat de:

$$\eta_{Ee} = \frac{l_{T_e}}{l_e} = \frac{l_{T_e}}{l_c} \cdot \frac{l_c}{l_e} = \eta_{Ee} \cdot \eta_m = 1 - \sum_{j=1}^{14} \overline{\pi}'_j$$

unde $\eta_m = \frac{l_e}{l_e}$ reprezintă randamentul mecanic al compresorului iar $\overline{\pi}'_j = \frac{\pi_j}{|l_e|}$ — ponderea unei pierderi în l_e.

3. Studiul comportării compresorului 2 EC 5 la variația unor parametri funcționali

Pe baza metodologiei expuse a fost elaborat un program complex de optimizare a proceselor funcționale ale compresorului cu piston în două trepte 2 EC 5 rezolvat cu ajutorul calculatorului electronic numeric. Dintre rezultatele obținute se remarcă următoarele:

3.1. *Influența presiunii de refulare* p_2

Această influență, analizată în condițiile unui grad de răcire, intermediară $\Delta t_i = 60$ grd, este arătată în figura 2.

La mărirea presiunii finale $p_2 = 4 \ldots 12$ bar, temperaturile în punctele caracteristice ale diagramelor de calcul ale celor două trepte prezintă o creștere, mai accentuată în trepta a doua (fig. 2, a).

În ceea ce privește legile de variație a ponderilor pierderilor cauzate de ireversibilitate (fig. 2, b) se remarcă faptul că, pentru o anumită presiune p_2, suma acestor ponderi devine minimă, iar randamentul exergetic

η_{Ec} determinat la nivelul diagramelor de calcul, maxim. Observînd că mărirea lui p_2 antrenează după sine creșterea randamentului mecanic η_m rezultă că punctul de maximum al randamentului exergetic efectiv η_{Ec} este deplasat spre valori p_2^{opt} mai mari decît cele care corespund lui η_{Ec}^{max}.

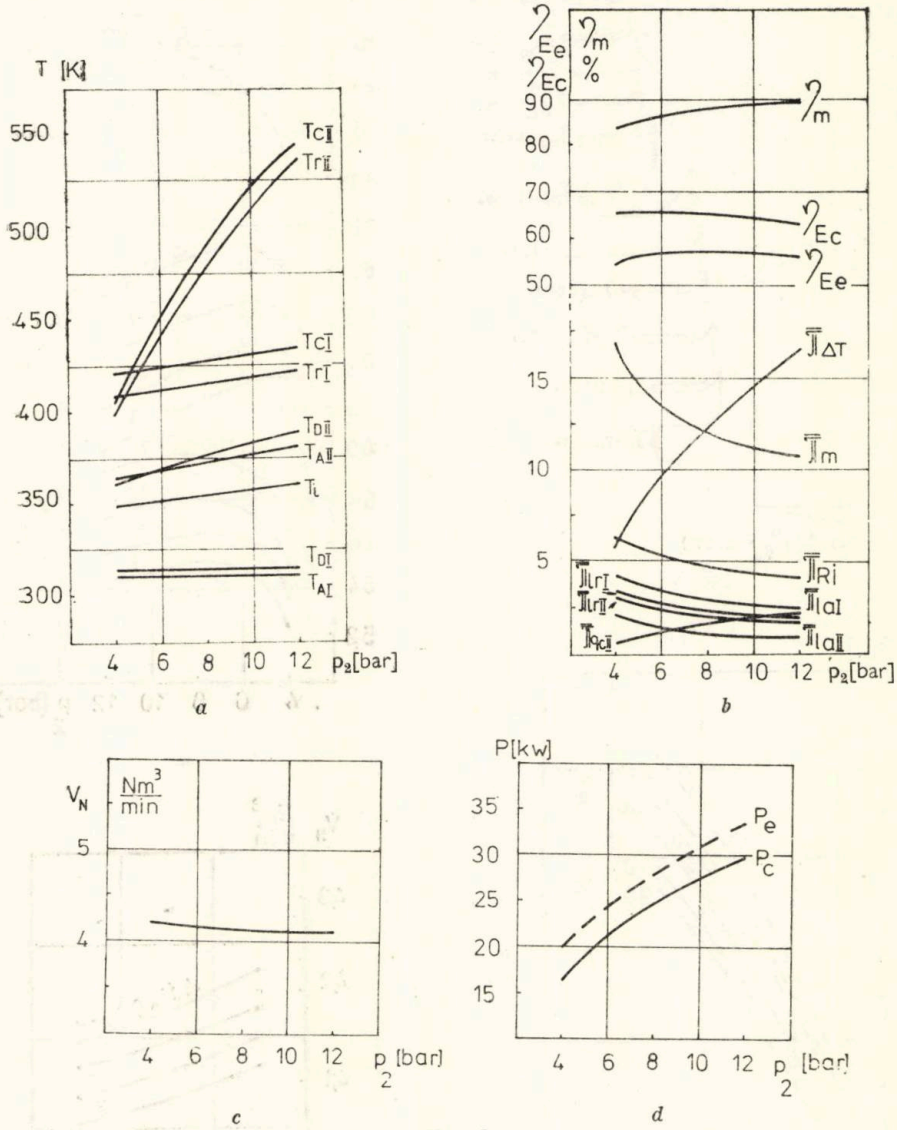


Fig. 2

Modificarea presiunii p_2 afectează, pentru Δt_i = const., într-o mică măsură debitul V_N în condiții normale al compresorului (fig. 2, c).

În sfîrșit, după cum era de așteptat, creșterea lui p_2 este însoțită de mărirea puterii de comprimare P_c precum și a celei efective $P_e = P_c/\eta_m$ (fig. 2, d).

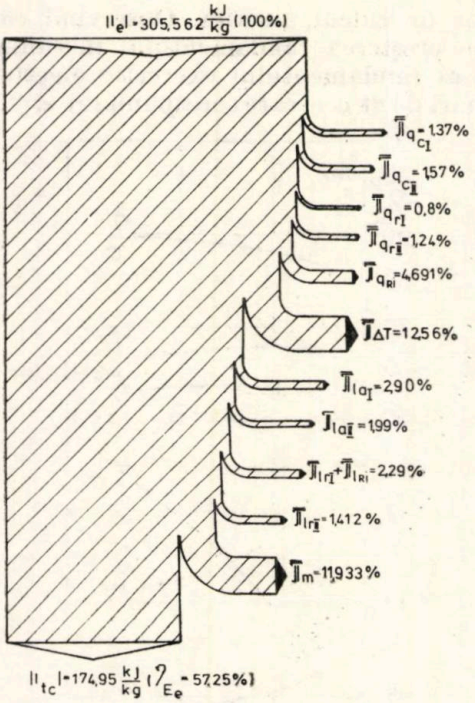
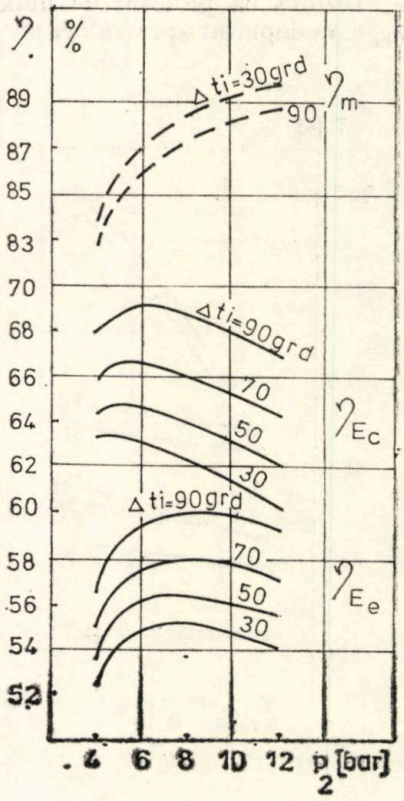
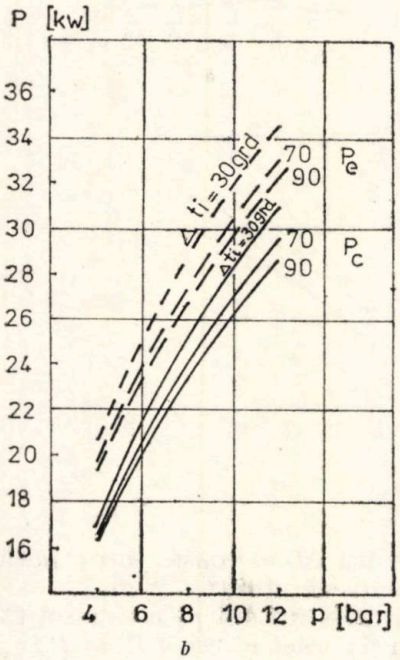


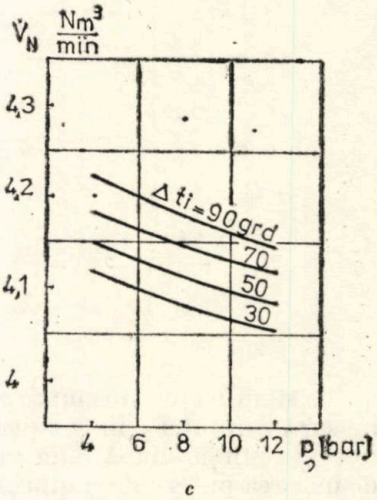
Fig. 3



a



b



c

Fig. 4

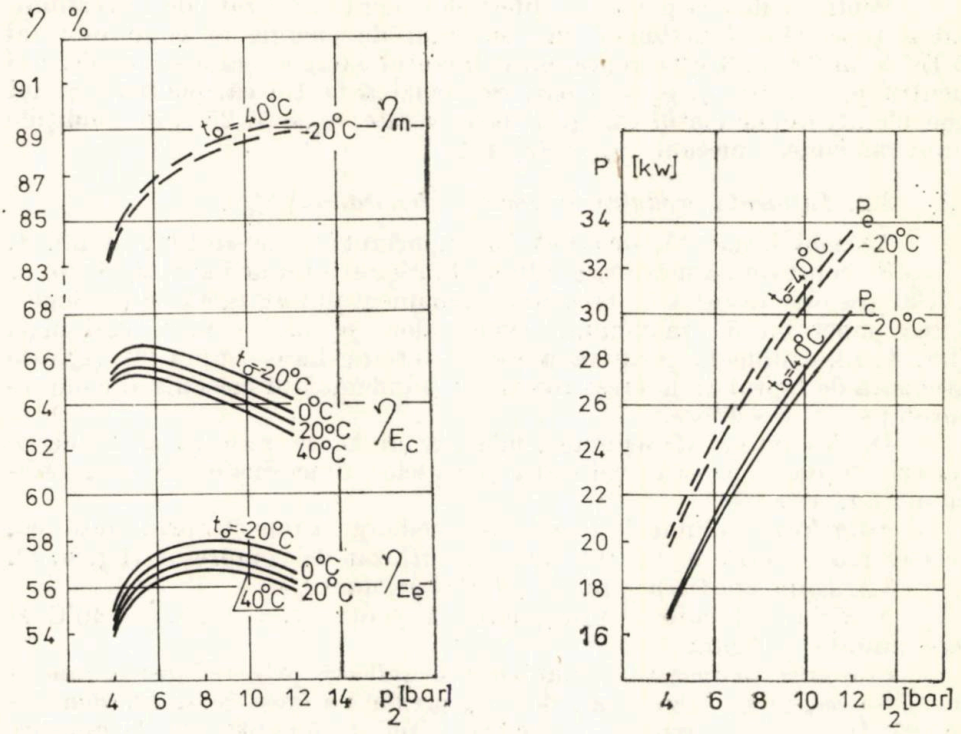

η %
91
89
87
85
83
68
66
64
62
60
58
56
54
t_o = 40°C
-20°C
η_m
t_o=-20°C
0°C
20°C
40°C
η_{Ec}
t_o=-20°C
0°C
20°C
40°C
η_{Ee}
4 6 8 10 12 14 p_2[bar]
a
P [kw]
34
32
30
28
26
24
22
20
18
16
P_e
-20°C
t_o=40°C
P_c
-20°C
t_o=40°C
4 6 8 10 12 p_2[bar]
b
V_N $\frac{Nm^3}{min}$
5
4,8
4,6
4,4
4,2
4
3,8
t_o=-20°C
0°C
20°C
40°C
4 6 8 10 12 p_2[bar]
c

Fig. 5

Pentru a ilustra ponderea diferitelor pierderi cauzate de ireversibilitatea proceselor funcţionale în consumul de energie al compresorului 2 EC 5, în figura 3 este reprezentat bilanţul exergetic al acestor pierderi pentru $p_1 = 1$ bar şi $p_2 = 8$ bar. Se remarcă faptul că, pentru regimul considerat, randamentul exergetic efectiv este $\eta_{E_e} = 57{,}25\%$ în condiţiile unui randament mecanic $\eta_m = 82{,}74\%$.

3.2. *Influenţa gradului de răcire intermediară* Δt_i

Această influenţă, deosebit de importantă, este arătată în fig. 4. Se constată că mărirea gradului de răcire intermediară $\Delta t_i = 30...$ ...90 grd este însoţită de creşterea randamentului exergetic şi de deplasarea punctului de maximum către valori p_2 din ce în ce mai mari (fig. 4, a). Influenţa pozitivă a răcirii intermediare asupra lui η_{E_c} este atenuată de faptul că la creşterea lui Δt_i randamentul mecanic al compresorului acuză o scădere.

După cum era de aşteptat, mărirea lui Δt_i se reflectă în scăderea puterii necesare pentru realizarea proceselor funcţionale ale compresorului (fig. 4, b).

Adîncirea gradului de răcire intermediară se reflectă prin creşterea, relativ redusă însă, a debitului de aer furnizat de compresor (fig. 4, c).

3.3. *Influenţa temperaturii mediului ambiant* t_0

Această influenţă a fost analizată pentru $t_0 = -20...+40°C$ şi este arătată în figura 5.

Creşterea temperaturii ambiante se reflectă prin reducerea randamentelor η_{E_c} şi η_{E_e} (fig. 5, a), deşi η_m prezintă o creştere, dar nesemnificativă. În paralel se remarcă o creştere a puterii de antrenare la mărirea lui t_0 (fig. 5, b), deşi debitul prezintă o scădere apreciabilă (fig. 5, c).

Concluzii

În lucrare este analizată, pe baza ireversibilităţii proceselor funcţionale, comportarea compresorului cu piston în două trepte 2 EC 5 la variaţia unor parametri precum presiunea de refulare, gradul de răcire intermediară şi temperatura mediului ambiant. Sînt deduse condiţiile de optimizare a acestor procese pe baza randamentului exergetic a cărui variaţie este fundamentată pe baza legilor de variaţie a ponderilor pierderilor cauzate de ireversibilitate în consumul de energie al compresorului.

BIBLIOGRAFIE

1. *Vs. Radcenco*, Criterii de optimizare a proceselor termice. Ed. Tejhnică, 1977.

Researches upon the Optimization of the Working Processes of the Two — Stage Piston — Compressor

On the basis of irreversibility of the working processes the paper deals with the behaviour of the two-stage piston-compressor, 2 EC 5 at the variation of some parameters such as : the repression pressure, the ambiant temperature the intermediate cooling degree, etc.

There have been inferred the conditions of the optimization of these processes on the basis of the exergetic efficiency whose variation relies upon the variation laws of the percentage of losses due to the internal and external irreversibility of working processes in the consumation of work.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.: 621.833

EROAREA DE PAS LA PRELUCRAREA ROȚILOR DINȚATE

VASILE MORARU *

În etapa actuală cînd se pune un accent tot mai mare pe creșterea productivității și a calității produselor se impune ca mașinile și utilajele să funcționeze la viteze mari în condiții de silențiozitate ridicată. Aceasta se răsfrînge și asupra angrenajelor care sînt prezente la marea majoritate a mașinilor și utilajelor și ca urmare se pun probleme mai riguroase de precizie a acestora. În lucrarea de față se stabilesc cauzele care determină apariția de erori la prelucrarea roților dințate pe mașinile cu freza melc și evident modalitățile de atenuare a acestora.

Determinarea preciziei cinematice a lanțurilor cinematice de rulare de la mașinile de danturat, presupune prelucrarea unor roți dințate în anumite condiții, cărora urmează să li se măsoare unii parametrii dimensionali.

Folosind relația erorii de pas din lucrarea [3]

$$E_p = -2\Delta a_\Sigma \sin\left(\pi \frac{f}{z_p}\right) \sin\left[\pi \frac{f}{z_p}(2q-1)\right] \tag{1}$$

se determină, pentru mașinile de danturat cu freză-melc, numerele de dinți ale roților dințate de probă necesare verificării preciziei cinematice a lanțului cinematic de rulare cu relația: (eroarea de pas este maximă)

$$z_p = \frac{2f}{2k+1} \tag{2}$$

și ale roților dințate la care eroarea de pas rezultă nulă cu relația:

$$z_p = \frac{f}{k} \tag{3}$$

în care, f este frecvența mișcării suplimentare oscilatorii

Δa_Σ — amplitudinea mișcării oscilatorii

k — un număr ce primește valori întregi

Or, cum într-un lanț cinematic de rulare sînt tot atîtea mișcări suplimentare oscilatorii cîte mecanisme posedă acesta, care au frecvențe și amplitudini diferite, se pune problema care dintre frecvențe trebuie considerată în relațiile (2) și (3). Determinarea unei frecvențe medii, care convențional să reprezinte frecvența mișcării suplimentare oscilatorii rezultante, nu reprezintă o rezolvare a acestei probleme. Fiecare mișcare suplimentară oscilatorie componentă influențează într-un anumit mod eroarea de pas, funcție de amplitudinea mișcării și de frecvența ei.

Există deci, în lanțul cinematic de rulare, un mecanism care cauzează o mișcare oscilatorie suplimentară a cărei influență asupra erorii de pas este maximă.

Manuscris primit la data de 19 noiembrie 1981

* Conf. dr. ing., Catedra Mașini, unelte și scule

Analiza statistică, făcută de diverși cercetători [1], [2], [5] și verificată de noi, privind erorile de pas măsurate la roți dințate prelucrate pe diverse mașini de frezat cu freză-melc, arată că mișcarea suplimentară oscilatorie ce influențează hotărîtor eroarea de pas este aceea ce are frecvența identică cu frecvența de rotație a melcului transmisiei melcate $\frac{z_m}{z_{rm}}$ de la masa mașinii (fig. 1). Evidențierea afirmației de mai sus se poate face considerînd spre exemplu, roata dințată cu $z_p = 42$ dinți, și $m = 5$ mm, prelucrată pe o mașină de frezat cu freză-melc, avînd $z_{rm} = 60$ dinți. Eroarea de pas calculată, pentru $f = z_{rm} = 60$, este reprezentată grafic în fig. 2a, iar cea măsurată în fig. 2b.

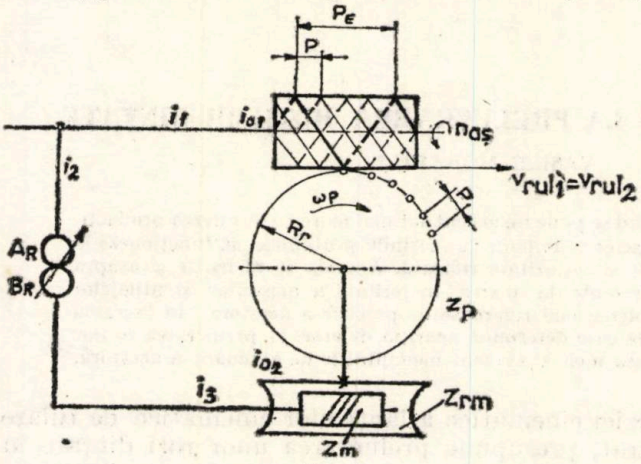


Fig. 1

Cu relația (1) se poate determina eroarea de pas pentru oricare doi dinți consecutivi, cunoscîndu-se amplitudinea și frecvența mișcării oscilatorii suplimentare, precum și numărul de dinți z_p.

Eroarea maximă de pas rezultă atunci cînd există condiția

$$\sin\left(\pi \frac{f}{z_p}\right) \sin\left[\pi \frac{f}{z_p}(2q-1)\right] = \pm 1 \qquad (4)$$

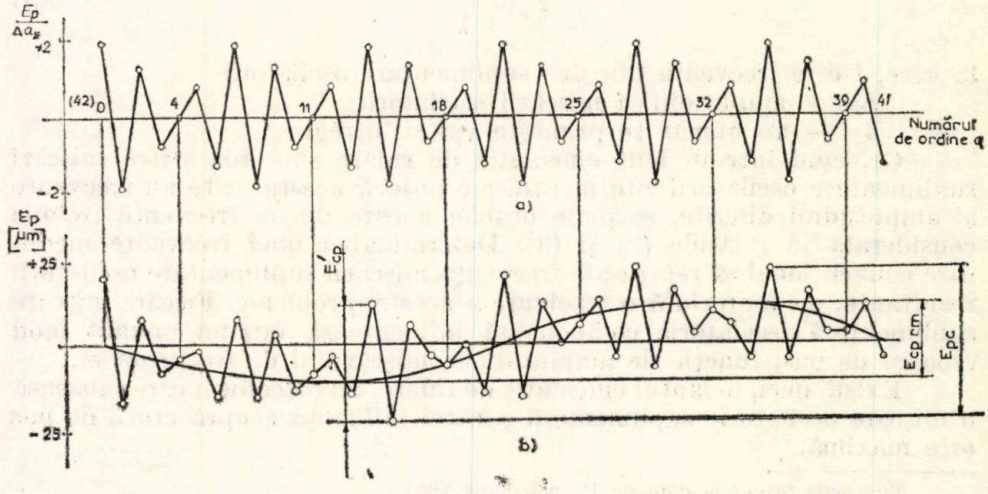


Fig. 2

care rezolvată în raport cu q și introdusă valoarea acestuia în (1) se obține expresia :

$$|E_p|_{max} = 2\Delta a_\Sigma \sin^2\left(\pi \frac{f}{z_p}\right) \tag{5}$$

Perioada de repetabilitate a erorii pasului corespunde la 7 pași, eroarea maximă regăsindu-se între dinții de ordinul 41 și 42 (sau 0), între 0 (sau 42) și 1, între 6 și 7 ș.a.m.d., și este egală în valoare absolută, cu

$$|E_p|_{max} = 1{,}900\Delta a_\Sigma$$

mărime ce se poate obține prin utilizarea relației (5).

Comparîndu-se cele două grafice din fig. 2 se poate constata asemănare între ele ; perioada de repetabilitate a erorii de pas măsurată pe roata prelucrată este aceeași cu a celei calculate. Faptul că pentru dinții de ordinul 4, 11, 18, 25, 32 și 39 erorile de pas nu sînt nule, ca în cazul celor calculate, dar sînt foarte apropiate de zero, duce la concluzia că celelalte mișcări suplimentare oscilatorii de frecvențe diferite de cea a melcului transmisiei melcate de la masă au o influență mai mică asupra erorii pasului circular. Evident că datorită aceleiași cauze (existența mișcărilor suplimentare oscilatorii de alte frecvențe) alura graficului real este întrucîtva diferită de cea teoretică.

Deci, faptul că cele două grafice sînt asemănătoare constituie o dovadă că influența hotărîtoare asupra erorii de pas o are mișcarea suplimentară oscilatorie cauzată de erorile melcului transmisiei melcate de la masă.

Un alt argument în sprijinul celor afirmate îl constituie amplitudinea mișcării suplimentare oscilatorii care a generat eroarea de pas. Dacă se consideră eroarea de pas maximă $|E_p|_{max} = 30$ μm, corespunzătoare dinților 14 și 15, atunci amplitudinea Δa_Σ va fi :

$$\Delta a_\Sigma = \frac{|E_p|_{max}}{1{,}90} = \frac{30}{1{,}90} = 15{,}5 \text{ μm.}$$

sau, considerînd diametrul primitiv al roții, $D_r = 5 \times 42 = 210$ mm, rezultă amplitudinea mișcării suplimentare oscilatorii (5) în unități unghiulare,

$$\Delta\varphi'' = \frac{\Delta a_\Sigma}{D_r} \times 412{,}5 = 31''$$

Cum la mișcarea de danturat cu freza-melc, pe care s-a făcut prelucrarea, amplitudinea mișcării suplimentare oscilatorii cauzată de erorile melcului, în secunde, are valoarea în jur de 20″, se poate trage concluzia că cea mai mare parte din amplitudinea $\Delta\varphi''$, care a determinat eroarea de pas, revine acesteia (fig. 3).

Ținînd seamă de cele de mai sus, relațiile (2) și (3) devin :

$$z_p = \frac{2z_{rm}}{1 + 2k} \tag{6}$$

$$z_p = \frac{z_{rm}}{k} \tag{7}$$

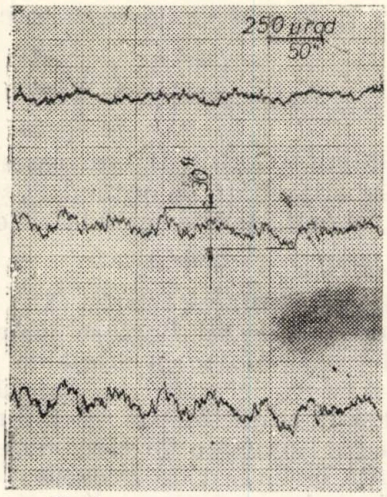


Fig.3

Relația (6) se folosește pentru determinarea roților de probă în vederea verificării preciziei cinematice a lanțului cinematic de rulare. Este recomandabil ca valoarea constantei k să se ia cu atît mai mică cu cît f, adică z_{rm}, este mai mică și invers.

În concordanță cu cele de mai sus se impune amendată părerea că, „la verificarea mașinilor-unelte pentru prelucrat roți dințate, numărul de dinți al roții de probă nu trebuie să fie egal sau multiplu cu numărul de dinți al roții melcate". Între numerele de dinți z_p corespunzînd erorilor de pas maximă, respectiv minimă, există o serie de numere de dinți ale căror erori sînt situate între cea maximă și cea minimă și care nu sînt nici egale și nici multipli ai lui z_{rm}, astfel că după părerea enunțată mai înainte, ele ar putea fi luate drept numere de dinți pentru roți de probă. Așa spre pildă, în cazul unei mașini de frezat cu freză-melc avînd $z_{rm} = 60$ dinți, roata-piesă avînd $z_p = 31$ dinți, după părerea enunțată ar putea fi roată de probă. Acest lucru este eronat, deoarece raportul $\frac{|E_p|_{max}}{\Delta a_\Sigma} = 2 \sin^2 \pi \frac{z_{rm}}{z_p} = 0{,}087$, adică eroarea de pas ar rezulta foarte mică, aproape nulă.

BIBLIOGRAFIE

1. *Ghenkin, M. D.*, „Fabricarea roților dințate silențioase", Mașini-Unelte și Scule (trad. din L. Rusă) nr. 7/50, 1/51, 2/51.
2. *Levașov, A. V.*, „Osnovî rasciota tocinosti cinematiceskih tepei metalorejușcih stancov". Maşinostroenie, 1966.
3. *Moraru, V.*, „Studiul erorilor de pas ale roților dințate prelucrate cu freza melc"., A III-a Conferință de Mașini-unelte și scule, noiembrie — 1979, București.
4. *Moraru, V.*, „Contribuții privind influența erorilor de danturare ale angrenajelor lanțului cinematic de rulare asupra dinamicii generării profilelor evolventice". Teză de doctorat. Institutul Politehnic București, 1973.
5. *Taiț, V. A.*, „Normî tocinosti i kontrolî zubciatnîh koles". Moscova, Leningrad, Maşghiz, 1962.

The Pitch Error in Gear Cutting

At present, when an ever greater stress is laid on increasing the production rates and the quality of products, it is required that machinery and equipment should work at high speeds, under highly quiet conditions. This also bears upon the gears present in most machinery and equipment ; hence, more rigorous problems pertaining to their accuracy are imposed.

The present paper establishes the causes determining the emergence of errors in the cutting of gears on hobbing machines and, obviously, the methods of reducing them.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z. : 629.13 : 62—52

UN INDICE DE CONTROLABILITATE

NICOLAE RACOVEANU *

Se consideră un sistem liniar, diferențial și constant (A, B) cu condiția inițială x_0 ; se rezolvă problema determinării comenzii de tip Dirac care duce sistemul în zero, într-un timp dat t_f. Pentru acest t_f dat se definește un indice de controlabilitate și se discută unele proprietăți ale acestui indice de controlabilitate.

Se consideră un sistem liniar, diferențial și constant :

$$\dot{x} = Ax + Bu + x_0\delta \qquad A \in \mathcal{M}(n,\ n,\ R)$$

$$B \in \mathcal{M}(n,\ m,\ R)$$

unde x este derivata în sens distribuții, $x(t)$ este starea, u intrarea x_0 condiția inițială, δ distribuția Dirac cu suportul în $t = 0$, iar t timpul. Soluția se caută astfel încît

$$\dot{x}(t < 0) = 0$$

pentru o comandă de tip Dirac

$$u = \sum_1^M u_k \delta_k$$

unde $u_k \in R^m$ sînt constante, iar δ_k este distribuția Dirac cu suportul în punctul t_k. Este necesar ca

$$t_{k+1} > t_k > 0\ ;\ k = 1,\ 2,\ \ldots,\ M$$

Manuscris primit la data de 11 iunie 1981
* Prof. dr. ing., Catedra Aeronave

În aceste condiţii soluţia este dată de [1]:

$$x(t) = he^{At}x_0 + he^{At}B * u = he^{At}x_0 + \sum_1^M e^{A(t-t_k)}Bu_k$$

unde h este distribuţia Heaviside.

Problema care se pune este următoarea: pentru A, B şi x_0 date şi pentru timpul final $t_f = t_M$ să se determine comanda u_k astfel încît

$$x(t_f) = 0$$

Deoarece $u(t > t_M) = 0$ rezultă $x(t > t_f) = 0$. Aşadar:

$$e^{At_f}x_0 + \sum_1^M e^{A(t-t_k)}Bu_k = 0 \tag{1}$$

În această relaţie necunoscuta este u_k; astfel, se determină comanda de tip Dirac care duce sistemul de la $x(t = 0) = x_0$ în zero, la momentul t_f dat. Pentru detalii a se vedea [2].

Ecuaţia (1) poate fi adusă la forma

$$[e^{(t_M-t_1)}B \mid e^{(t_M-t_2)}B \mid \ldots \mid B]\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_M \end{bmatrix} = -e^{At_f}x_0 \tag{2}$$

Impunem acum ca numărul de paşi care duce sistemul în zero să îndeplinească condiţia

$$Mm \geqslant n \tag{3}$$

O a doua condiţie este ca perechea (A, B) să fie controlabilă; în fine, o a treia condiţie este alegerea momentelor t_k astfel încît primele n ecuaţii din (2) să realizeze un sistem de n ecuaţii cu n necunoscute

$$F\bar{u} = -e^{At_f}x_0 \tag{4}$$

Se observă că numărul minim de paşi rezultă cînd

$$\text{rang } B = n \quad (m = n)$$

Într-adevăr, în acest caz este suficient un singur pas pentru a aduce sistemul în zero, ceea ce rezultă şi din (3). În ceea ce priveşte condiţia ca rang $F = n$, în funcţie de alegerea momentelor t_k, aci este suficient orice

procedeu de „eşantionare corectă". Din (4) rezultă că soluţia pentru comanda căutată $\bar{u}$ este unică pentru x_0 arbitrar; aceasta sugerează introducerea unui indice de controlabilitate care depinde de matricea pătrată

$$F^{-1}e^{At_f}$$

Această matrice depinde de alegerea momentelor t_k; pentru t_k dat ea este unic determinată. Introducem acum o normă concordantă cu (4) şi avem

$$\|\bar{u}\| \leqslant \|F^{-1}\| \cdot \|e^{At_f}\| \cdot \|x_0\|$$

Notăm

$$\nu = \|F^{-1}\| \cdot \|e^{At_f}\| \tag{5}$$

şi îl denumim indice de controlabilitate pentru diviziunea t_k. Observăm că dacă A este asimptotic stabilă atunci avem:

$$e^{At} \to 0$$

$$t \to \infty$$

Aşadar, dacă punem $t_f \to \infty$ rezultă la limită $\nu = 0$, ceea ce exprimă faptul că sistemul se duce în zero cu comanda nulă, ceea ce era evident aprioric. Dacă sistemul este stabil (dar nu asimptotic) atunci ν rămîne mărginit. În fine, dacă sistemul este instabil, pentru t_f mare ν poate lua valori mari, ceea ce înseamnă şi comenzi de amplitudine mare necesare pentru aducerea sistemului în zero, în timp finit. Observăm că indicele de controlabilitate, astfel definit, nu depinde de condiţiile iniţiale.

Să vedem acum dacă se poate stabili o legătură între alegerea diviziunii t_k şi indicele de controlabilitate, la t_f fixat. O posibilitate rezultă din calculul valorilor proprii ale matricelor din (5). După cum se ştie, pentru orice normă concordantă are loc relaţia

$$|\lambda| \leqslant \|e^{At_f}\|$$

unde λ reprezintă orice valoare proprie a matricei e^{At_f}. Notînd cu μ valorile proprii ale matricei F^{-1} rezultă

$$\nu \geqslant |\mu| \cdot |\lambda|$$

Aşadar indicele de controlabilitate este mărginit inferior de razele spectrale ale celor două matrice. Această constatare sugerează un studiu al alegerii diviziunii t_k în funcţie de raza spectrală a celor două matrice.

BIBLIOGRAFIE

1. *N. Racoveanu*, Automatica, Editura Militară, București, 1980
2. *N. Racoveanu*, Finite-time state construction and control A4-a Conferință de sisteme automate și informaționale în industrie, București, iunie, 1981

A Controllability Index

Considering a linear, constant, differential system (A, B) wih the initial value x_0, the problem of carrying the system to zero at a given time t_f is solved, using controls of Dirac-form. For the given time t_f, the controllability index is defined and some of its properties are discussed.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z. : 621.9 : 681.3.04/.06

ALGORITM PENTRU CALCULUL DURABILITĂȚII OPTIME A SCULELOR AȘCHIETOARE

A. OPREAN, C. MINCIU, I. CASMIR, C. TACORIAN *

Durabilitatea caracterizează construcția și exploatarea unei scule aşchietoare și reprezintă un parametru important al unei tehnologii. Stabilirea corectă a durabilității, în condițiile actuale a unor tehnologii avansate și a economisirii de materii prime și materiale precum și de energie, reprezintă un deziderat major.

Lucrarea se ocupă cu determinarea durabilității unei scule aşchietoare folosind un model matematic bazat pe teoria hipersuprafețelor din spațiul cu n dimensiuni.

În lucrare este prezentată metoda de determinare a durabilității sculelor aşchietoare, folosind un model matematic bazat pe teoria hipersuprafețelor de ordinul $n-1$ în spațiul cu n dimensiuni și algoritmul de calcul în vederea utilizării tehnicii moderne de calcul.

Durabilitatea (T), mărime ce caracterizează construcția și exploatarea unei scule aşchietoare, este influențată de o serie de parametri ce pot fi cuprinși în următoarele grupe :

— natura materialului de prelucrat, determinată prin rezistența la rupere (σ) sau prin duritate (HB);

— regimul de aşchiere determinat prin viteza de aşchiere ($v_{aş}$), avansul (s) și adîncimea de aşchiere (t);

— geometria funcțională a sculei reprezentată prin unghiul de degajare (γ), unghiul de aşezare (α), unghiul de atac ($\varkappa$), unghiul de înclinare (λ) și raza de racordare (r).

Teoria aşchierii stabilește că parametrii de mai sus influențează durabilitatea efectivă a sculei după legi politropice de forma (formă unitară, numai pentru parametrul p_i)

$$T(p_i) = \frac{C_{pi}}{p_i^{e_i}} \tag{1}$$

Manuscris primit la data de 6 iulie 1981
* Prof. dr. ing., Conf. dr. ing., Catedra Mașini unelte și scule ; Student, Student.

în care C_{pi} reprezintă o constantă;

p_i — parametrul de influenţă;

e_i — exponent politropic,

iar înglobînd toate influenţele într-o relaţie unică s-a ajuns la formula Time-Taylor a cărei expresie este

$$T = \frac{C_T}{\sigma^m v^z t^x s^y \gamma^{-\mu} \dots} \tag{2}$$

constanta C_T şi exponenţii politropici m, z, x ... fiind determinaţi pe o cale teoretico-experimentală de la caz la caz.

Relaţia Time-Taylor este incomodă şi gradul de precizie al determinărilor nu este deosebit de satisfăcător.

În momentul de faţă, dispunîndu-se de un aparat matematic şi o tehnică de calcul corespunzătoare, se poate îmbunătăţi precizia de determinare a durabilităţii efective a unei scule aşchietoare, model şi algoritm de calcul ce se vor dezvolta în cele ce urmează.

Se propune o metodă de calcul care va folosi valorile medii ale durabilităţii efective stabilite pe un număr mare de cazuri şi cu o precizie impusă, valori ce se vor găsi pe hipersuprafaţa $T = T(\sigma, v, t, s \dots)$, a cărei formă va fi determinată în final.

O primă problemă se referă la găsirea valorilor medii aritmetice ale durabilităţii $\bar{T}$. Pentru un parametru oarecare p_i (care poate fi σ, v, $t \dots r$) se fac o serie de n_i determinări experimentale păstrîndu-i pe ceilalţi constanţi, obţinîndu-se valorile funcţiilor unitare $T(p_{i1})_1 \dots n_i$ a cărei valoare medie este

$$\bar{T}(p_{i1}) = \frac{\Sigma T(p_{i1})1 \dots n_i}{n_i} \tag{3}$$

în condiţia restrictivă (din motive de precizie a determinărilor)

$$T(p_{i1})_k - T(p_{i1})_j < \varepsilon_{i1}$$

ε_{i1} reprezentînd o abatere limită impusă pentru determinare funcţie de parametrul p_1 care a luat valoarea de rang 1.

Păstrînd ceilalţi parametri constanţi ($p_1 \dots n - \{p_i\} = \text{const.}$) şi variind doar parametrul p_i, care va lua valorile p_{i2}, $p_{i3} \dots p_{in}$, procedîndu-se în mod analog, se determină valorile medii $\bar{T}(p_{i2})$, $\bar{T}(p_{i3}) \dots$ $\dots T(p_{in})$, puncte ce se vor găsi pe hipersuprafaţa ce dă funcţia complexă T şi care vor rezulta din intersecţia hipersuprafeţei T cu planele $p_1 \dots$ $\dots n - \{p_i\} = \text{const.}$

Pentru determinarea liniei $T = T(p_i)$ pe hipersuprafaţa $T =$ $= T(p_1 \dots n)$ se va folosi procedeul de interpolare al lui Lagrange, linia $T = T(p_i)$ avînd ecuaţia

$$T(p_i) = \frac{(p_i - p_{i2})(p_i - p_{i3}) \dots (p_i - p_{in})}{(p_{i1} - p_{i2})(p_{i1} - p_{i3}) \dots (p_{i1} - p_{in})} \bar{T}(p_{i1}) +$$

$$+ \frac{(p_i - p_{i1})(p_i - p_{i3}) \dots (p_i - p_{in})}{(p_{i2} - p_{i1})(p_{i2} - p_{i3}) \dots (p_{i2} - p_{in})} \bar{T}(p_{i2}) + \qquad (4)$$

$$\vdots$$

$$+ \frac{(p_i - p_{i1})(p_i - p_{i2}) \dots (p_i - p_{i(n-1)})}{(p_{in} - p_{i1})(p_{in} - p_{i2}) \dots (p_{in} - p_{i(n-1)})} T(p_i)_n$$

sau scrisă concentrat

$$T(p_i) = \sum_{j=1}^{n} \bar{T}(p_{ij}) \frac{\prod_{k=1}^{n-\{k\}} (p_i - p_{ik})}{\prod_{k=1}^{n-\{k\}} (p_{ij} - p_{ik})} \qquad (5)$$

În cazul de faţă parametrii p_i nu sînt altceva decît $p_1 = \sigma$, $p_2 = v$, $p_3 = t \dots p_7 = \varkappa$, $p_8 = r$, iar indicii $1 \dots k$ corespund valorilor particulare ce le capătă fiecare dintre ei cînd restul rămîn constanţi pentru cele n cazuri de încercări pentru care se determină valorile medii $\bar{T}$.

Relaţia (5) particularizată pentru cei opt parametri din teoria aşchierii determină relaţiile

$$T(\sigma) = \sum_{j=1}^{n_\sigma} \bar{T}(\sigma_j) \frac{\prod_{k=1}^{n_\sigma-\{k\}} (\sigma - \sigma_k)}{\prod_{k=1}^{n_\sigma-\{k\}} (\sigma_j - \sigma_k)}$$

$$T(v) = \sum_{j=1}^{n_v} \bar{T}(v_j) \frac{\prod_{k=1}^{n_v-\{k\}} (v - v_k)}{\prod_{k=1}^{n_v-\{k\}} (v_j - v_k)} \qquad (6)$$

$$\vdots$$

$$T(r) = \sum_{j=1}^{n_r} \bar{T}(r_j) \frac{\prod_{k=1}^{n_r-\{k\}} (r - r_k)}{\prod_{k=1}^{n_r-\{k\}} (r_j - r_k)}$$

Relaţiile (6) reprezintă curbe ce se găsesc pe hipersuprafaţa $T = T(\sigma, v, t, s, \dots r)$.

În felul acesta au fost determinate valorile durabilităţilor efective T_{ef} pentru fiecare parametru în parte care a căpătat valorile particulare

1, 2, ... n, cu alte cuvinte au fost determinaţi vectorii T_{ef1}, T_{ef2}, ... T_{ef9} a căror mărime este

$$\begin{aligned} T_{ef1} &= T[\bar{T}(\sigma_1), \bar{T}(v_1), \bar{T}(t_1) \ldots \bar{T}(r_1)] \\ T_{ef2} &= T[\bar{T}(\sigma_2), \bar{T}(v_2), \bar{T}(t_2) \ldots \bar{T}(r_2)] \\ T_{ef9} &= T[\bar{T}(\sigma_9), \bar{T}(v_9), \bar{T}(t_8) \ldots \bar{T}(r_9)] \end{aligned} \tag{7}$$

Asociind acestor vectori, vectorul de coordonate generale

$$T_{ef} = T[\bar{T}(\sigma), \bar{T}(v), \bar{T}(t) \ldots \bar{T}(r)] \tag{8}$$

ecuaţia hipersuprafeţei de rang 8 în spaţiul cu $n = 9$ dimensiuni rezultă din produsul mixt al celor zece vectori care poate fi scris sub forma determinantului :

$$\begin{vmatrix} T(\sigma) & T(v) & T(t) & \ldots & T(r) & T_{ef} & 1 \\ \bar{T}(\sigma_1) & \bar{T}(v_1) & \bar{T}(t_1) & \ldots & \bar{T}(r_1) & \bar{T}_{ef1} & 1 \\ \bar{T}(\sigma_2) & \bar{T}(v_2) & \bar{T}(t_2) & \ldots & \bar{T}(r_2) & \bar{T}_{ef2} & 1 \\ \vdots & & & & & & \\ \bar{T}(\sigma_9) & \bar{T}(t_9) & \bar{T}(t_9) & \ldots & \bar{T}(r_9) & \bar{T}_{ef9} & 1 \end{vmatrix} = 0 \tag{9}$$

Acest determinant reprezintă ecuaţia hipersuprafeţei ce dă durabilitatea efectivă a unei scule aşchietoare, suprafaţă pe care se vor găsi toate punctele corespunzătoare durabilităţii sculei pentru oricare din valorile parametrilor de influenţă.

Pentru relaţia (9) s-a stabilit un program de calculator care poate sta la îndemîna tehnologului uşurînd în mod substanţial operaţia de normare a durabilităţii şi ridicînd la un înalt nivel gradul de precizie.

Concluzii

a) Modelul propus, aparent laborios, este simplu de manevrat folosind tehnica modernă de calcul ;

b) Modelul propus este general şi deschis, se pot lua în considerare şi alţi parametri de influenţă ceea ce poate ridica gradul de precizie şi apropia funcţia de valorile reale ;

c) Impunînd o eroare ε se poate parcurge calea inversă de stabilire a preciziei determinărilor experimentale ;

d) Prin derivarea funcţiei (9) în raport cu fiecare variabilă în parte pot fi determinate extremele locale ale hipersuprafeţei care reprezintă chiar valorile durabilităţii optime legate de parametrii procesului de aşchiere.

Algorithm for Calculation of Cutting Tools Optimum Durability

Durability describes the construction and the use conditions of a cutting tool and represents an important size technology. To establish correctly the durability of a cutting tool in actual conditions of an up to date technology and materials and energy saving stands as an important objective of the research.

The present work deals with the determination of a cutting tool durability using a mathematical model based on hypersurfaces theory applied in the space with „n" dimensions.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z. : 532.5
621.24

CONTRIBUȚII LA CALCULUL HIDRODINAMIC AL ROTORULUI TURBOMAȘINILOR HIDRAULICE

Prof. emerit dr. docent ing. D. PAVEL, GH. ZIDARU, E. C. ISBĂȘOIU, N. VASILIU*

Lucrarea prezintă sintetic cîteva contribuții originale la calculul hidraulic al rotoarelor turbinelor hidraulice.

Pe baza ecuației de continuitate și a teoriei similitudinii s-a elaborat o metodă statistică sigură și expeditivă de dimensionare a turbinelor hidraulice.

Prin suprapunerea unor singularități situate într-o conductă circulară s-a alcătuit o metodă de calcul a spectrelor meridiane ale rotoarelor turbinelor hidraulice.

Pornind de la ipoteza curgerii relative pe suprafețe de curent sferice, s-a integrat ecuația hiperbolică cvasiliniară a suprafeței medii a palei rotorului Dériaz.

S-a determinat coeficientul de moment pentru rețelele de profile svelte și oarecare utilizabil în dimensionarea fusurilor palelor rotorice și statorice ale turbinelor axiale.

Calculul hidraulic al rotoarelor turbomașinilor implică în prezent parcurgerea următoarelor etape : dimensionarea din considerente hidrodinamice sau statistice ; determinarea spectrului hidrodinamic al mișcării neperturbate de paletaj ; rezolvarea problemei indirecte axial-simetrice și studiul mișcării fluidului prin rețele de profile situate pe suprafețe de revoluție.

Corespunzător acestor etape, în cadrul catedrei de Hidraulică și mașini hidraulice au fost elaborate metode de calcul pentru rotoarele turbinelor radial-axiale, diagonale și axiale. Prezenta lucrare cuprinde cîteva din aceste metode, expuse sintetic.

Manuscris primit la data de 9 iulie 1981

* Conf. dr. ing., Șef lucrări dr. ing. ; Șef lucrări dr. ing., Catedra Hidraulică

1. Dimensionrarea statistică a turbinelor

Metoda statistică de dimensionare, propusă de prof. D. Pavel, se bazează pe aplicarea ecuaţiei continuităţii în turbină şi deci scrierea oricărui diametru în turbină sub forma :

$$D_i = a_i(n_s) \cdot \sqrt{\frac{Q}{\sqrt{H}}} \tag{1}$$

în care $a_i(n_s)$ reprezintă coeficienţii de dimensionare, Q este debitul de calcul al turbinei, iar H este căderea de calcul a turbinei.

Pentru determinarea coeficienţilor $a_i(n_s)$ s-a analizat un număr mare de turbine Francis şi Kaplan, executate în întreaga lume după anul 1950, rezultînd expresiile şi curbele de variaţie din figura 1 [1, 2].

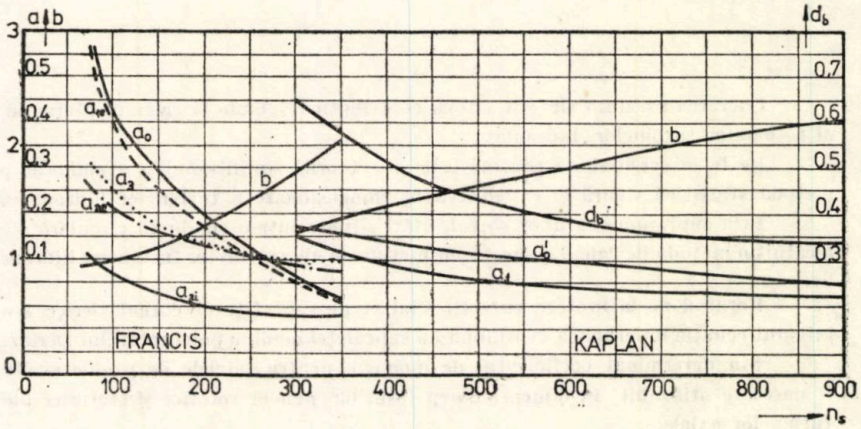


Fig. 1

Metoda statistică de dimensionare este o metodă comodă şi sigură. Aceasta reprezintă o aplicare repetată a metodei similitudinii şi are avantajul că nu necesită o documentaţie amplă ca metoda similitudinii.

2. Studiul mişcării neperturbate prin rotoarele turbomaşinilor

Integrarea ecuaţiei mişcării relative a fluidului depinde de ipoteza admisă asupra structurii cinematice a mişcării neperturbate.

Într-o primă aproximaţie, se poate considera fluidul ideal şi mişcarea prin rotor ca fiind potenţială şi axial-simetrică, adică

$$\vec{v}(z, r) = \nabla \Phi(z, r), \tag{2}$$

în care potenţialul vitezei $\Phi(r, z)$ este o funcţie armonică, adică $\Delta\Phi(z, r) = 0$. Deoarece ecuaţia lui Laplace este liniară se pot obţine soluţii ale acesteia prin superpoziţie (metoda singularităţilor). Dintre singularităţile

utilizabile în metoda superpoziției au fost studiate cele situate într-o conductă circulară, obținute ca o generalizare a expresiei date de H. Lamb pentru potențialul vitezei unei surse punctiforme plasată în axa unei conducte [2],

$$\Phi(r, z) = \pm \frac{Q}{2\pi} z - \frac{Q}{4\pi} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{e^{-\beta_i |z|}}{\beta_j^2 J_0^2(\beta_i)} J_0(\beta_i r), \tag{3}$$

în care Q este debitul sursei, J_0 și J_1 sînt funcțiile Bessel de speța întîi, și de ordinul zero, respectiv unu, iar β_j sînt soluțiile ecuației

$$J_1(\beta_i) = 0.$$

Prin suprapunerea acestor singularități și a unui curent de translație se pot obține spectre meridiane adecvate mișcării în orice tip de turbomașină.

În figura 2 se prezintă un spectru pentru o turbină Francis, obținut prin suprapunerea unor singularități dispuse într-o conductă circulară.

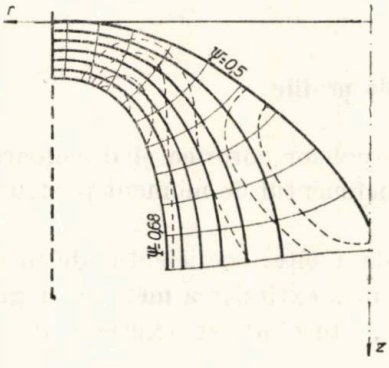


Fig. 2

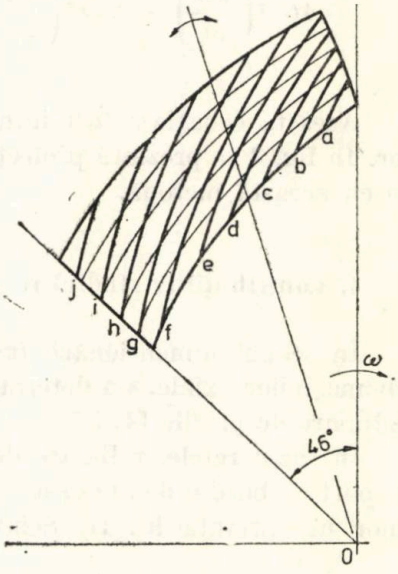


Fig. 3

3. Rezolvarea problemei indirecte axial-simetrice

În cadrul modelului cvasitridimensional al rotorului de turbomașină, suprafața medie a palelor $\varphi(z, r)$ este o suprafață integrală a unei ecuații hiperbolice cvasiliniare.

Pentru rotorul Dériaz, s-a admis [3] că mişcarea neperturbată se realizează pe suprafeţe de curent sferice corespunzătoare funcţiei de curent $\psi = C(r^2 + z^2)^{m/2}$, unde C este o constantă, iar m este un parametru care determină forma legii de variaţie a vitezei meridiane de-a lungul razei, $v_m = Cm\,(r^2 + z^2)^{m-2}/\sin\theta$. S-a considerat cazul variaţiei polinominale a coeficientului de contracţie x. S-a admis o muchie de intrare înclinată înainte, de forma unei elici conice de-a lungul căreia cuplul hidraulic creşte liniar spre profilul periferic. Forma scheletului acestuia a rezultat din legea analitică adoptată pentru cuplul hidraulic. Scheletul profilului periferic fiind o caracteristică a ecuaţiei hiperbolice, derivata $(\partial\varphi/\partial n)$ s-a determinat prin integrarea ecuaţiei hiperbolice de-a lungul acestei linii de curent. Pentru $x = 1$ şi $m = 2$, ecuaţia suprafeţei medii a palelor are forma:

$$2Cr^3\frac{\partial\varphi}{\partial r}\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} - Cr^2\left(r\frac{\partial\varphi}{\partial z} + z\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right) + 2Cr^2z\frac{\partial\varphi}{\partial z}\cdot\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2} + r^2\frac{\mathrm{d}H^*}{\mathrm{d}\psi} - 2C - \tag{4}$$

$$- 4Cr^2\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2 - 2Cr^2\left(\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)^2 - 2\omega r^2\frac{\partial\varphi}{\partial z} + 2Crz\frac{\partial\varphi}{\partial r}\frac{\partial\varphi}{\partial z} = 0$$

Această ecuaţie a fost integrată numeric prin metoda caracteristicilor. În fig. 3 se prezintă proiecţia paralelă a scheletului unei pale calculate cu această metodă.

4. Contribuţii la studiul reţelelor de profile

În scopul dimensionării fusurilor palelor rotorice şi directoare ale turbomaşinilor axiale, s-a determinat coeficientul de moment pentru reţelele liniare de profile [4, 5].

În cazul reţelelor liniare de profile zvelte, coeficientul de moment în raport cu bordul de atac s-a calculat prin extinderea metodei singularităţilor în varianta lui H. Schlichting, obţinîndu-se expresia în care:

$$C_m = C_{m01} + C_{m02} + 0{,}5\;C_p\cos\alpha_\infty \tag{5}$$

în care: α_∞ este incidenţa vitezei w_∞ faţă de coardă;

$$C_p = 2\pi\cos\alpha_\infty\,(0{,}5\,A_0 + 0{,}25\,A_1) \tag{6}$$

este coeficientul de portanță;

$$C_{m01} = -\frac{\pi}{\cos\alpha_\infty}\left(d_0 f_0 + 0{,}5\sum_{k=1}^{n} d_k f_k\right); \tag{7}$$

$$C_{m02} = -\frac{1}{\cos^2\alpha_\infty}\int_0^\pi \left[\frac{A_0}{2}(1+\cos\theta) + \sum_{l=2}^{n}\frac{A_{l-1}}{2}\sin(l-1)\theta\sin\theta\right]\cdot$$

$$\left[\frac{A_0}{2}w^*_{Gx0} + \frac{B_0}{2}w^*_{Qx0} + \sum_{k=2}^{n}(0{,}5\,A_{k-1}\,w^*_{Gx,k-1}) + 0{,}5\,B_k w^*_{Qxk}\right]\cos\theta\,d\theta. \tag{8}$$

Coeficienții d_0, d_k și f_0, f_k sînt dați ca funcții de A_0, A_l, B_0, B_l în [4], unde sînt explicate și notațiile.

Pentru rețelele de profile oarecare, coeficientul de moment se află cu metoda ecuațiilor integrale Fredholm de speța I și a doua [5], rezultînd expresia

$$C_m = -\frac{2\pi}{n}\sin^2\beta_\infty\,\bar{w}^2(k)[\bar{x}(2k-1)\bar{x}'(2k-1) + \bar{y}(2k-1)\bar{y}'(2k-1)]. \tag{9}$$

Rețelele circulare se studiază fie în planul fizic, fie cu ajutorul unei rețele liniare echivalente [4, 5]. Referindu-ne numai la o rețea circulară de profile subțiri și apropiate de spirale logaritmice, se obține condiția cinematică pe profilul rețelei liniare echivalente:

$$\left[\left(-\frac{\pi l}{2t}\sin\lambda + w^*_{Gx0}\right)\cos(\lambda+\beta) + \left(\frac{\pi l}{2t}\cos\lambda + 1 - w^*_{Gx0}\right)\sin(\lambda+\beta)\right]\frac{A_0}{2} +$$

$$+\left[\left(-\frac{\pi l}{4t}\sin\lambda + w^*_{Gx1}\right)\cos(\lambda+\beta) +\right.$$

$$\left.+\left(\frac{\pi l}{4t}\cos\lambda - \cos\theta - w^*_{Gy1}\right)\sin(\lambda+\beta)\right]\frac{A_1}{2} + \tag{10}$$

$$+\cos(\lambda+\beta)\sum_{k=2}^{n-1} w^*_{Gxk}\frac{A_k}{2} - \sin(\lambda+\beta)\sum_{k=2}^{n-1}(\cos k\theta + w^*_{Gyk})\frac{A_k}{2} =$$

$$= \left(\frac{R}{R_2}\right)^2\frac{1}{\delta}\sin\beta - \cos\beta + \sin\beta\,\mathrm{ctg}\,\alpha_1.$$

Notațiile și procedeul practic de calcul sînt date în [5].

BIBLIOGRAFIE

1. *Pavel, D.* ş.a., Turbine hidraulice şi echipamente hidroenergetice. Ed. didactică şi pedagogică Bucureşti, 1965.
2. *Isbăşoiu, E. C.*, Contribuţii la calculul gabaritelor şi parametrilor turbinelor de reacţiune, cu dezvoltarea hidrodinamicii axial-tubulare. Teză de doctorat, IPB, 1979.
3. *Vasiliu, N.*, Contribuţii la hidrodinamica rotoarelor radial-axiale ale turbomaşinilor. Teză de doctorat, IPB, 1976.
4. *Zidaru, Gh.*, Contribuţii la hidrodinamica reţelelor circulare de profile. Teză de doctorat IPB, 1971.
5. *Zidaru, Gh.*, Mişcări potenţiale şi hidrodinamica reţelelor de profile. Ed. Institutului Politehnic Bucureşti, 1979.

Contributions to Hydrodinamic Computation of the Hydraulic Turbine Runners

The paper presents in a brief mauner some contributions to hydrodinamics of the hydraulic turbine runners.

A new statistical method was devised for computing the mean dimensions of a hydraulic turbine, including those of the runners.

By superposing some new singularities in a circular pipe, it was elaborated a method for ploting the meridian streamlines of relative movement through the runners.

The hyperbolic quasi-linear equation of the mean blade surface was integrated for Dériaz runner, by assuming that the relative movement flow surfaces are spherical ones.

The moment coefficient for thin and thick airfoils in cascade was computed for sizing fixed and rotating blades shaft.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.: 681 :534.321.9

PROIECTAREA ȘI REALIZAREA UNEI INSTALAȚII DE PRELUCRARE CU ULTRASUNETE ÎN MECANICA FINĂ

TRAIAN DEMIAN, OCTAVIAN DONȚU, VALERIU RUȘEȚ *

Lucrarea se referă la studiile efectuate în Catedra de Mecanică fină din Institutul Politehnic București, cu privire la metodele de prelucrare în cîmp ultrasonor.

Au fost desprinse concluziile de ordin constructiv și tehnologic care au dus la realizarea unor instalații cu posibilități de prelucrare atît a maselor plastice, cît și a materialelor metalice și ceramice. A fost realizat un pistol manual cu puterea de 120 W.

Cercetările experimentale efectuate în ultima perioadă la Catedra de Mecanică fină din Isntitutul Politehnic București asupra parametrilor fundamentali ai instalațiilor elastice de frecvență ultrasonoră au condus la desprinderea unor concluzii de ordin constructiv și tehnologic care s-au concretizat în realizarea unor instalații de prelucrare cu ultrasunete.

Pentru realizarea unor parametri optimi în timpul executării de microprelucrări sau prelucrări de precizie, trebuie avută în vedere corelarea strînsă dintre puterea disipată de sononotrodă și amplitudinea ce poate fi înregistrată la vîrful ei. În majoritatea cazurilor specifice mecanicii fine, nu poate fi transmisă o energie ridicată la locul de prelucrare

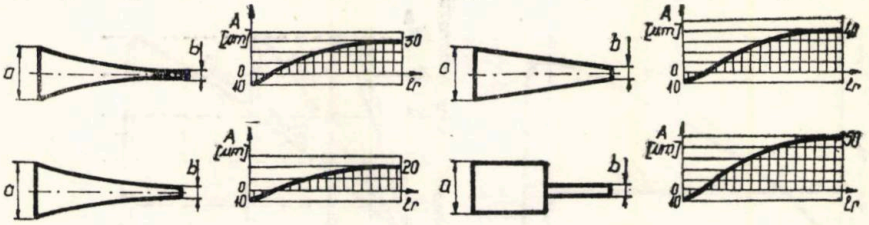


Fig. 1

datorită pericolului de distrugere a componentelor ansamblului ce se află în cîmp ultrasonor. Rezultă din necesitatea realizării unor amplitudini mari în condiții de putere scăzută pentru obținerea unor efecte similare în cadrul prelucrării (fig. 1).

Manuscris primit la data de 11 mai 1981
* Prof. dr. doc. ing. ; Șef lucrări ing. Catedra Mecanică fină ; Ing., I.C.P.A.E.A.

Dacă diagramele de amplitudine a sonotrodelor se prezintă ca în fig. 1, prin introducerea unui amplificator mecanic de amplitudine între rezonator şi sonotroda sculă, se constată o creştere apreciabilă de amplitudine (fig. 2).

În condiţiile realizării de amplificatoare (transformatoare) şi sonotrode sculă de lungimi egale cu jumătatea lungimii de undă a frecvenţei,

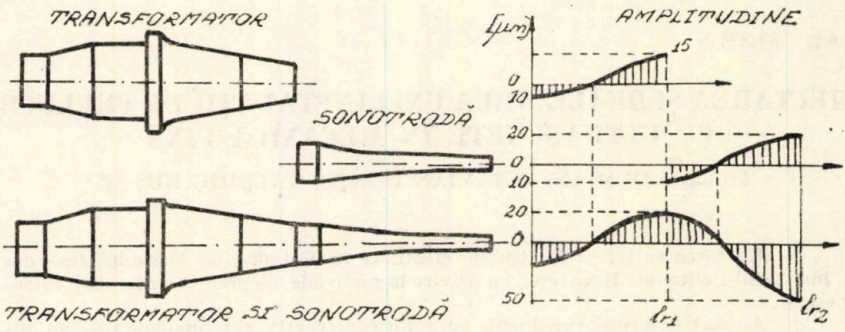


Fig. 2

excitatoare, treapta de amplificare nu trebuie să fie mai mare de 50% pentru a nu introduce în sistem unde perturbatoare.

O altă cerinţă foarte importantă este reprezentată de corelarea strînsă dintre energia aplicată şi amplitudinea obţinută la vîrful sonotrodei. Aşa cum rezultă din fig. 3, obţinerea unor parametri staţionari este dificilă, avînd în vedere plaja mică în care energia şi amplitudinea sculei prezintă valori optime. Este necesar ca, în timpul procesului de lucru, amplitudinea sonotrodei să rămînă constantă pe parcursul aplicării forţelor de presiune, indiferent de valoarea lor. Din acest punct de vedere, la proiectarea generatorului ultrasonor trebuie avută în vedere posibilitatea reglării automate a frecvenţei de excitaţie a sistemului sau posibili-

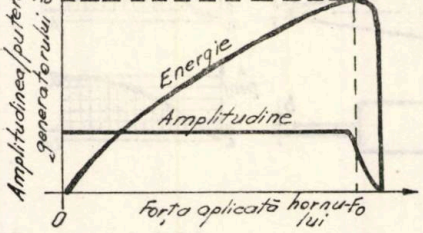


Fig. 3

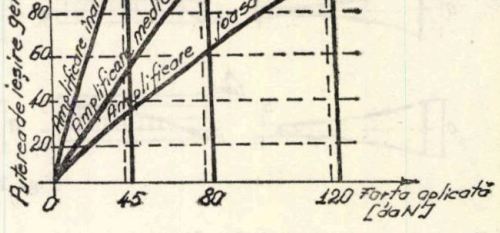


Fig. 4

tatea trecerii repetate prin frecvenţa de rezonanţă a sistemului în timpul aplicării forţei de contact.

O altă problemă a fost ridicată de stabilirea pragului limită de putere necesar aducerii la rezonanţă a sistemului constructiv dat. Astfel, dacă se utilizează sonotrode scule cu amplificatoare de amplitudine diferite

curba de răspuns caracteristică sistemului își va modifica parametrii. Rezultatul se concretizează în schimbarea relației dintre forța aplicată sculei și puterea exterioară a generatorului (fig. 4).

După studierea acestor probleme legate de construcția unei instalații de prelucrat ultrasonor, am trecut la efectuarea unui număr de experiențe în condiții și parametri de lucru diferiți, cu ajutorul unor standuri de probă. În urma efectuării acestor lucrări a rezultat o multitudine de condiții de ordin constructiv, care au permis ulterior realizarea unor instalații capabile să efectueze diverse prelucrări cu ajutorul energiei ultrasonore.

Astfel, au fost trase concluzii cu privire la calitatea prelucrării suprafeței sonotrodei, la stricta încadrare în lungimea impusă de frecvența de rezonanță, la modalitățile de cuplare a feritelor magnetostrictive de transformatori și a acestora de sonotrodele sculă, la timpii de aplicare a energiei ultrasonore, la materialele de execuție a sculelor, precum și asupra materialelor ce se pretează la astfel de prelucrări.

Frecvențele de lucru au fost de 19 800 Hz., 21 000 Hz și 48 000 Hz, obținute prin intermediul unor ferite tip I.C.E., care permit o densitate de energie de 2,5—3 W/cm^2.

Au fost realizate mai multe tipuri de cuplaje sonotrodă sculă — transformatori de amplitudine a căror variație a secțiunii a fost obținută cu ajutorul ecuațiilor ce definesc suprafețe conice, exponențiale, parabolice, Fourier.

Pentru simplificarea soluției constructive alese, am apelat la un generator de semnal calibrat și la un amplificator electronic de înaltă fidelitate.

Prima instalație realizată se caracterizează printr-o comandă electropneumatică a cursei sonotrodei, a controlului forței de contact și al timpului de aplicare al acesteia, precum și posibilitatea de schimbare a sculei. Reglarea treptelor de presiune, corespunzătoare forțelor de contact, se face din 2 în 2 daN în intervalul 0—20 daN, din 5 în 5 daN în intervalul 20—80 daN și din 10 în 10 daN în intervalul 80—120 daN valori amplificate mecanic de 1,5 ori.

Prin intermediul unui releu electronic se poate regla atît timpul de așteptare interoperațional (0—40 s), cît și timpul de aplicare al forței de contact (0,5—70 s), iar ciclul de lucru este automatizat prin intermediul unor relee electromagnetice și a unor piloți pneumatici.

Instalația poate realiza suduri de folii de metale, cît și de folii de mase plastice, datorită posibilității de așezare pe orizontală a capului de lucru.

A doua instalație realizată reprezintă un pistol de prelucrat manual, cu un cuplaj amplificator de amplitudine — sonotrodă sculă de tip dublu exponențial, lungimea celei de a doua trepte fiind corectată la lungime după frecvența de rezonanță. Cu acest pistol se pot executa suduri de mase plastice cu contur complex, prelucrări de mase plastice și sticlă, precum și nituiri metal-mase plastice.

Ambele instalații se pot cupla atît la un amplificator electronic de 40 W, cît și la unul de 120 W. La realizarea acestora s-a avut în vedere posibilitatea cuplării la ieșire a unor impedanțe cît mai scăzute, precum și obținerea unui semnal perfect sinusoidal într-o plajă cît mai largă de

frecvențe. Am obținut ieşiri de 4 şi o plajă de frecvență a semnalului sinusoidal de 20—55 000 Hz la varianta de 40 W, respectiv 2 şi 10—30 000 Hz la varianta de 120 W.

O altă problemă studiată a fost cea a stabilirii gradului de nocivitate a acestui procedeu de prelucrare. Din documentarea întreprinsă a rezultat faptul că la aceste frecvențe de lucru, sub un nivel de 80 dB nu există nici un pericol real pentru cel care deserveşte instalația.

Metoda de prelucrare în cîmp ultrasonor, fiind aplicabilă în special materialelor greu prelucrabile în condiții normale, are mari perspective de dezvoltare în tehnologiile de vîrf ale viitorului.

BIBLIOGRAFIE

1. *M. Adithan, V. C. Venkatesh,* Analysis of specific performance features of an ultrasonics boring jig. Departement of Mechanical Engineering, Indian Institute of Technology. Madras, India.
2. *D. Leven,* Ultrasonics Welding „push-pull" of sound generator and support — Ultrasonics, sept. 1974.
3. *A. P. Hulst,* Macrosounds in industry, Ultrasonics, nov. 1972.

Processing Installation Based on Ultrasounds in Fine Mechanics

The work is referring to the studies efectuated at the Board of Fine Mecanics from the Politechnical Institute from Bucharest, regarding to the processing methods in ultrasonic field.

It were depicted conclusions as regards to the construction, which led to the implementation of an installation having the possibilities of processing both plastics and materials made of metal and keramics.

It was accomplished, too, a manual pistol with a power of 120 Watts.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.: 621.18 :662.921

CERCETĂRI TEORETICE ȘI EXPERIMENTALE DE ARDERE A LIGNIȚILOR, CU SUPORT TERMIC OBȚINUT DE LA GAZ DE GAZOGEN

M. POSTELNICESCU, N. PĂNOIU, I. IORDACHE, C. NEAGA, L. MIHĂESCU *

Lucrarea prezintă o serie de cercetări privind posibilitatea preluării unei părți din hidrocarburile de suport termic a unei flăcări de praf de cărbune prin gaz de gazogen.

1. Scopul cercetării; combustibilul utilizat

Cercetările au avut drept scop determinarea posibilității de reducere a cantității de hidrocarburi utilizată pentru suportul termic al flăcării obținute de la un gaz de gazogen.

Gazul de gazogen a fost produs tot din lignit, într-o instalație de tip Lurgi fără presiune, utilizîndu-se drept agent de oxidare aerul.

Calitatea lignitului utilizat atît pentru gazeificare, cît și în cursul procesului de ardere este prezentată în tabelul 1.

Tabelul 1

Lignitul	Umiditatea totală, W_t^i; %	Cenușa A^i, %	Volatile V^{mc}, %	Puterea calorică inferioară, Q_i^i, kcal/kg
proba I	35,10	36,80	59,80	1360
proba II	33,60	29,80	59,10	1910
proba III	25,30	42,50	58,80	1570

Gazul de gazogen obținut a avut o putere calorică medie cuprinsă între 960—1060 kcal/m_N^3. Temperatura de intrare la arzătorul focarului în medie fiind de 50°C, pentru o suprapresiune la arzător de circa 30—40 mm H_2O.

Manuscris primit la data de 1 iulie 1981

* Prof. dr. ing.; Conf. dr. ing.; Conf. dr. ing.; Șef lucrări dr. ing.; Șef lucrări ing., Catedra Cazane și turbine cu abur și gaze

2. Focarul experimental utilizat; măsurătorile efectuate

Pentru studiul arderii s-a folosit focarul experimental pentru arderea combustibililor solizi sub formă pulverizată de la catedra „Cazane şi turbine", de la Inst. Politehnic Bucureşti. Focarul este ecranat cu ţevi de răcire, el fiind echipat cu o instalaţie de măcinare cu insuflare directă

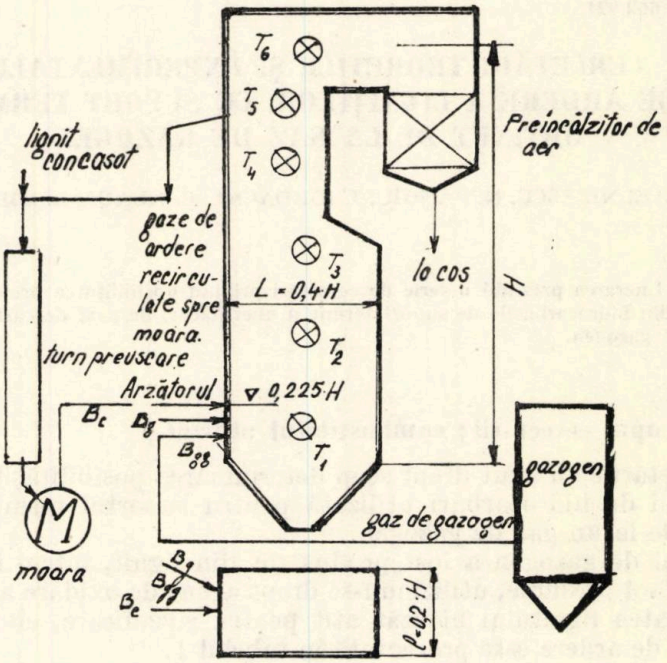


Fig. 1 — Elementele constructive ale focarului experimental combustibililor pentru arderea solizi pulverziaţi

B_c — èbit de combustibil solid
B_g — debit de gaz natural
B_{gg} — debîtul de gaz de gazogen
T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, puncte de măsurare al temperaturii în lungul focarului

cu turn de preuscare şi moară ventilator cu debitul B_c, de 200 kg/h pentru un lignit cu o putere calorică inferioară de 1750 kcal/kg. Pentru pornire şi suport termic, focarul utilizează gazul natural, el fiind echipat cu un arzător de gaz natural (Bg) din reţeaua oraşului, ce poate realiza un debit de pînă la 40 m³/h, schiţa focarului fiind prezentată în fig. 1.

Focarul a fost echipat cu un arzător de praf de combustibil solid cu fante, în varianta „cu flacără plată" [1], el cuprinzînd în principiu două fante incidente la un unghi de 8°, acest arzător fiind ales pentru calităţile lui privind reglajul traiectoriei jeturilor, penetraţia scurtă şi mai buna omogenizare a jetului rezultant.

Pentru cercetările întreprinse, focarul a fost echipat cu un arzător special construit, ce a permis introducerea unui debit de gaz natural de pînă la 35 m^3 N/h și în paralel și a unui debit de gaz de gazogen (*Bgg*) de pînă la 150 m^3/h, în funcție de capacitatea gazogenului. Alimentarea arzătorului de gaz de gazogen s-a făcut numai pe baza suprapresiunii de gazeificare.

În cursul experimentărilor, s-a măsurat debitul de cărbune, debitul de gaz natural și de gaz de gazogen, temperatura în șase puncte în lungul focarului cu ajutorul unor termocuple cu aspirație, gradul de reținere a zgurii în focar, pierderile de căldură prin ardere incompletă din punct de vedere chimic și mecanic și gradul de recirculare de gaze de ardere în cadrul sistemului de măcinare. Permanent, cromatografic s-a determinat și compoziția gazului de gazogen și puterea sa calorică.

3. Rezultatele experimentărilor

Pentru început, fiecare din cele trei probe de lignit a fost ars în focar numai cu ajutorul gazului natural, determinîndu-se aportul caloric minim de combustibil auxiliar pentru stabilitatea arderii.

În partea a doua a experimentărilor, s-a redus treptat debitul de combustibil gazos natural, restul de căldură fiind obținut prin arderea gazului de gazogen.

Debitul de cărbune în cursul experimentărilor a fost cuprins între 75—150 kg/h, el fiind impus de capacitatea de uscare a instalației de măcinare. Astfel umiditatea ridicată a lignitului de calitatea I, a limitat sarcina morii la 75 kg/h, sarcină ce a putut fi mărită la 120 kg/h la proba II și la 150 kg/h la proba III.

În tabelul 2 se prezintă rezultatele procesului de ardere pentru cazul celor trei probe studiate, pentru cazul aportului minim de combustibil gazos de aport (gaz natural și gaz de gazogen).

Tabelul 2

Proba	Finețea de măcinare R_{90} %	Proporție aer. pr./ aer total	Fine focar		q_m %	q_{ch} %	q_{rf} %	q_f kcal/m^3h
			CO_2, %	O_2, %				
I	35—49	0,48	8,6	5	4,72	2,1	0,003	35000
II	20—25	0,50	11,6	7—7,5	1,46	2,1	0,002	43000
III	25—29	0,53	12	7,6	2,45	2,0	0,004	46000

Cu q_m s-a notat pierderea prin ardere incompletă din punct de vedere mecanic, cu q_{rf} pierderea prin entalpia reziduurilor evacuate din focar (datorită entalpiei zgurii la evacuare), cu q_{ch} prin ardere incompletă din punct de vedere chimic, iar cu q_f încărcarea termică a volumului focarului.

Pentru proba I, prin utilizarea gazului de gazogen s-a obţinut o reducere cu 22,80 % a consumului de hidrocarburi, cu circa 18 % pentru proba II şi III.

Nu s-au remarcat diferenţe asupra capacităţii de aprindere a norului de particule la trecerea de la combustibilul de aport gaz natural la amestecul gaz natural-gaz gazogen, lucru evidenţiat prin cîmpul de temperaturi din focar şi prin nearsele din punct de vedere mecanic şi chimic. Acest fenomen a fost studiat şi analitic, prin analiza capacităţii particulelor de a se aprinde în mediul gazos şi termic dat de arderea gazului de gazogen (sistemul de ecuaţii fiind rezolvat cu ajutorul unui calculator electronic), studiu ce a confirmat rezultatul experimentărilor, că nu apar diferenţe sensibile faţă de cazul utilizării hidrocarburilor clasice.

Concluzii

Cercetările teoretice efectuate au arătat o diferenţă mică între timpul de aprindere a combustibilului solid la folosirea gazului natural şi gazului de gazogen.

Lucrarea prezintă rezultatele primelor verificări experimentale întreprinse în scopul înlocuirii hidrocarburilor necesare stabilităţii flăcării combustibililor solizi inferiori pulverizaţi la cazanele de abur cu gaz de gazogen. În această primă etapă s-au înlocuit parţial hidrocarburile de suport termic, limitare ce a apărut datorită capacităţii mai mici a gazogenului în raport cu cea a focarului experimental.

BIBLIOGRAFIE

1. *Postelnicescu, M.* ş.a., Cercetări teoretice şi experimentale în vederea construirii unui arzător de praf de combustibil solid cu impact de jeturi (cu flacără plată), Bul. IPB Seria Mecanică nr. 3, 1981.

Theoretische und experimentale Untersuchungen über die Verbrennung von braun kohle mit Zusatz vom gazogengaz

Die arbeit zeigt eine Reihe von Versuchen uber die Verwendung der Gaze vom Gasgenerator als Zusatz fur die Verbrennung der Brennstofe.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.: 66.02
621.642
539.3

CONCENTRĂRI DE EFORTURI UNITARE ÎN DOMENIUL ELASTOPLASTIC DE SOLICITARE

MIHAIL RENERT *

O relație binecunoscută, formulată de H. Neuber, leagă coeficientul de concentrare a eforturilor unitare din domeniul elastic de solicitare, α_k, de coeficientul de concentrare α_σ și de cel de intensificare a deformațiilor, α_ε, din domeniul elastoplastic, pentru aceeași configurație geometrică. Utilizîndu-se un model matematic pentru curba $\sigma - \varepsilon$ în acest din urmă domeniu se arată că, aici, valorile maxime ale eforturilor unitare și cele maxime ale deformațiilor pot fi corelate prin intermediul valorilor α_k. Un exemplu cifric din domeniul recipientelor sub presiune, arată utilitatea acestui mod de abordare a problemei.

Pentru a cuprinde în studiul problemei concentrărilor de eforturi unitare — a cărei importanță deosebită pentru întreaga construcție de mașini este cunoscută — și solicitările și deformațiile în domeniul elastoplastic, se dovedește deosebit de utilă relația lui H. Neuber [1, 2]

$$\alpha_k^2 = \alpha_\sigma \cdot \alpha_\varepsilon, \tag{1}$$

formulată de autorul ei după cum urmează: „Media geometrică a coeficientului de concentrare a eforturilor unitare, α_σ și a coeficientului de intensificare a deformațiilor, α_ε, pentru orice tip de dependență efort unitar — deformație (inclusiv dependență neliniară) este egală cu coeficientul de concentrare, α_k, pentru comportare liniar — elastică (Hooke)". H. Neuber a arătat, că teoria dedusă pentru starea de forfecare plană, este susceptibilă a fi generalizată, cu aproximare bună, la stări plane sau spațiale de eforturi unitare. Aplicată într-un caz concret, pentru zona racordului unui recipient sub presiune, supus tensometrării, relația s-a confirmat [3]. În relația (1) intervin, așadar, mărimile

$$\alpha_\sigma = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{ref}} \text{ și } \alpha_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{max}}{\varepsilon_{ref}} \tag{2}$$

Coeficientul de concentrare a eforturilor unitare, rezultă prin raportarea valorii maxime a eforturilor unitare, σ_{max}, *după intrarea în curgere a zonei respective*, la efortul unitar de referință, σ_{ref}, pentru solicitare în domeniul

Manuscris primit la data de 23 iulie 1981
* Prof. consultant, Catedra utilaj tehnologic chimic

elastic (efort unitar membrană sau efort unitar echivalent, calculat pentru starea de membrană, în cazul recipientelor sub presiune). Coeficientul de intensificare a deformaţiilor, α_ε, rezultă prin raportarea deformaţiei totale, elastoplastice, la deformaţia de referinţă, corespunzînd eforturilor unitare σ_{ref}.

S-a menţionat că, după caz, calculul se efectuează pentru starea simplă sau pentru cea compusă de solicitare. Deoarece $\varepsilon_{ref} = (\sigma_{ref}/E)$, unde E este modulul de elasticitate al materialului, se obţine din relaţiile (1) şi (2)

$$\alpha_k^2 = \alpha_\sigma \frac{\varepsilon_{max}}{\sigma_{ref}/E} = \frac{E}{\sigma_{ref}^2} \sigma_{max} \cdot \varepsilon_{max}$$

sau

$$\sigma_{max} \cdot \varepsilon_{max} = \alpha_k^2 \frac{\sigma_{ref}^2}{E} \tag{3}$$

Deoarece pentru o situaţie dată, valorile α_k, σ_{ref} şi E sînt cunoscute urmează că relaţia

$$\sigma_{max} \cdot \varepsilon_{max} = \text{const.} \tag{3 bis}$$

ce decurge din relaţia (3), este ecuaţia unei hiperbole, în coordonate σ_{max}, ε_{max}. Este necesar acum să se considere un model matematic pentru curba $\sigma - \varepsilon$ din domeniul plastic (neliniar), cînd $\sigma > R_c$ (R_c — limita de curgere a materialului, considerată egală cu limita de proporţionalitate). Se apreciază că modelul propus de A. Troost [4], care aproximează satisfăcător realitatea, este adecvat scopului urmărit aici. El are forma

$$\frac{\sigma}{R_c} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} - K\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} - 1\right)^{\frac{2}{1-K}}, \tag{4}$$

unde $\varepsilon_c = (R_c/E)$ este lungirea relativă corespunzînd limitei de curgere şi

$$K \approx 2 - \left(\frac{\sigma}{R_c}\right)_{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}=2} \tag{5}$$

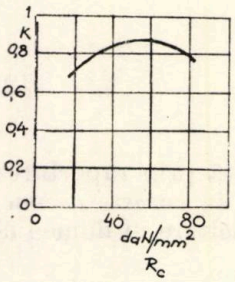


Fig. 1

este factorul de plasticitate, ce reprezintă o măsură pentru capacitatea de deformare plastică a unui material. Figura 1 [4] redă evoluţia valorilor K cu valoarea limitei de curgere, R_c, a oţelurilor. Scriind pentru mărimile σ şi ε din relaţia (4), σ_{max} şi respectiv ε_{max}, se va lucra cu relaţia

$$\frac{\sigma_{max}}{R_c} = \frac{\varepsilon_{max}}{\varepsilon_c} - K\left(\frac{\varepsilon_{max}}{\varepsilon_c} - 1\right)^{\frac{2}{1+K}}. \tag{6}$$

Relațiile (3 bis) și (6) constituie sistemul de ecuații ce permite determinarea mărimilor σ_{max} și ε_{max} ale problemei elastoplastice, cunoscute fiind valorile σ_{ref}, E și α_k ale domeniului elastic. Se precizează că relațiile (3 bis) și (6) sînt valabile pentru cazul unor *deformații elastoplastice mici* [4]:

$$\left.\begin{aligned} &\sigma_{max} \geqslant R_c; \\ &1 \leqslant (\varepsilon_{max}/\varepsilon_c) \leqslant 3{,}5. \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

La limită, cînd $\sigma_{max} = R_c$ și $\varepsilon_{max} = \varepsilon_c$, se obține situația corespunzînd limitei de curgere. Pentru fixarea ideilor, se consideră oțelurile cu grăunte fin, larg utilizate în construcția recipientelor sub presiune, în gama valorilor $R_c = 250 \ldots 350$ MN/m^2. În acest interval, cu $K = 0{,}7 \ldots 0{,}8$ (fig. 1), se poate considera în medie $K \approx 0{,}75$ și în limitele unor erori de sub 10%, pentru termenul exponențial din relația (6),

$$[2/(1 + K)] \approx 1,$$

ceea ce înseamnă că relația devine liniară:

$$\frac{\sigma_{max}}{R_c} = \frac{\varepsilon_{max}}{\varepsilon_c} - K\left(\frac{\varepsilon_{max}}{\varepsilon_c} - 1\right). \tag{8}$$

Considerînd că, la proiectare, se calculează cu coeficientul de siguranță raportat la limita de curgere $c_c = 1{,}5$, adică

$$\sigma_{ref} = (R_c/1{,}5), \tag{9}$$

relația (3) se poate scrie

$$\sigma_{max} = \alpha_k^2 \cdot \frac{R_c}{1{,}5^2} \cdot \frac{1}{\varepsilon_{max}/\varepsilon_c}$$

sau

$$\frac{\sigma_{max}}{R_c} = \frac{\alpha_k^2}{1{,}5^2} \cdot \frac{1}{\varepsilon_{max}/\varepsilon_c}, \tag{10}$$

iar relația (8), pentru cazul examinat,

$$\frac{\sigma_{max}}{R_c} = \frac{\varepsilon_{max}}{\varepsilon_c} - 0{,}75\left(\frac{\varepsilon_{max}}{\varepsilon_c} - 1\right). \tag{11}$$

Intersecția dreptei trasate conform relației (11) cu hiperbola trasată conform relației (10), pentru σ_{max}/R_c în funcție de $\varepsilon_{max}/\varepsilon_c$, dă valorile σ_{max} și ε_{max} căutate, așa cum rezultă din figura 2, unde α_k s-a considerat parametru. Principial, rezolvarea grafică a ecuațiilor (10) și (11) a fost menționată de H. Zenner în 1976 [5]. Tabelul 1 redă valorile $\varepsilon_{max}/\varepsilon_c$, σ_{max}/R_c și $\alpha_\sigma = (\sigma_{max}/\sigma_{ref}) = (\sigma_{max}/R_c/1{,}5)$ astfel obținute.

Atenuarea vîrfurilor de efort unitar, datorită intrării în curgere locală, deci micşorarea coeficientului de concentrare α_k la α_σ, rezultă cu toată claritatea din tabel.

Se fac, în concluzie, următoarele observaţii importante :

1) Evaluarea corectă a nivelului concentrărilor de eforturi unitare şi a

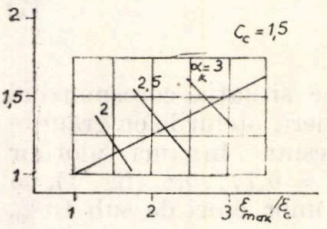


Fig. 2

Tabelul 1

Atenuarea vîrfului de efort unitar local, datorită intrării în curgere

α_k	2	2,5	3
$\varepsilon_{max}/\varepsilon_c$	1,60	2,17	2,75
σ_{max}/R_c	1,15	1,30	1,45
α_σ	1,73	1,95	2,17

* $C_c = 1,5$

deformaţiilor plastice eventuale, corespunzătoare, este esenţială pentru întreaga construcţie de maşini. În domeniul special al recipientelor sub presiune, limita vîrfurilor de efort unitar la nivelul *aparent* de 2 R_c^* asigură evitarea deformaţiilor elastoplastice ciclice (alternante), la fiecare ciclu de sarcină [6]. Aceasta corespunde, de altfel, şi prescripţiilor codului A.S.M.E.

2) Rezistenţa la oboseală oligociclică — mod de solicitare caracteristic unora dintre recipientele industriei chimice — este condiţionată, în esenţă, de nivelul deformaţiei plastice [7].

3) Intrarea în curgere locală poate contribui la acentuarea fenomenului de coroziune.

BIBLIOGRAFIE

1. *Neuber, H.*, Trans. ASME, Ser. E, J. Appl. Mech., 28, nr. 4, 1961, p. 554.
2. *Neuber, H.*, Konstruktion, 9, nr. 7, 1957, p. 271—278.
3. *Renert, M.* ş.a., Rev. de chimie, 2 nr. 2, 1978, p. 169—174.
4. *Troost, A.*, Konstruktion, 9, nr. 7, 1957, p.
5. *Zenner, H.*, VDI-Berichte, nr. 268, 1976, p. 101—112.
6. *Renert, M.*, Rev. de chimie, 29, nr. 1, 1978, p. 85—88.
7. *Renert, M.*, Bulet. ISCIR, nr. 4, 1978, p. 413—420.

Stress Concentrations in the Elastoplastic Range

A well known formula, proposed by H. Neuber, links the stress concentration factor α_k in the elastic range, with the stress concentration factor α_σ and the strain intensification factor α_ε in the elastoplastic range, for the same shape. Using a mathematical model for the $\sigma - \varepsilon$ diagram in the plastic range, it is possible to correlate the maximum stress — and strain — values upon the values of α_k. An example regarding pressure vessels demonstrates the usefulness of this approach.

* Aceasta corespunde la $\alpha_k = 3$, dacă se consideră coeficientul de siguranţă $c_c = 1,5$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.: 631.31:621.5

CONTRIBUȚII LA STUDIUL SISTEMELOR PNEUMATICE DE SEPARARE A SEMINȚELOR

M. SEGĂRCEANU *

În lucrare se prezintă metodele de calcul a traiectoriilor și a celorlalte elemente ale mișcării, semințelor în curentul de aer din camerele și canalele de separare ale mașinilor și instalațiilor agricole de prelucrare a semințelor. Programul de calcul realizat permite studiul mișcării componentelor unui amestec de semințe în oricare din situațiile întîlnite în construcția sistemelor de curățire și separare a semințelor și în consecință determinarea formei, dimensiunilor și a regimurilor de lucru ale acestora.

1. Introducere

Printre cele mai răspîndite și mai eficiente sisteme de curățire și sortare a semințelor, utilizate la mașinile și instalațiile agricole, sînt sistemele combinate formate din ventilator și site.

Una din problemele ce se impune a fi soluționată, în vederea calculului și proiectării acestor sisteme, o constituie mișcarea particulelor amestecului (format din semințele culturii principale, semințe străine și impurități), în curentul de aer, generat de ventilator.

Rezolvarea acestei probleme este deosebit de dificilă deoarece particulele, ale căror mișcări se studiază, au mase, forme și dimensiuni diferite, o mișcare (în special de rotație) dezordonată în curentul de aer și în cazul unor concentrații mari, se influențează reciproc. Pe de altă parte chiar în condițiile adoptării unor ipoteze simplificatoare calculul analitic necesită un foarte mare volum de timp.

Aceste considerente au făcut ca, pînă în prezent, în calculul și proiectarea sistemelor de curățire, separare și sortare a semințelor, să predomine metodele empirice.

După cum se știe, două componente ale unui amestec de semințe se separă într-un curent de aer uniform (viteza curentului este, în orice moment aceeași pe toată secțiunea canalului), cu atît mai bine cu cît diferența între vitezele de plutire ale componentelor este mai mare.

Manuscris primit la data de 23 iulie 1981
* Prof. dr. ing., Catedra Mașini agricole

Din păcate, în foarte multe cazuri, componentele unui amestec au viteze de plutire foarte apropiate şi uneori extremele (valorile minime ale unei componente şi cele maxime ale celeilalte) coincid [1].

Totuşi şi în aceste cazuri, ar fi extrem de util să se cunoască traiectoriile şi zonele de cădere pe site, ale seminţelor normale, ale amestecului de seminţe şi impurităţi şi ale impurităţilor.

Răspîndirea, în ultimul deceniu, a mijloacelor moderne de calcul face posibil studiul mişcării componentelor unui amestec în curentul de aer şi în consecinţă, dimensionarea corespunzătoare a sistemelor de curăţire, separare sortare şi reglarea optimă a regimului de lucru a acestora.

2. Ipoteze de lucru

În faza actuală a cercetării, considerăm că separarea componentelor unui amestec de seminţe se face în camere (canale) „închise" (curentul de aer este limitat de pereţii acestora).

— Viteza curentului de aer se consideră constantă în orice moment şi în orice secţiune * a camerii, perpendiculară pe direcţia mişcării curentului.

— Viteza de plutire a fiecărei componente a amestecului se consideră de asemenea constantă.

— Concentraţia amestecului (particule materiale şi aer) fiind mică, se neglijează influenţa reciprocă a particulelor.

3. Studiul mişcării particulei materiale în curentul de aer

Se consideră mişcarea unei particule (seminţe, etc.) într-un canal vertical în care aerul se deplasează, cu viteza $\overline{V}_a$, de jos în sus.

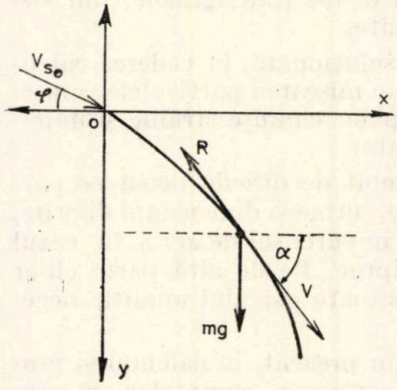


Fig. 1

Seminţele se introduc în canalul de separare din exterior cu o viteză iniţială ($\overline{V}_{s0}$) sub un unghi φ, faţă de orizontală (fig. 1). Se consideră un sistem ortogonal, mobil de axe XOY, care se mişcă împreună cu aerul.

În aceste condiţii vom avea :

$$m\ddot{x} = -R\cos\alpha\,;\quad m\ddot{y} = mg - R\sin\alpha \qquad (1)$$

în care :

m — masa particulei ;

g — acceleraţia gravitaţiei ;

$R = CA_p\rho V^2$ — rezistenţa aerodinamică a particulei ;

C — coeficient de rezistenţă aerodinamică ;

A_p — aria secţiunii opuse de particulă curentului de aer ;

ρ — densitatea aerului ;

* În general sistemele pneumatice de curăţire, separare şi sortare a seminţelor lucrează la presiuni mici şi la temperatura mediului ambiant, în consecinţă aerul se consideră ca un fluid incompresibil. [3]

V — viteza relativă a particulei față de curentul de aer ($\bar{V} = \bar{V}_s - \bar{V}_a$);

α — unghiul pe care-l face viteza $\bar{V}$ cu orizontala.

În condițiile în care particula rămîne în echilibru dinamic în canalul de aer avem:

$$R = mg = CA_p \rho V^2 \tag{2}$$

În aceste condiții, viteza absolută a particulei (semințe) $\bar{V}_s = 0$ și $\bar{V}_a = \bar{V}_p$.

În care V_p — viteza de plutire a particulei a cărei expresie este

$$V_p = \sqrt{\frac{mg}{CA_p \rho}} \tag{3}$$

Simplificînd cu m și avînd în vedere expresia (2) sistemul (1) devine

$$\ddot{x} = -\frac{g}{V_p^2} V^2 \cos\alpha; \quad \ddot{y} = g - \frac{g}{V_p^2} V^2 \sin\alpha \tag{4}$$

Sistemul de ecuații (4) se rezolvă aplicînd metoda lui Euler folosită în balistica exterioară [2, 3] și anume, se trece de la argumentul t, la argumentul α și după o serie de operații se obține următorul sistem de patru ecuații de ordinul 1.

$$\frac{dV_x}{d\alpha} = -\frac{V_x^3}{V_p^2 \cos^3\alpha} \quad (5); \qquad \frac{dx}{d\alpha} = \frac{V_x^2}{g \cos^3\alpha} \quad (6);$$

$$\frac{dy}{d\alpha} = \frac{V_x^2 \operatorname{tg}\alpha}{g \cos^2\alpha} \quad (7); \qquad \frac{dt}{d\alpha} = \frac{V_x}{g \cos^2\alpha} \quad (8);$$

Expresia (5) reprezintă ecuația hodografului vitezei a cărei soluție este:

$$V_x = \frac{V_p^2}{[\varphi(\alpha_i) + \varphi(\alpha)]} \tag{9}$$

în care:

$$\varphi(\alpha_i) = \frac{V_p^2}{V_{x_0}^2} - \left[\frac{\sin\alpha_0}{\cos^2\alpha_0} + \ln\left|\frac{1+\sin\alpha_0}{\cos\alpha_0}\right|\right]; \quad \varphi(\alpha) = \frac{\sin\alpha}{\cos^2\alpha} + \ln\left|\frac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha}\right|;$$

Relația (9) permite determinarea componentei orizontale (V_x) și a vitezei ($V = V_x/\cos\alpha$) a particulei. Pentru determinarea celorlalte elemente ale traiectoriei particulei, se determină spațiul parcurs de către aceasta. Astfel avînd în vedere ecuația (8) putem scrie:

$$\frac{ds}{d\alpha} = \frac{ds}{dt} \cdot \frac{dt}{d\alpha} = V \frac{V_x}{g \cos^2\alpha} = \frac{V_x^3}{g \cos^3\alpha}.$$

Separînd variabilele în ecuaţia (5) şi înlocuind în expresia de mai sus, după separarea, şi aici, a variabilelor, obţinem ecuaţia :

$$ds = \frac{V_x^2}{g} \cdot \frac{d\alpha}{\cos^3 \alpha} = -\frac{V_p^2}{g} \cdot \frac{dV_x}{V_x} \tag{10}$$

care integrată, în limitele impuse de condiţiile iniţiale ($t = 0$, $V_s = V_{s0}$) şi finale ($t = t_k$, $V_s = V_{sk}$) ne conduce la expresia :

$$S = \frac{V_p^2}{2g} \ln \left| \frac{V_{x0}^2}{V_p^2} [\varphi(\alpha_i) + \varphi(\alpha)] \right| \tag{11}$$

Celelalte elemente ale traiectoriei se determină prin integrarea ecuaţiilor :

$$dx = \cos\alpha \, ds ; \; dy = \sin\alpha \, ds ; \; dt = \frac{ds}{V} ;$$

Pentru trasare, traiectoria se presupune constantă şi se divide prin punctele $P_1, P_2, \ldots P_k, P_{k+1} \ldots$ astfel încît variaţiile vitezei şi ale unghiului α, de la un segment la altul, să fie foarte mici (fig. 2).

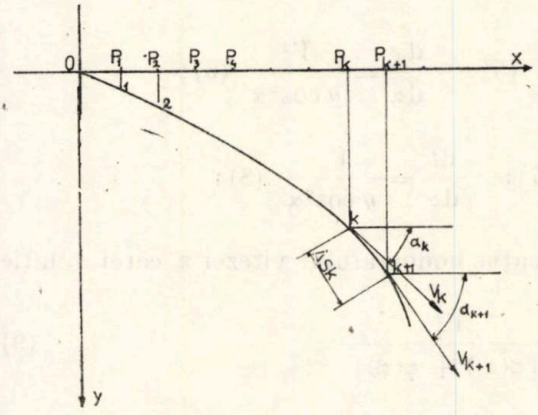


Fig. 2

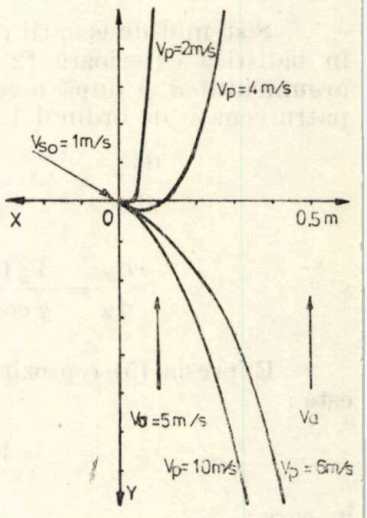


Fig. 3

În aceste condiţii avem :

$$\int_{X_k}^{X_{k+1}} dx = \int_{S_k}^{S_{k+1}} \cos\alpha \, ds ; \; \int_{y_k}^{y_{k+1}} dy = \int_{S_k}^{S_{k+1}} \sin\alpha \, ds ; \; \int_{t_k}^{t_{k+1}} dt = \int_{S_k}^{S_{k+1}} \frac{1}{V} ds$$

Considerînd valorile medii ale unghiului α şi ale vitezei V vom avea :

$$\Delta X_k = (\cos\alpha_m)_k \, \Delta S_k ; \; \Delta Y_k = (\sin\alpha_m)_k \, \Delta S_k ; \; \Delta t_k = \left(\frac{1}{V_{mk}}\right) \Delta S_k .$$

Avînd în vedere variațiile mici ale vitezei și unghiului α putem considera :

$$(\cos\alpha_m)_k = \cos\frac{\alpha_k + \alpha_{k+1}}{2};\ (\sin\alpha_m)_k = \sin\frac{\alpha_k + \alpha_{k+1}}{2};\ V_{mk} = \frac{V_k + V_{k+1}}{2}.$$

În final avînd în vedere relația (11) obținem :

$$\Delta S_k = S_{k+1} - S_k = \frac{V_p^2}{2g}\ln\left|\frac{\varphi(\alpha_i) + \varphi(\alpha_{k+1})}{\varphi(\alpha_i + \varphi(\alpha_k)}\right| \qquad (12)$$

Cu aceste elemente se pot determina coordonatele oricărui punct al traiectoriei particulei :

$$X_k = \sum_{j=0}^{k-1}\Delta X_j;\ Y_k = \sum_{j=0}^{k-1}\Delta Y_j;\ t_k = \sum_{j=0}^{k-1}\Delta t_j.$$

Folosind relațiile stabilite și elementele care caracterizează procesul de separare a componentelor unui amestec de semințe (viteza, sensul și direcția curentului de aer, viteza de plutire a particulei, viteza inițială cu care este introdusă particula în curentul de aer sensul și direcția acesteia), a fost realizat un program de calcul cu ajutorul căruia se pot determina traiectoriile (și celelalte elemente caracteristice ale mișcării) componentelor unui amestec de semințe pentru oricare din situațiile folosite în construcția acestor sisteme.

Spre exemplificare se prezintă 3 cazuri tipice în care au fost considerate semințele de grîu normale ($V_p = 10$ m/s) și ușoare ($V_p = 6$ m/s),

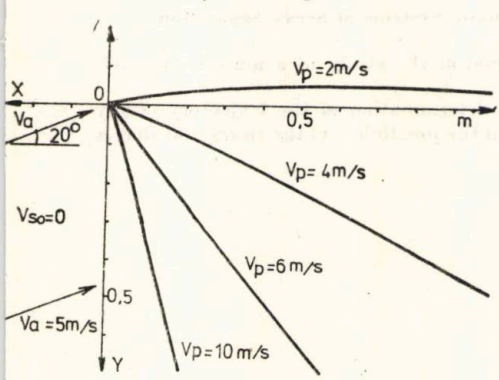


Fig. 4

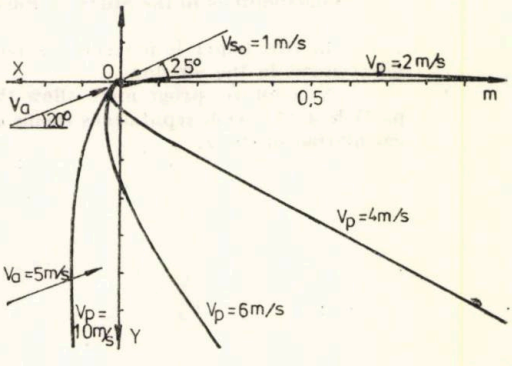


Fig. 5

impurități grele ($V_p = 4$ m/s) și ușoare ($V_p = 2$ m/s); celelalte elemente sînt indicate pe figurile respective.

În fig. 3 avem cazul separării componentelor într-un canal vertical întîlnit frecvent la selectoare și separatoare.

În fig. 4 se prezintă cazul separării componentelor în sistemul de curățire existent în prezent la majoritatea combinelor de recoltat cereale păioase.

În fig. 5 se prezintă cazul separării componentelor introduse cu viteză inițială în contracurent. Acest sistem este parțial utilizat la unele selectoare și ar putea fi utilizat și la sistemele de curățire ale combinelor.

Concluzii

Metodele de calcul și programul realizat permit determinarea traiectoriilor și a celorlalte elemente ale mișcării componentelor unui amestec de semințe în curentul de aer și în consecință, dimensionarea corespunzătoare a canalelor și camerelor de curățire, separare și sortare a semințelor și alegerea regimului optim de funcționare al acestora.

Cercetările efectuate evidențiază eficiența sporită a sistemelor pneumatice de separare, în cazul în care amestecul de semințe este introdus în contracurent cu o anumită viteză inițială. În aceste condiții viteza curentului de aer poate depăși viteza de plutire a semințelor, fără pericolul antrenării lor în afara camerei de separare, și în acest caz, capacitatea de separare și eficiența procesului de lucru pot fi sensibil îmbunătățite.

BIBLIOGRAFIE

. *Segărceanu M., Căsăndroiu, T., Maican C., Chiriac R., Călin, E.,* Studiul sistemelor de curățire ale combinelor autopropulsate, de mare capacitate, de recoltat cereale păioase (Referat) București 1977
2. *A. Ia. Malis, A. R. Demidov,* Maşinî dlia ocistki zerna vozdușnîm potokom. Maşghiz Moscova 1962
3. *N. E. Jukovskii,* Teoreticescaia mehanika, G.I.T.T.L. Moscova 1952

Contributions to the Study of Pneumatic Systems of Seeds Separation

In this paper is presented a method of the study of a material particle mouvement in the air flow.

A computer programme allow the determination of the trajectory of any particle in the seeds separations rooms and the possibility of the siezes and shapes calculation of these.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.: 621.436

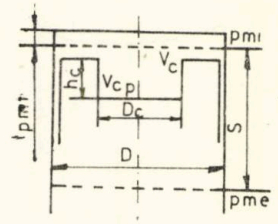
CERCETĂRI PRIVIND FORMAREA AMESTECULUI ÎN CAMERA DE ARDERE UNITARĂ PENTRU MOTORUL DIESEL RAPID

B. GRÜNWALD, N. APOSTOLESCU *

Se prezintă pe scurt cercetările teoretico-experimentale efectuate în ultimii ani pentru cunoașterea procesului de formare a amestecului din camera unitară a unui motor diesel rapid. Autorii au dezvoltat modelele fizico-matematice și programe de calcul pentru studiul acțiunii fluidului motor în mișcarea organizată asupra jetului de combustibil, precum și o tehnică experimentală de înregistrare fotografică a jetului de combustibil. Pornind de la constatarea că impactul jet-perete este inevitabil, se evidențiază posibilitățile de control ale arderii prin modificarea raportului dintre formarea amestecului „în volum" și „în peliculă". Rezultatele obținute au fost incorporate în formula energetică a unui motor diesel rapid deconcepție originală.

În ultimii ani, la Catedra de Motoare cu ardere internă din I.P.B. s-a dezvoltat un amplu efort de cercetare tehnico-experimentală, pentru cunoașterea proceselor de formare a amestecului din camera de ardere unitară a unui motor diesel rapid [1] ... [7].

La proiectarea unei camere unitare de ardere încorporată parțial în piston (fig. 1), se dispune de cîțiva factori constructivi fundamentali: raportul de comprimare ε, diametrul relativ al cupei δ, volumul relativ al cupei μ, distanța minimă dintre piston și chiulasă l_{pmi}. Ultimii trei factori sînt implicați în două realități fizice fundamentale: mișcarea de rotație a fluidului motor în jurul axei cilindrului și mișcarea radială a fluidului motor spre centrul sau spre periferia cilindrului. Dacă raportul de comprimare este dat, diametrul relativ și volumul relativ al cupei din piston sînt determinanți pentru momentul de inerție mecanic al fluidului din



$$\delta = \frac{D_c}{D}\,, \quad V_{cp} = \frac{\pi \cdot D_c^2}{4} h_c\,, \quad V_c = \frac{\pi \cdot D^2/4}{\varepsilon - 1}$$

$$\mu = \frac{V_{cp}}{V_c}\,; \quad l_{pmi} = \frac{S}{\varepsilon - 1} - h_c\,\delta^2\,.$$

Fig. 1

Manuscris primit la data de 1 octombrie 1981
* Prof. dr. ing. ; Prof. dr. ing., Catedra Motoare cu ardere internă

cupă și devin astfel, factori fundamentali de control al vitezei unghiulare a mișcării de rotație, din perioada injecției de combustibil, evident în ipoteza că mișcarea de rotație a fost generată în cursa de admisie. Proiectarea mai este în măsură să controleze diametrul orificiilor pulverizatorului și viteza de curgere prin aceste orificii. Față de nivelul actual de cunoștințe, se pot stabili, cu un anumit grad de precizie, caracteristicile jetului — penetrația, unghiul de dispersie, finețea, viteza de înaintare a jetului.

Acestea fiind datele disponibile, proiectarea trebuie să le acordeze, dar cunoașterea încă insuficientă a numeroase procese implicate în ardere face ca, corelarea favorabilă a parametrilor constructivi și de reglaj să întîmpine mari dificultăți.

Una dintre aceste dificultăți apare la determinarea acțiunii mișcării organizate a fluidului motor din camera de ardere asupra jetului de combustibil. Pentru cunoașterea acestei acțiuni, autorii au dezvoltat modele fizico-matematice și programe de calcul adecvate pentru jetul de combustibil și mișcarea de rotație a aerului din cilindru. Ei au elaborat trei modele fizico-matematice de jet care evidențiază : 1) structura jetului în volum ; 2) traiectoria jetului și condițiile de impact la perete ; 3) caracteristicile peliculei de combustibil pe suprafața laterală a cupei. Primul model consideră că jetul de combustibil împreună cu aerul antrenat alcătuiește un jet turbulent gazos, axial simetric. Geometria conturului jetului și distribuția concentrațiilor în interiorul jetului se definesc din condiția generală de conservare a masei. Al doilea model consideră că jetul are o structură uniformă și este reprezentat de un ansamblu de picături cu diametrul volumetric egal. Se admite că traiectoria jetului este identică cu a unei picături, iar influența ansamblului de picături este evaluată pe baza experiențelor efectuate în recipiente sub presiune. Al treilea model consideră că jetul e un mediu continuu cu o anvelopă invariabilă în timp, pentru care se calculează propagarea vîrfului ei.

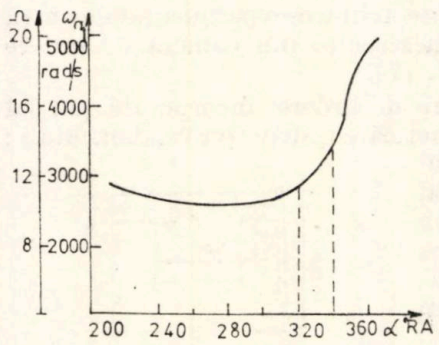


Fig. 2

Programul de calcul aplicat motorului de serie de fabricație românească D-115, a permis să se determine evoluția vitezei unghiulare de rotație a aerului din cilindru ω_a și a raportului de vîrtej λ (fig. 2) în cursa de comprimare, a traiectoriei jetului de combustibil (fig. 3) și a unghiului de impact la peretele cupei (fig. 4).

Acțiunea fluidului motor asupra jetului se cercetează direct în motoare special amenajate sau în instalații de modelare. Autorii au procedat la analiza condițiilor similitudinii proceselor amestecării dintr-un motor diesel rapid, cu vîrtej organizat de aer și o instalație de modelare prin tratarea următoarelor aspecte : traiectoria vîrfului jetului liber, unghiul de dispersie al jetului liber, pulverizarea combustibilului. Din motive de simplitate s-a ajuns la concluzia că se poate reduce legea modelului la

relațiile Sr = const., J = const., B = const., unde Sr este criteriul Strouhal calculat cu diametrul caracteristic al orificiului de injecție, J este raportul impulsurilor aerului și combustibilului, iar B — cifra de transfer. Modelul camerei de ardere a fost conceput sub forma unei camere semi-ci-

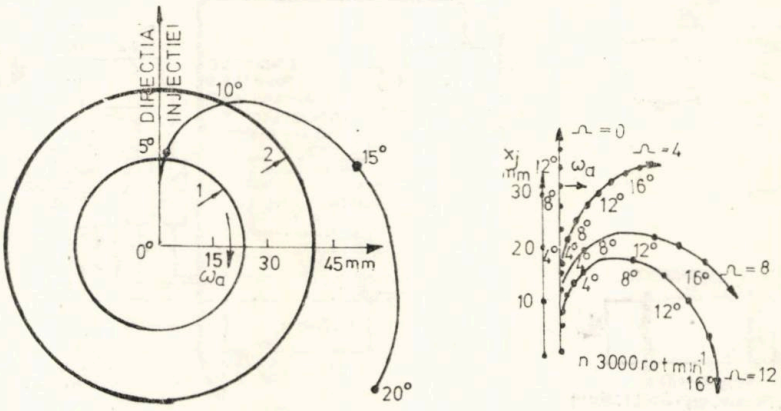


Fig. 3

lindrice, cu un injector de construcție standard montat central; pereții transparenți din plexiglas permit accesul optic în interior (fig. 5). Se injectează motorină în regim nestaționar, ca și în motor, într-un curent de aer care se deplasează în regim staționar, cu un cîmp de viteze în zona jetului de combustibil similar aceluia din motor, obținut grație unui sistem de palete fixe și reglabile. Pentru cercetarea jeturilor de combusti-

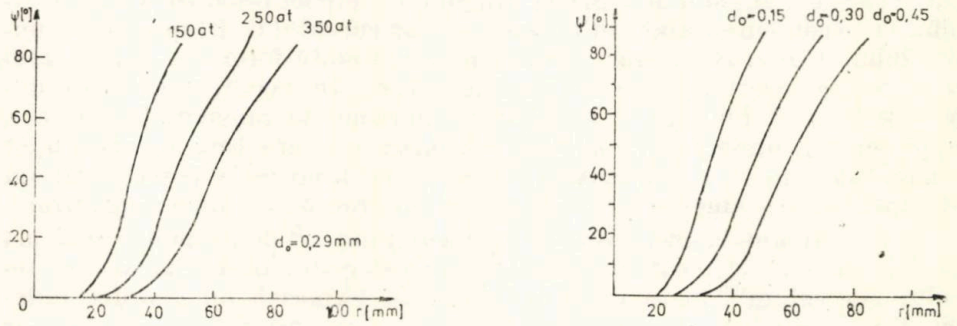


Fig. 4

bil, a fost folosită tehnica înregistrării fotografice. În absența unui aparat de filmare rapidă cu caracteristici adecvate, autorii au dezvoltat o metodică bazată pe fotografierea cu un aparat obișnuit și iluminarea cu lampă stroboscopică, declanșată cu o întîrziere controlată, reglabilă, față de începutul injecției (fig. 6).

Analiza teoretico-experimentală a traiectoriei jetului de combustibil în camera de ardere unitară arată că impactul jet-perete este inevitabil. Prin urmare, o parte din doza de combustibil, de masă D_p, este depusă

pe peretele camerei de ardere, cealaltă parte, de masă D_v, se repartizează în masa de fluid motor. Rezultă două tipuri de formare a amestecului: formarea în „peliculă", respectiv formarea „în volum". Curentul de aer antrenează o parte din combustibilul din jet şi preia vapori de combustibil

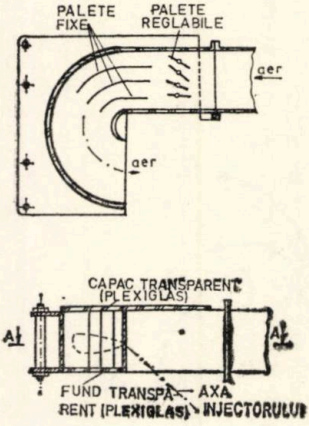


Fig. 5

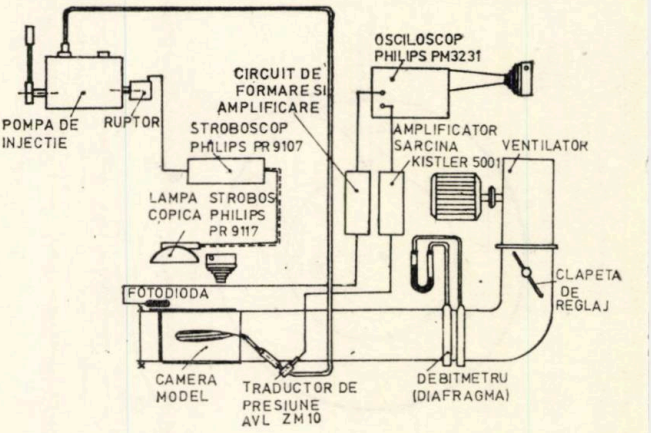


Fig. 6

de pe suprafaţa peliculei. Promovarea unuia dintre tipurile de formare a amestecului depinde de caracteristicile jetului şi de intensitatea mişcării de vîrtej. De exemplu, o pulverizare mai puţin fină a jetului conduce la mărirea fracţiunii de combustibil depus pe perete. Dacă la formarea amestecului „în volum" fineţea pulverizării are un rol hotărîtor, la formarea amestecului „în peliculă" rolul hotărîtor îl deţin acum condiţiile de impact (viteza şi unghiul de impact). Unghiul de impact orientează combustibilul în sensul curentului sau în sens contrar curentului. Răspîndirea combustibilului în sens contrar curentului compromite formarea amestecului prin dezorganizarea procesului de amestecare. De aceea, unghiul de impact trebuie să fie pozitiv, astfel încît componenta tangenţială a vitezei în punctul de impact să fie în sensul de mişcare a curentului de aer. Cu cît unghiul de impact este mai mare, la limită jet tangent la peretele lateral al cupei, cu atît amestecarea decurge cu un grad mai înalt de organizare.

Performanţele energetice ale motorului depind de promovarea unuia sau altuia dintre tipurile de formare a amestecului. La formarea amestecului „în volum", masa de combustibil D_v formează un amestec inflamabil care conduce la o ardere violentă, cu creşterea randamentului, dar şi a presiunii maxime. Prin opoziţie, formarea amestecului „în peliculă" conduce la o ardere mai lentă, cu randament mai mic, dar şi cu presiune maximă mai redusă. Această reprezentare a proceselor a sugerat necesitatea de a se organiza cîteva experimente fundamentale pentru a stabili:

a) influenţa fiecărui tip de formare a amestecului;

b) influenţa mişcării de vîrtej asupra celor două tipuri de formare a amestecului;

c) influenţa condiţiilor de impact.

Referindu-ne, de exemplu, numai la condiţiile de impact, experienţa a fost organizată deplasînd camera de ardere standard, aşezată central

față de orificiul pulverizatorului (fig. 7 a) într-o poziție excentrică, prin prelucrarea adecvată a cupei pistonului, menținînd neschimbată geometria ei (fig. 7 b). Într-unul din experimente pulverizatorul a fost prevăzut cu un singur orificiu, iar jetul a realizat unghiul de impact maxim, com-

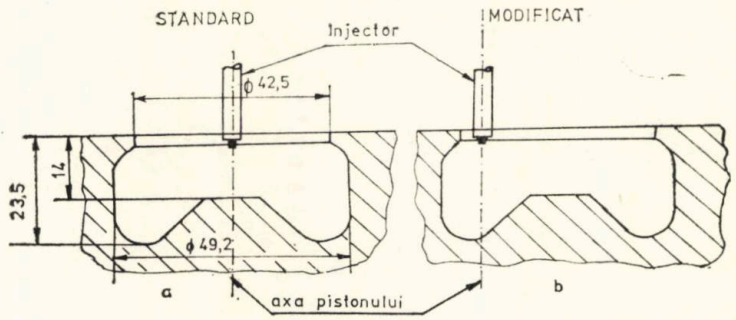


Fig. 7

ponenta tangențială a vitezei fiind orientată, odată în sensul de mișcare a curentului de aer, apoi în sens opus. Experiențele s-au efectuat pe motorul D-115 și arată că, consumul specific efectiv de combustibil este practic același la sarcini foarte mici și turație redusă (fig. 8 a), dar se diferențiază net la creșterea sarcinii și turației (fig. 8 b). În primul caz, doza

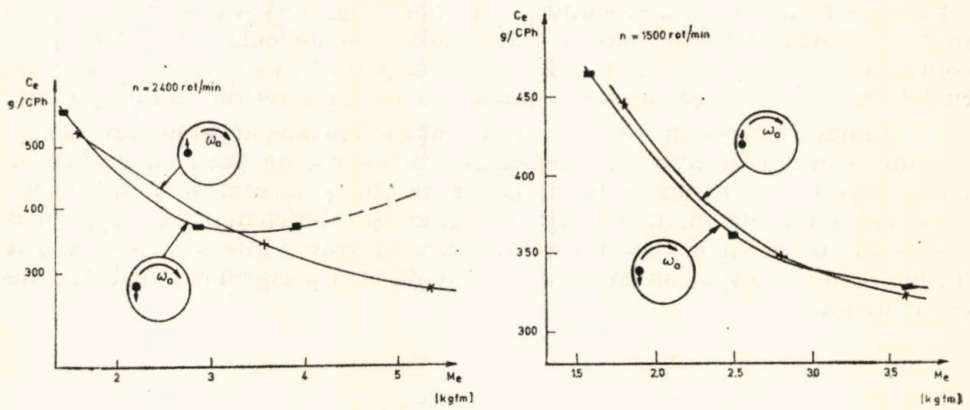


Fig. 8

redusă de combustibil și timpul disponibil pentru formarea amestecului relativ-mare, fac posibilă desfășurarea procesului de amestecare în bune condițiuni, în al doilea caz funcționarea motorului este limitată cînd jetul este orientat împotriva curentului de aer.

Ca o consecință a acțiunii aerului asupra jetului, a ponderii diferite de formare a amestecului „în volum" și „în peliculă" se stabilește un anumit raport între intensitatea și durata arderii rapide și intensitatea și durata arderii moderate. Autorii au dezvoltat programe de calcul, bazate pe modele fizico-matematice originale, care permit definirea unor caracteristici de referință pentru viteza de degajare a căldurii, cu considerarea principa-

lilor indici caracteristici : randament indicat, presiune maximă, viteză maximă de creştere a presiunii, nivelul poluanţilor. Această caracteristică de referinţă, obţinută prin calcul este confruntată — în procesul de elaborare a parametrilor camerei de ardere şi al acordării acesteia cu mişcarea aeru-

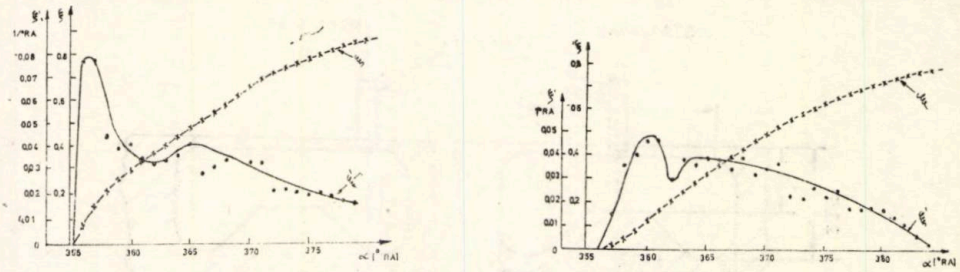


Fig. 9

lui şi a jetului de combustibil — cu caracteristica de degajare a căldurii care rezultă prin prelucrarea diagramei indicate, obţinute experimental în urma investigării unei anumite soluţii constructive. Diferenţele care se înregistrează între cele două caracteristici, teoretică şi experimentală, trebuie să înregistreze sensul în care este necesar să se intervină, accentuarea arderii rapide sau moderate şi în consecinţă, sensul în care trebuie corectaţi anumiţi parametri constructivi. Caracteristicile de degajare a căldurii obţinute la funcţionarea motorului D-115, în condiţiile promovării tipului de formare a amestecului „în volum" (fig. 9 a) şi în condiţiile promovării tipurilor de formare a amestecului „în peliculă" (fig. 9 b) prin compararea cu o caracteristică de referinţă, permit să se stabilească eventualele modificări constructive, implicate în acţiunea aerului asupra jetului.

Sumara trecere în revistă a activităţilor iniţiate în domeniul formării amestecurilor ar putea fi încheiată arătînd că, pe baza cunoştinţelor noi cîştigate în problemele de mişcare a aerului şi jetului de combustibil, s-a reuşit, împreună cu un colectiv de ingineri şi tehnicieni de la laboratorul L6-INMT, de pe lîngă Catedra de Motoare cu ardere internă, să se aducă un motor diesel rapid de concepţie originală la o performanţă ridicată de economicitate.

BIBLIOGRAFIE

1. *Apostolescu N.*, Un model de calcul al formării amestecului în motorul cu aprindere prin comprimare şi injecţie directă. Buletinul IPB, Seria Mecanică, Nr. 1, 1980.
2. *Grunwald B., Nguyen Van Lap*, Calculul traiectoriei jetului de combustibil într-un curent de aer cu mişcare de vîrtej. Buletinul IPB, Seria Mecanică, Nr. 4, 1980.
3. *Grunwald B., Apostolescu N., Sfinţeanu D., Şoiman M., Damian Corina*, Consideraţii privind proiectarea unei camere de ardere unitare pentru un motor diesel rapid. Construcţia de Maşini nr. 12, 1980.
4. *Apostolescu N., Grunwald B., Grama Gh., Constantinescu G., Lateş O., Iacomi M.*, Posibilitatea de studiu pe model al proceselor de formare a amestecului dintr-un motor diesel rapid cu injecţie directă. Construcţia de maşini nr. 12, 1980.
5. *Apostolescu N., Nguyen Van Lap, Grunwald B.*, Modelarea matematică a jetului de combustibil injectat într-un curent de aer. Institutul Politehnic Iaşi. Vol. Comunicări Seria Maşini Termice, 1980.

6. *Nguyen Van Lap*, Posibilități de corelare a mișcării de rotație a aerului, cu caracteristicile jetului de combustibil. Teză de doctorat — IPB 1980.
7. *Grunwald B., Apostolescu N.*, Neomogenitatea termică și chimică a gazelor din motoarele cu ardere internă. Edit. Acad. RSR — 1975.

Untersuchungen betreffs der Gemischbildung in der einheitliche Verbrennungskammer des schnellaufenden Dieselmotor

Es werden die theoretischen und experimentellen Untersuchungen zusammengefasst die in letzte Jahren zwecks Erfassung des Gemischbildungsverlauf eines schnellaufenden Dieselmotor. Die Verfasser haben phisikalisch-mathematische Modelle und Rechenprogramme entwickelt für das Studium der Wirkung des Arbeitsgemisches, so wie auch eine experimentelle Technik für die Fotoaufnahme eines Brennstoffstrahles. Indem man feststellt, dass das Zusammenstoss Strahl-Wand unvermeidlich ist, werden die Möglichkeiten hervorgehoben für eine Steuerung der Verbrennung durch Veränderung dess Verhaltnisses zwischen „volumetrische" und „Film"-Gemischbildung. Die Ergebnisse wurden in der energetische Formel eines originellen schnellaufenden Dieselmotor verkörpert.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.: 629—13

CU PRIVIRE LA CALCULUL DERIVATELOR MOMENTELOR DE INERȚIE ALE AVIONULUI

M. M. NIȚĂ *

Se consideră avionul ca sistem de masă variabilă format din particule solide, de lichid, aer și gaze. Considerînd că structura este rigidă, derivata momentului de inerție se exprimă prin integrale definite pe suprafețele libere ale combustibilului lichid.

În final, derivatele menționate sînt exprimate în funcție de debitul de combustibil și coordonatele centrului suprafețelor libere din rezervoarele comutate în circuitul de consum.

Avioanele moderne sînt echipate cu sisteme de propulsie de mare tracțiune caracterizate prin valori însemnate ale consumului global de combustibil. În timpul funcționării sistemului de propulsie, concomitent cu captarea maselor de aer și ejectarea produselor de ardere, mase mari de lichid, aer și gaze sînt vehiculate în corpul aparatului.

Avionul trebuie considerat, așadar, ca sistem de masă variabilă prin captare și separare simultane de particule. Pe lîngă variația masei se impune să se considere variația momentelor de inerție, precum și deplasarea relativă, față de un reper legat de structură, a centrului de greutate și a triedului de axe principale de inerție.

În prezenta lucrare ne propunem să stabilim expresii generale pentru calculul derivatelor momentelor de inerție ale avionului. Pe lîngă faptul că servesc la definirea funcțiilor ce descriu variația momentelor de inerție respective, derivatele menționate intervin direct în calculul derivatelor momentului cinetic. [1], [2], [4].

Problema derivatelor momentelor axiale de inerție este abordată în [1], [4] însă pe căi mai simple și mai puțin riguroase, pe baza unor modele particulare, ceea ce restrînge sensibil domeniul de valabilitate a rezultatelor.

În cele ce urmează avionul este considerat un sistem de particule solide, de lichid, aer și gaze care ocupă, respectiv, domeniile W_s, W_l, W_a, W_g, avînd densitățile ρ_s, ρ_l, ρ_a, ρ_g.

Manuscris primit la data de 11 iunie 1981
* Prof. dr. ing., Catedra Aeronave

Momentul de inerție în raport cu axa Ox se va scrie deci:

$$J_x = \int_{W_s} (y^2 + z^2)\rho_s \mathrm{d}\tau + \sum_{i=1}^{p} \int_{W_l^i} (y^2 + z^2)\rho_l \mathrm{d}\tau + \sum_{j=1}^{q} \int_{W_l^j} (y^2 + z^2)\rho_l \mathrm{d}\tau + \tag{1}$$

$$+ \int_{W_a} (y^2 + z^2)\rho_a \mathrm{d}\tau + \int_{W_g} (y^2 + z^2)\rho_g \mathrm{d}\tau,$$

în care s-a notat cu $W_l^i (i = 1, 2, \ldots, p)$ domeniul ocupat de lichid în unul din rezervoarele comutate în circuitul de consum și cu $W_l^j (j = 1, 2, \ldots, q)$ domeniul ocupat de lichid în unul din rezervoarele din care nu se consumă combustibil.

Se observă că primul termen din (1) este constant dacă structura solidă se consideră solid rigid. De asemenea, în calculul derivatei momentului de inerție se are în vedere că domeniile W_a și W_g sînt invariabile și deci variația termenilor respectivi are loc doar datorită variației densității ρ_a, respectiv, ρ_g, în timp ce, dacă se consideră constantă densitatea ρ_l, variația integralelor corespunzătoare maselor de lichid este determinată de modificarea domeniilor W_l^i, W_l^j datorită atît consumului de combustibil, cît și mișcării acestuia în rezervoare.

Cu aceste precizări, ținînd seama de regula de derivare a unei integrale definite pe un domeniu variabil se poate scrie

$$\frac{\mathrm{d}J_x}{\mathrm{d}t} = \sum_{i=1}^{p} \int_{S_l^i} (y^2 + z^2)\rho_l \overline{V} \cdot \overline{n} \mathrm{d}\sigma + \dot{J}_x^0 + \int_{W_a} (y^2 + z^2) \frac{\partial \rho_a}{\partial t} \mathrm{d}\tau + \tag{2}$$

$$+ \int_{W_g} (y^2 + z^2) \frac{\partial \rho_g}{\partial t} \mathrm{d}\tau$$

unde S_l^i este suprafața liberă a lichidului din rezervorul W_l^i, $\overline{n}$, versorul normalei într-un punct al acestei suprafețe, orientat spre exteriorul domeniului W_l^i, iar $\overline{V}$, viteza relativă, față de rezervor, a unei particule de lichid de pe suprafața S_l^i.

S-a notat cu $\dot{J}_x^0$ derivata sumei de integrale corespunzătoare combustibilului din rezervoarele necomutate în circuitul de consum.

Este de observat că pentru o analiză riguroasă a variației momentului de inerție este necesar să se cunoască mișcarea lichidului în rezervoare, datorită consumului de combustibil și mișcării aparatului, precum și regimul curgerii maselor de aer și gaze în sistemul de propulsie.

Se introduc notațiile

$$\overline{r}_{L_l} = \frac{\int_{S_l^i} \overline{r}\rho_l \overline{V} \overline{n} \mathrm{d}\sigma}{\int_{S_l^i} \rho_l \overline{V} \overline{n} \mathrm{d}\sigma}, \quad \int_{S_l^i} \rho_l \overline{V} \overline{n} \mathrm{d}\sigma = -Q_c^i \tag{3}$$

unde $\bar{r}$ este vectorul de poziţie al unei particule de pe suprafaţa S_l^i, avînd originea în centrul de greutate 0 la avionului, iar Q_c^i este debitul de combustibil din rezervorul W_l^i. Punctul L_i definit de vectorul $\bar{r}_{Li}$ reprezintă centrul de masă al particulelor de lichid situate în domeniul definit prin deplasarea suprafeţei libere S_l^i în unitatea de timp. De remarcat că dacă produsele $\rho_l \overline{V}\bar{n}$ sînt aceleaşi în toate punctele suprafeţei S_l^i punctul L_i devine centrul de greutate al suprafeţei libere respective.

Pentru calculul primei integrale din (2) se defineşte un triedru $Lx'y'z'$ avînd axele paralele cu axele triedului $0xyz$ şi originea în punctul L definit de vectorul $\bar{r}_L$ dat de :

$$\bar{r}_L = \frac{\Sigma Q_c^i \bar{r}_{Li}}{Q_c} = \frac{\Sigma \int_{S_l^i} \bar{r}\rho_l \overline{V}\bar{n}\,d\sigma}{\Sigma \int_{S_l^i} \rho_l \overline{V}\bar{n}\,d\sigma} \tag{4}$$

unde $Q_q = \Sigma Q_c^i$ este debitul global de combustibil din toate rezervoarele comutate în circuitul de consum. Punctul L definit de (4) este denumit [3] centrul suprafeţelor libere.

Se poate scrie :

$$x = x_L + x', \; y = y_L + y', \; z = z_L + z_5$$

astfel că, dacă curgerea aerului şi gazelor este staţionară, formula (2) devine :

$$\frac{dJ_x}{dt} = -\, Q_c(y_L^2 + z_L^2 + k_x'^2) + \dot{J}_x^0 \tag{5}$$

unde s-a introdus notaţia :

$$\Sigma \int_{S_l^i} (y'^2 + z'^2)\rho_l \overline{V}\bar{n}\,d\sigma = -\, Q_c k_x'^2,$$

k_x' avînd semnificaţia unei raze de giraţie, şi s-a ţinut seama că integrale de forma

$$\Sigma \int_{S_l^i} y' \rho_l \overline{V}\bar{n}\,d\sigma, \; \Sigma \int_{S_l^i} z' \rho_l \overline{V}\bar{n}\,d\sigma$$

sînt nule.

Similar, se obţine

$$\frac{dJ_y}{dt} = -\, Q_c(z_L^2 + x_L^2 + k_y'^2) + \dot{J}_y^0, \tag{6}$$

$$\frac{dJ_z}{dt} = -\, Q_c(x_L^2 + y_L^2 + k_z'^2) + \dot{J}_z^0. \tag{7}$$

Se observă că derivatele momentelor de inerție ale avionului, determinate în principal de primii termeni din expresiile (5), (6) și (7), depind strict de poziția și forma suprafețelor libere S_l^i, implicit de poziția și forma rezervoarelor și nu de poziția suprafețelor de admisie și de evacuare așa cum, eronat, se obține în [1].

BIBLIOGRAFIE

1. *Etkin, B.*, Dynamics of Atmospheric Flight, John Wiley and Sons, Inc., New York, Toronto, 1972.
2. *Niță, M. M.*, On the Equations of Motion About the Mass Centre of the Jet Aircraft Considered as Variable Mass System, Revue Roumaine des Sciences Techniques — Mécanique Appliquée, vol. 24, Nr. 4, 1979, pp. 527—536.
3. *Niță M. M., Drăgănoiu Gh.*, Deplasarea relativă a centrului de masă al avionului echipat cu motoare aeroreactoare. Studii și cercetări de Mecanică Aplicată, vol. 35, nr. 2, 1976, pp. 235—242.
4. *Ostoslavski, I. V., Strajeva, I. V.*, Dinamika poleta ; ustoicivosti i upravleaemosti letatelnih apparatov, Mașinostroenie, Moscova, 1965.

On the Calculation of the Derivates of Aircraft Moments of Inertia

The aircraft is considered as a variable mass system consisting of solid, liquid and gas particles.

When on a rigid structure is considered, the derivatives of the moments of inertia may be expressed via definite integrals on the free surface of the liquid carburant.

The mentioned derivatives are finally expressed as functions of the fuel rate of flow and of the co-ordinates of the free surface centers of the fuel tanks in operation.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.; 613.31

ASPECTE ALE DINAMICII TRANSPORTULUI MATERIALELOR GRANULARE CU TRANSPORTOARE VIBRATOARE ELICOIDALE

N. ENESCU, T. CĂSĂNDROIU *

În lucrare se stabilesc ecuațiile diferențiale ale mișcării corpului transportorului elicoidal vibrator. De asemenea, sînt stabilite ecuațiile diferențiale ale mișcării unei particule materiale pe suprafața activă a transportorului.

1. Introducere

Transportoarele vibratoare elicoidale au o largă aplicabilitate în toate sectoarele, atît unde este necesar transportul materialelor granulare pe verticală (silozuri, instalații pentru prelucrarea semințelor, industria chimică și farmaceutică etc.), cît și în industria pieselor mici cu producție de masă.

Unul dintre principalele avantaje ale folosirii transportorului elicoidal vibrator este acela că permite în timpul transportului materialului efectuarea și a unor operații tehnologice. În cazul semințelor permite realizarea aerării, a uscării parțiale cînd se folosește aer cald și chiar a precurățirii (de pleavă, părți păioase etc.) a acestora. Menționăm că în timpul transportului, datorită vibrațiilor, are loc fenomenul de stratificare a semințelor, părțile ușoare separîndu-se la suprafața stratului și de aici posibilitatea înlăturării, cu un curent de aer, a acestora. În cazul transportului pieselor mici vibrațiile au efect de orientare a acestora, ceea ce permite înglobarea transpotorului în linii tehnologice automate.

Manuscris primit la data de 12 iunie 1981
* Șef lucrări dr. ing., Catedra de Mecanică; Șef lucrări ing., Catedra Mașini agricole

Pe de altă parte, aceste transportoare sînt compacte, au dimensiuni de gabarit reduse, au siguranţă mare în funcţionare şi consum relativ redus de energie. Ele se realizează într-o gamă destul de largă de tipuri cu următoarele performanţe: 1000—10500 mm înălţime de transport; 200—800 mm diametru, ajungînd chiar la 1000 mm; capacităţi de transport 0,5—10 m^3/h (sau 500—8000 kg/h la seminţe) puterea necesară acţionării fiind de 0,7—5,3 kW.

Rezultă deci interesul deosebit ce-l prezintă studiul transportoarelor elicoidale vibratoare în vederea stabilirii unor regimuri optime de transport.

2. Modelul mecanic al transportorului elicoidal vibrator

Elementul activ al transportorului este format dintr-un jgheab elicoidal, înfăşurat pe suprafaţa exterioară a unui corp cilindric. În partea superioară (sau inferioară) a corpului transportorului, în lagăre fixe faţă de acesta, se rotesc în sensuri contrare, cu viteze unghiulare de aceeaşi valoare, doi arbori pe care sînt montate două cîte două, mase excentrice

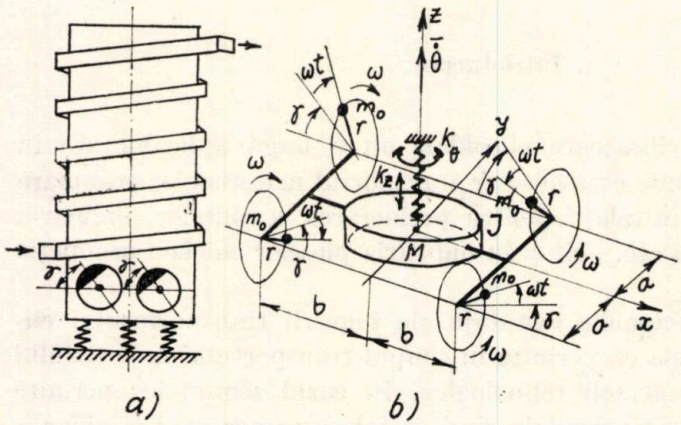


Fig. 1 — Schema transportorului elicoidal vibrator (a) şi modelul său mecanic (b)

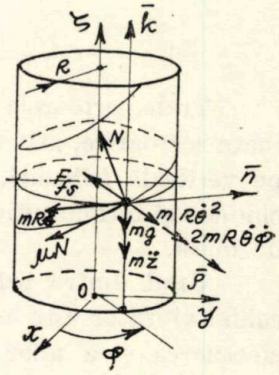


Fig. 2—Forţele care acţionează asupra particulei în mişcarea pe suprafaţa transportorului elicoidal

identice (vezi fig. 1). Întregul ansamblu este rezemat (sau suspendat) elastic, putînd efectua mişcări oscilatorii elicoidale (roto-translaţie) faţă de axa cilindrului.

În figura 1, a este redată schiţa unui transportor elicoidal vibrator, iar în figura 1, b — modelul său mecanic. Pe schiţa modelului mecanic sînt reprezentate:

— M ; J — masa, respectiv momentul de inerţie al transportorului faţă de axa cilindrului. În calculul lui M şi J se ţine seama şi de participarea masei materialului aflat în transport la un moment dat ;

— m_{red} ; J_{red} — masa redusă şi momentul de inerţie redus al ansamblului, referitoare la axa cilindrului ;

— m_0 ; r_0 — masa, respectiv raza excentricului ;

— k_z ; k_θ — constantele elastice referitoare la deformaţiile axiale, respectiv unghiulare ale arcurilor de sprijin ;

— a şi b — dimensiuni care poziţionează excentricele faţă de axa cilindrului ;

— ω — viteza unghiulară a excentricelor, realizată printr-un motor de antrenare ;

— $\dot{\theta}$ — viteza unghiulară a corpului transportorului faţă de axa $0z$;

— γ — unghiul iniţial al excentricelor faţă de planul orizontal. Acest unghi poate fi reglat în funcţie de regimul de funcţionare dorit.

3. Ecuaţiile de mişcare ale transportorului

Energia cinetică a sistemului format din corpul transportorului, masa de material considerată în calcul şi masele excentrice în rotaţie este

$$E = \frac{1}{2} M\dot{z}^2 + \frac{1}{2} J\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m_0 \{2[\dot{z} + r\omega \cos(\omega t + \gamma)]^2 +$$

$$+ 2[\dot{z} - r\omega \cos(\omega t - \gamma)]^2 + 2\dot{\theta}^2 [b + r \cos(\omega t + \gamma)]^2 +$$

$$+ 2\dot{\theta}^2 [b - r \cos(\omega t - \gamma)]^2 + 2[a\dot{\theta} - r\omega \sin(\omega t + \gamma)]^2 + \quad (1)$$

$$+ 2[a\dot{\theta} - r \sin(\omega t - \gamma)]^2\}.$$

Funcţia de forţă a sistemului mecanic va cuprinde numai efectul elasticităţii arcurilor, deoarece deplasările absolute z şi θ ale elementelor se măsoară în raport cu poziţia de echilibru static :

$$U = -\frac{1}{2} k_z z^2 - \frac{1}{2} k_\theta \theta^2. \quad (2)$$

Ecuaţiile diferenţiale ale mişcării corpului transportorului, scrise prin aplicarea ecuaţiilor Lagrange, după efectuarea calculelor, sînt

$$\begin{aligned}
&(M + 4m_0)\ddot{z} + k_z z = 4m_0 r\omega^2 \sin\gamma \cos\omega t;\\
&[J + 2m_0(2a^2 + 2b^2 + r^2)]\ddot{\theta} + k_\theta \theta = 4m_0 ar\omega^2 \cos\gamma \cos\omega t +\\
&+ [8m_0 br \sin\gamma(\ddot{\theta} \sin\omega t + \dot{\theta}\omega \cos\omega t) +\\
&+ 2m_0 r^2 \cos 2\gamma(2\dot{\theta}\omega \sin 2\omega t - \ddot{\theta}\cos 2\omega t)].
\end{aligned} \tag{3}$$

La scrierea ecuaţiilor (3) s-a neglijat amortizarea ca urmare a rezistenţei aerului sau acţiunii unor cauze de natură mecanică. Dacă se ţine seama şi de efectul amortizărilor (prezente întotdeauna) şi neglijînd cu o bună aproximaţie termenii neliniari din ecuaţia diferenţială a mişcării de rotaţie (a doua ecuaţie din (3)), se obţin două ecuaţii diferenţiale liniare necuplate, care descriu mişcarea sistemului:

$$\begin{aligned}
&m_{red}\ddot{z} + C_z\dot{z} + k_z z = (4m_0 r\omega^2 \sin\gamma)\cos\omega t;\\
&J_{red}\theta + C_\theta\dot{\theta} + k_\theta\theta = (4m_0 ar\omega^2 \cos\gamma)\cos\omega t.
\end{aligned} \tag{4}$$

Rezolvînd sistemul, rezultă ecuaţiile mişcării de regim (translaţie şi rotaţie) ale corpului transportorului:

$$\begin{aligned}
z &= A_0 \cos(\omega t - \psi_1)\\
\theta &= \theta_0 \cos(\omega t - \psi_2),
\end{aligned} \tag{5}$$

în care:

$$\begin{aligned}
&A_0 = \frac{4m_0 r\omega^2 \sin\gamma}{m_{red}\sqrt{(\omega_z^2 - \omega^2)^2 + 4\lambda_z^2\omega^2}};\quad 2\lambda_z = \frac{C_z}{m_{red}};\quad \omega_z^2 = \frac{k_z}{m_{red}};\\
&\theta_0 = \frac{4m_0 ra\omega^2 \cos\gamma}{J_{red}\sqrt{(\omega_\theta^2 - \omega^2)^2 + 4\lambda_\theta^2\omega^2}};\quad 2\lambda_\theta = \frac{C_\theta}{J_{red}};\quad \omega_\theta^2 = \frac{k_\theta}{J_{red}}.
\end{aligned} \tag{6}$$

Din expresiile (6) rezultă influenţa determinantă a unghiului γ asupra regimului de funcţionare a transportorului. Ecuaţiile (5) şi (6) permit studiul mişcării relative a materialului pe suprafaţa transportorului elicoidal vibrator.

4. Ecuațiile de mișcare ale materialului

Pentru studiul deplasării particulelor materialului transportat pe suprafața căii elicoidale de transport, se consideră o singură particulă materială (vezi fig. 2), supusă acțiunii forțelor active, de legătură și de inerție (de transport și Coriolis):

$$m\bar{a}_r = \bar{F} + \bar{F}_l + \bar{F}_{it} + \bar{F}_{ic}. \tag{7}$$

În desfășurarea calculului se va considera că lățimea jgheabului este mică în raport cu raza cilindrului pe care este înfășurată elicea, deci traiectoria particulei va fi o elice de înclinare α, înfășurată pe un cilindru de rază R.

Utilizînd un sistem de coordonate cilindrice, legate de corpul cilindric al transportorului, ecuațiile mișcării relative ale particulei materiale sînt (vezi fig. 2)

$$\begin{aligned} -mR\dot{\varphi}^2 &= -F_{fs} + mR\dot{\theta}^2 + 2mR\dot{\theta}\dot{\varphi}; \\ mR\ddot{\varphi} &= -mR\ddot{\theta} - \mu N \frac{\dot{\varphi}}{|\dot{\varphi}|}\cos\alpha - N\sin\alpha; \\ m\ddot{\zeta} &= -mg - m\ddot{z} - \mu N \frac{\dot{\zeta}}{|\dot{\zeta}|} + N\cos\alpha; \\ \zeta &= R\varphi \operatorname{tg}\alpha, \end{aligned} \tag{8}$$

în care:

$\rho = R$, φ și ζ sînt cele trei coordonate cilindrice legate de corpul transportorului;

F_{fs} este forța de frecare statică pe direcția razei;

N — reacțiunea normală a jgheabului;

μ — coeficientul de frecare dinamic între particulă și jgheab.

Din prima ecuație se deduce condiția de echilibru pe direcția razei cilindrului. Din următoarele două ecuații, la care se adaugă ultima relație care exprimă condiția de legătură între parametrii ζ și φ pentru mișcarea particulei pe elice, se determină legea de variație în timp a parametrilor ζ și φ.

Ecuațiile se integrează numeric, determinîndu-se în funcție de parametrii constructivi ai transportorului (R, α) și de proprietățile fizice ale particulei (μ), regimul de funcționare optim în funcție de cerințele impuse. Astfel, se poate impune o viteză maximă de transport sau, dacă procesul

tehnologic o cere, o viteză de transport de valoare mai redusă, pentru ca materialul să rămînă un timp mai îndelungat pe suprafaţa transportorului, în vederea uscării, aerării, separării etc.

BIBLIOGRAFIE

1. *Povidailo, V. A.*, Rascet i konstructirovanie vibraţionih pitatelei, Maşghiz, Moskva, 1962
2. *Constantinescu, I.*, Contribuţii la dinamica transportoarelor vibrante verticale, Revista Mine, Petrol şi Gaze, Vol. 30, 1979, N. 10

Some Aspects of the Dynamics of Granular Material Transport with Helicoidal Vibratory Conveyors

The paper is concerned with the problem of establishing the differential equations in the motion of cylindrical vibratory conveyor. There are also established the differential equations of motion of a material particle on the active surface of the conveyor.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.: 621.7:534.8

CONTRIBUȚII LA ÎMBUNĂTĂȚIREA CALITĂȚII SUPRAFEȚELOR PIESELOR PRIN DEFORMARE PLASTICĂ ÎN CÎMP ULTRASONOR

DOLPHI DRIMER, GHEORGHE AMZA *

În lucrare se abordează influența undelor ultrasonore asupra calității suprafețelor prelucrate prin deformare plastică a stratului superficial în cîmp ultrasonor.

Cercetările experimentale întreprinse confirmă faptul că fenomenul de „durificare acustică" este rezultatul creșterii densității dislocațiilor și nu apariția unor constituenți duri cum se întîmplă în cazul tratamentelor termice clasice.

Rezultatele experimentale obținute conduc la concluzia că prin acest procedeu de prelucrare se obține o îmbunătățire a rugozității suprafețelor de 4...20 ori, creșterea durității suprafețelor de 2...6 ori concomitent cu o creștere substanțială a rezistenței la oboseală și eliminarea aproape totală a tensiunilor interne.

Aplicațiile ultrasunetelor în diferitele ramuri ale tehnicii se datoresc proprietăților cîmpului ultraacustic: accelerație a particulei foarte mare putînd atinge $10^5 \times$ accelerația gravitației, lungimea de undă mică, posibilitatea de dirijare a unui fascicol ultrasonic îngust în direcția dorită, posibilitatea de concentrare a energiei acustice într-un spațiu limitat, fără să afecteze cu nimic mediul prin care se propagă fenomenele legate de propagarea undelor, printre care, în primul rînd se situează cavitația.

Folosirea ultrasunetelor în procesele de netezire și durificare a stratului superficial este posibilă datorită a două efecte de bază pe care energia ultrasonoră le produce; efectul de „înmuiere acustică" ce constă în reducerea tensiunii necesare deformării și efectul de „durificare acustică" ce constă în creșterea substanțială a durității cristalelor metalelor activate cu ultrasunete de o anumită intensitate specifică fiecărui material.

Efectul de durificare acustică a fost investigat în cadrul prelucrării prin deformare plastică a stratului superficial pe o mașină de durificat, netezit și detensionat în cîmp ultrasonor model experimental realizat în cadrul laboratorului de ultrasunete al catedrei „Tehnologia Materialelor și Sudură" din Institutul Politehnic București (fig. 1.). Experiențele au fost efectuate pe epruvete confecționate din diferite materiale pentru a

Manuscris primit la data de 1 iulie 1981
* Prof. dr. ing. Șef lucrări dr. ing., Catedra Tehnologia materialelor și sudura

pune în evidenţă şi influenţa naturii materialului, urmărindu-se în principal rugozitatea, duritatea, tensiunile interne, modificările structurale şi rezistenţa la oboseală a suprafeţelor prelucrate prin deformare plastică

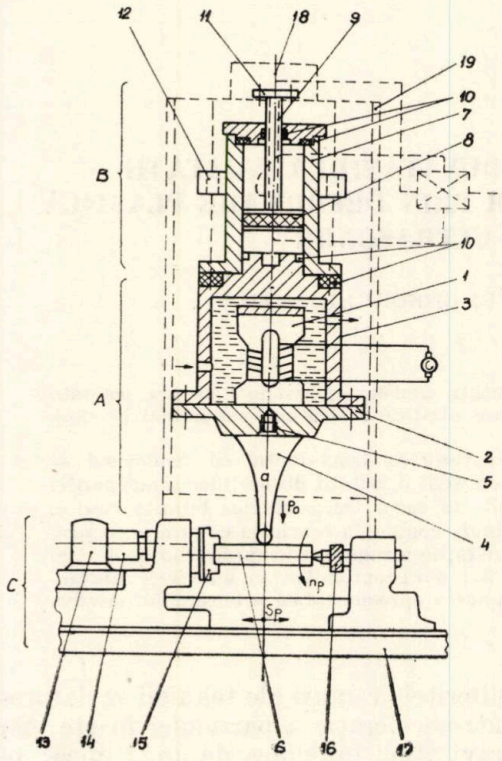


Fig. 1 — Schema cinematică de principiu maşinii de durificat, netezit şi detensionat în cîmp ultrasonot tip DND-01-AM

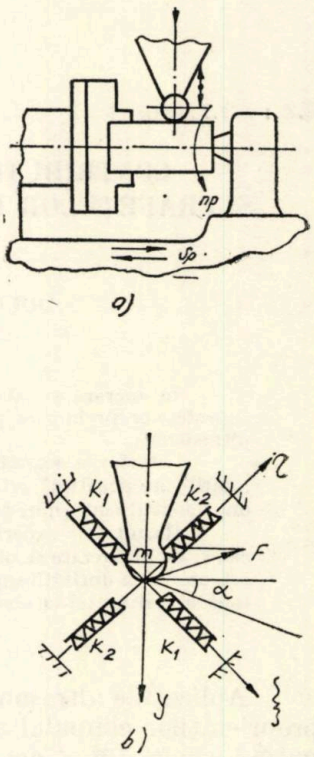


Fig. 2 — a) Schema de principiu prin durificare netezire şi detensionare în cîmp ultrasonor
b) Modelul mecanic al sistemului oscilator cu legături elastice

în cîmp ultrasonor, proprietăţi foarte importante în definirea fiabilităţii unui produs.

Pentru a avea o imagine corectă şi completă despre influenţa oscilaţiilor ultrasonore asupra proprietăţilor fizico-mecanice şi fizico-chimice ale stratului superficial deformat plastic în cîmp ultrasonor, s-a presupus că fiecare proprietate este o funcţie de parametrii tehnologici, mecanici şi acustici ai procesului de prelucrare de forma :

$$R_a^u;\ HV^u;\ \sigma_{-1}^u;\ h_u = C \cdot A^{x_1} \cdot \nu^{x_2} \cdot P_0^{x_3} \cdot R_{a0}^{x_4} \cdot HV_0^{x_5} \cdot R_b^{x_6} \cdot v_p^{x_7} \cdot s_p^{x_8} \cdot i^{x_9} \cdot I_p^{x_{10}} \quad (1)$$

în care : R_a^u ; HV^u ; σ_{-1}^u ; h_u sînt rugozitatea şi respectiv duritatea, rezistenţa la oboseală şi adîncimea stratului ecruisat ; A — amplitudinea oscilaţiilor ultrasonore ; ν — frecvenţa ; P_0 — forţa statică de apăsare ; R_{0a} ;

HB_0 — rugozitatea și respectiv duritatea inițială; R_b — raza părții active a concentratorului; v_p; s_p — viteza și respectiv avansul piesei de prelucrat; I_c — intensitatea cîmpului acustic; C_R; C_H; C_s; C_h — constante, în funcție de materialul sculei și de materialul de prelucrat; x_i — coeficienți determinați pe cale experimentală.

Pentru determinarea regimului optim de prelucrare este necesară stabilirea influenței tuturor parametrilor asupra proprietății analizate în corelația dintre ei, problemă rezolvabilă folosind metoda corelației multiple și un program pe calculator adecvat scopului propus. Prelucrarea datelor experimentale obținute la prelucrarea diferitelor materiale conduce în final la valorile prezentate în tabelul nr. 1.

Precizia estimării legăturii dintre rugozitate, duritate, adîncimea stratului ecruisat și fiecare dintre parametrii mecanici, tehnologici și acustici ai procesului de prelucrare s-a determinat cu ajutorul coeficienților de corelație.

Analizînd valorile coeficienților de corelație se pot trage concluzii în legătură cu modul de interdependență dintre proprietatea analizată și parametrii procesului de prelucrare, după modul cum valorile acestor coeficienți de corelație se apropie de valoarea ± 1.

Mecanismul de acționare al ultrasunetelor asupra rugozității suprafețelor este condiționat în primul rînd de variația cinematicii de alunecare pe suprafața de contact concentrator-piesă, de caracterul suprafețelor care vin în contact și de direcția de introducere a oscilațiilor ultrasonore în zona de contact (fig. 2.), fenomene cuprinse în ecuațiile de mișcare de mai jos:

$$\begin{aligned} m\ddot{y} + h\dot{y} \cdot y + C_{yz} \cdot z &= -F \sin \alpha \\ m\ddot{z} + h_z \cdot \dot{z} + C_z \cdot z + C_{zy} \cdot y &= F \cos \alpha \end{aligned} \tag{2}$$

Ecuațiile de mișcare au fost scrise în ipoteza că masa sistemului care oscilează se consideră concentrată în vîrful concentratorului de energie ultrasonoră (fig. 2), iar resorturile de constante elastice k_1 și k_2 sînt dispuse după două direcții perpendiculare pe axele principale ale rigidității ξ și η, forța ce acționează fiind inclinată cu unghiul α.

Rezultatele cercetărilor privind durificarea acustică sînt explicate pe baza concepției teoriei dislocațiilor, stabilindu-se următoarele faze (fig. 3): absorbția locală a energiei ultrasonore de către defectele rețelei cristaline (I), generarea, migrarea și blocarea dislocațiilor (II), activarea procesului de interacțiune a dislocațiilor cu celelalte defecte ale rețelei cristaline și desprinderea lor (III); crearea unei structuri de dislocații predeterminate (IV). Aceste faze pot fi tratate pornind de la soluția ecuațiilor elasticității micropolare reprezentate sub forma Papkovici-Neuber Cowin:

$$\bar{U} = \bar{B} - 1^2 \operatorname{grad}\left[\operatorname{div}\left(1 + \frac{1 - N^2}{N^2}\Delta 1_1^2\right)\bar{B}\right] - \frac{1}{4(1-\nu)} \operatorname{grad}[\bar{R}1 - 1_1^2\Delta)\bar{B} + \boldsymbol{B}_0] \tag{3}$$

$$\bar{\boldsymbol{\Phi}} = \frac{1}{2} \operatorname{rot} 1 + \frac{1 - N^2}{N^2} 1_1^2 \Delta \Big| \bar{B} - \operatorname{grad} D.$$

Tabelul 1

coeficienţii x_i / proprietatea	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	materialul
R_a^u	1,0796	2,3256	0,3209	0,00	0,6007	2,2061	2,6962	1,8587	0,00	0,00	Al 99,5
	0,3372	2,7183	0,3493	0,00	0,6790	1,6697	2,0745	1,4669	0,00	0,00	OLC 45
	0,2075	3,3371	1,2487	0,3453	0,00	0,6402	1,7985	1,6189	1,5925	0,00	41MoC11
HV^u	0,5211	0,2433	0,2955	0,00	0,2895	0,2155	0,4325	0,2500	0,00	0,8281	Al 99,5
	0,4238	0,1949	0,1189	0,00	0,2689	0,00608	0,1749	0,0899	0,00	0,5299	OLC 45
	0,0817	0,8173	0,1779	0,00	0,0967	0,0875	0,0855	0,1327	0,00	0,4820	41MoC11
h_u	0,7068	0,6348	0,4907	0,00	1,5236	0,3723	0,2491	0,2736	0,00	0,5625	Al 99,5
	0,1719	1,3620	0,2589	0,00	3,2191	0,6941	0,5418	0,6056	0,00	0,7494	OLC 45
	0,1268	0,5204	0,3980	0,00	0,6286	0,4195	0,7910	0,1743	0,00	0,4194	41MoC11

Rezultatele experimentale confirmă faptul că utilizînd energia ultrasonoră și deformarea stratului superficial se pot obține efecte importante traduse în principal în îmbunătățirea rugozității suprafeței de 4...20 ori,

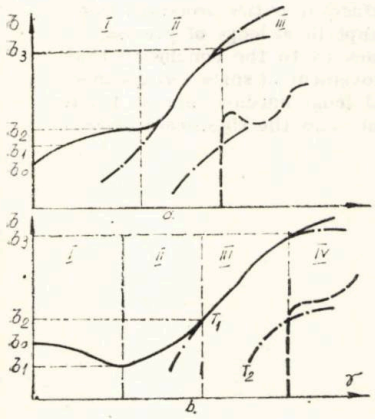


Fig. 3 — Curba caracteristică generalizată pentru explicarea durificării
a) fără ultrasunete
b) cu suprapunerea oscilațiilor ultrasonore

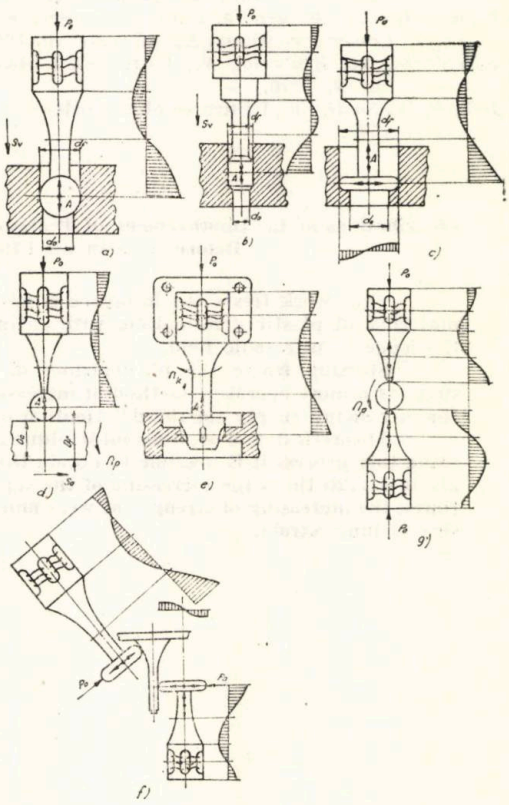


Fig. 4 — Scheme de principiu :
a) cu bilă — vibrații longitudinale
b) cu rolă — vibrații longitudinale
c) cu rondea — vibrații longitudinale și radiale
d) cu bilă — vibrații longitudinale — suprafețe exterioare
e) cu role — vibrații longitudinale — alezaje interioare
f) suprafețe profilate
g) cu sculă profilată — vibrații longitudinale bifazice

creșterea durității stratului superficial de 2...6 ori, creșterea rezistenței la oboseală cu 40...60%, creșterea rezistenței la uzură și reducerea însemnată a tensiunilor interne. Cîteva tipuri de suprafețe prelucrate prin acest procedeu sînt prezentate în figura 4.

BIBLIOGRAFIE

1. *Amza, Gh., Drimer, D.*, Metodă și instalație de netezit, durificat și detensionat în cîmp ultrasonor, Brevet de invenție nr. 69218 din 31.08.1978.
2. *Amza, Gh.*, Contribuții la studiul fenomenelor de deformare plastică în cîmpul ultrasonor, Teză de doctorat, București, 1979.
3. *Neuber, H.*, On the general solution of linear elastic problems in anisotropic and isotropic Cosserat continua. Appr. Munchen, 1966 pg. 153—158.
4. *Severdenko, V., Klubovici, V.*, Ultrazvuk i plasticinosti. izdalelistvo „Nauka i Tehnika", Minsk, 1976.
5. *Drimer, D., Savii, Gh.*, Utilizarea ultrasunetelor în prelucrarea materialelor, Editura ICPTCM, 1975.

Contributions to the Improvement of Process Surfaces Qualities through Plastic Deformation in an Ultrasonic Field

This work trests the influence of ultrasound on the strength of metallic materials at plastic deformation, with an important accent on the influence of the ledge in ultrasonic field.

Starting frome the phenomenon of „acustic hand-dealing" this work suggests a more operative method of increasing surfaces qualities processed using the ultrasound energy for the deformation of the superficial ledge of process.

Theoretical and experimental uiquieries leads us to the conclusion that using this process it is possible to obtain the improvement of surface ruggedness about 4...20 times the increasing of the superficial ledge hardness about 1...6 times, the increasing of strength at wear and fatigue; and the significant decreasing of inner strain.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.: 621.9 : 534.4

CERCETĂRI TEORETICE ȘI EXPERIMENTALE ASUPRA VIBRAȚIILOR LA MAȘINILE DE RECTIFICAT

CONSTANTIN ISPAS *

Lucrarea prezintă principalele concluzii ale cercetărilor teoretice și experimentale efectuate în scopul precizării structurii sistemului elastic al mașinilor de rectificat plan, al stabilirii celor mai puternici excitatori ai acestor mașini și al determinării consecințelor vibrațiilor ce însoțesc rectificarea. Ultimul aspect al studiului se referă la influența vibrațiilor asupra calității suprafeței rectificate și intensificării uzurii granulelor abrazive.

Procesul de așchiere prin rectificare este foarte complex datorită caracterului aleator al legității de desprindere a așchiilor. Prin rectificare se desprind așchii de dimensiuni foarte mici, ceea ce ar permite generarea unor suprafețe foarte netede, cu înaltă precizie dimensională și de formă.

Fenomenele dinamice care însoțesc acest procedeu de prelucrare pot provoca deplasări comparabile cu dimensiunile așchiilor detașate. În acest fel, fenomenele dinamice capătă importanță primară în cadrul factorilor ce influențează parametrii calitativi ai suprafeței generate prin rectificare.

Lucrarea de față prezintă concluziile cercetărilor teoretice și experimentale efectuate în scopul precizării structurii sistemului elastic, al determinării celor mai puternici excitatori care însoțesc funcționarea mașinilor de rectificat plan și al stabilirii consecințelor vibrațiilor ce apar la rectificare.

Sistemul elastic parțial al pietrei de rectificat este dispus în planul normal pe suprafața piesei, iar structura sa este determinată de deformațiile din acest plan ale arborelui principal și lagărelor sale, curelelor, elementelor constructive ale motorului de acționare. Dintre acestea, deformațiile arborelui principal al mașinilor de rectificat plan au un rol hotărîtor în determinarea erorilor suprafeței prelucrate.

Din analiza construcției arborelui principal de la mașinile de rectificat plan cu ax orizontal se poate stabili că modelul de studiu al deformațiilor arborelui principal reprezintă o bară de masă neglijabilă reze-

Manuscris primit la data de 6 iulie 1981
* Conf. dr. ing., Catedra de Mașini unelte și scule.

mată pe resorturile echivalente cedării lagărelor. La capătul în consolă al arborelui este montată piatra de rectificat a cărei masă echivalentă se consideră distribuită într-un disc. În scopul asigurării unui caracter general valabil studiului, pentru constanta elastică a lagărelor, lungimea în consolă a arborelui principal, lățimea și diametrul pietrei de rectificat au fost adoptați parametrii adimensionali k, n, p, r (fig. 1).

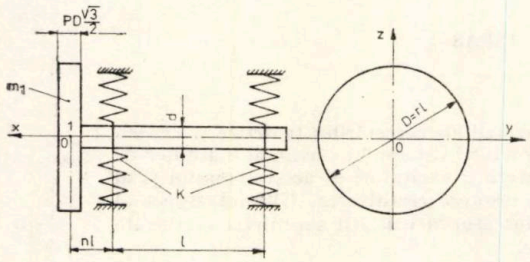


Fig. 1

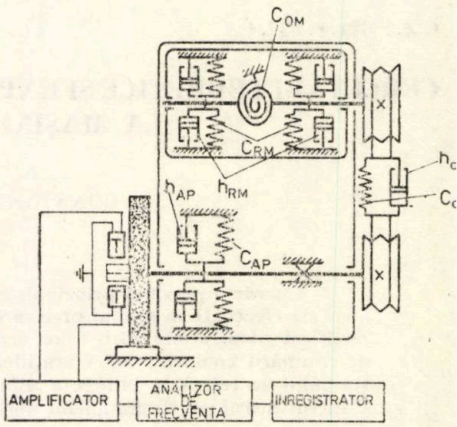


Fig. 2

Parametrul adimensional k reprezintă raportul dintre constanta elastică a lagărelor și a arborelui principal la capătul consolei sale.

Deformația arborelui principal se poate studia cel mai comod cu ajutorul coeficienților de influență [1].

Expresia coeficientului de influență α_{11} al arborelui principal de la mașinile de rectificat plan, în cazul în care constantele elastice sînt identice pentru ambele lagăre, devine:

$$\alpha_{11} = \frac{l^3}{3EI}\left\{ n^2(1+n) + \frac{3EI}{kl^3}\left[(1+n)^2 + n^2 \right]\right\}. \qquad (1)$$

Din analiza expresiei (1) se constată că influența cedărilor lagărului din față asupra deformației capătului în consolă al arborelui principal este cu mult mai mare decît cea a cedărilor lagărului din spate. Astfel, pentru lungimi în consolă ale arborelui, caracterizate prin valori uzuale parametrului n (de obicei, $n < 0{,}4$), raportul dintre deplasările arborelui datorate cedărilor celor două lagăre depășește valoarea 10.

Deformațiile celorlalte elemente componente ale lanțului cinematic principal influențează deplasarea relativă dintre piesă și sculă și, atunci cînd se urmărește precizia de prelucrare, elucidarea lor trebuie făcută pe această bază. Astfel, cercetările experimentale efectuate pe o mașină de rectificat plan au scos în evidență că vibrațiile ce însoțesc funcționarea motorului electric de acționare se transmit arborelui principal sub forma unui spectru în care se disting cîteva componente cu intensitate apreciabilă [3], [4], [5].

În mod similar s-a stabilit influența deformațiilor curelelor asupra structurii sistemului elastic al lanțului cinematic principal.

Pe baza considerațiilor prezentate mai sus a fost stabilită structura sistemului elastic al lanțului cinematic principal de la mașinile de rectificat plan, ale cărei elemente sînt prezentate în figura 2.

Pe schema din fig. 2, C_{AP}, C_{RM} reprezintă constantele elastice ale lagărelor arborelui principal și motorului electric de acționare, iar C_{CT} — constanta elastică a curelei de transmitere a mișcării. Amortizarea corespunzătoare elementelor menționate este indicată prin h_{AP}, h_{RM} și h_{CT}. Pe aceeași schemă, C_{OM} simbolizează constanta elastică și amortizarea cîmpului electromagnetic al motorului electric de acționare.

Pentru a se preciza structura sistemului elastic al lanțului cinematic principal de la mașinile de rectificat plan, pe cale experimentală au fost stabilite frecvențele principalilor excitatori ca și valoarea medie a amplitudinilor vibrațiilor transmise arborelui principal. În acest scop, deplasările capătului în consolă al acestuia au fost măsurate prin intermediul traductorilor inductivi fără contact.

Prin conectarea treptată, separată și concomitentă în diverse combinații a elementelor care asigură funcționarea mașinii de rectificat, s-au urmărit frecvențele din spectrul de excitație transmis arborelui principal și intensitățile relative ale vibrațiilor acestuia.

În urma analizei de frecvență efectuată se constată că motorul electric de acționare și curelele constituie cei mai puternici excitatori ai sistemului elastic.

Aceleași experiențe au evidențiat că în procesul de rectificare, desfășurat imediat după îndreptarea pietrei de rectificat, cu diverse adîncimi de așchiere, spectrul vibrațiilor arborelui principal este foarte apropiat celui de la funcționarea în gol. Devine evident că vibrațiile transmise arborelui principal de către diverși excitatori au consecințe directe asupra parametrilor calitativi ai funcționării mașinilor de rectificat plan.

Consecințele vibrațiilor asupra formei reale a directoarei suprafeței supuse rectificării au fost stabilite în urma modelării matematice pe calculatorul Felix C-512.

Modelarea generării directoarei reale s-a realizat pe baza schemei de probabilitate a intersecției profilului suprafeței active a pietrei de rectificat cu cel al suprafeței de prelucrat [6]. Traiectoria unei granule abrazive se exprimă cu ajutorul ecuațiilor parametrice, coordonatele curente fiind dispuse pe direcțiile tangențială (X) și radială (Y) la suprafața convențională exterioară a pietrei de rectificat. Expresiile coordonatelor x și y ale vîrfului unui grăunte abraziv rezultă din cinematica generării pe mașinile de rectificat plan, la care pe direcția Y se suprapune mișcarea vibratorie a capătului în consolă al arborelui principal.

Ecuațiile parametrice ale traiectoriei unei granule abrazive sînt următoarele [2]:

$$\left.\begin{aligned} x &= v_a \cdot t + R \sin(\omega t + \varphi), \\ y &= R \cos(\omega t + \varphi) + A_i \cos(k_i \cos \omega t + \varphi_i),\ i = 1 \ldots n \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

în care R reprezintă raza pietrei de rectificat;

ω — viteza mișcării de rotație a pietrei de rectificat;

φ — faza de dispunere a grăuntelui abraziv;

v_a — viteza de avans a mesei mașinii de rectificat plan;

A_i — amplitudinea vibrațiilor proiectată pe direcția Y;

φ_i — faza vibrației granulei în contact cu piesa;

k_i — raportul dintre pulsația vibrațiilor și viteza unghiulară a pietrei de rectificat;

t — timpul.

În cadrul studiului s-au menținut constante mărimile: R, ω și v_a, celelalte mărimi: A_i; φ, k_i și φ_i au primit variații în limitele și după legile stabilite în urma cercetărilor experimentale sau cunoscute din practica prelucrării prin rectificare. Astfel, modelarea s-a efectuat pentru o piatră de rectificat cu granule de electrocorindon și liant ceramic, avînd duritatea K și distanța medie între granulele abrazive de 3,276 mm. Diametrul pietrei de rectificat a fost 250 mm, viteza periferică — 30 m/s, adîncimea de așchiere — 2,5 μm și viteza de avans a piesei —0,5 m/min.

După modelare, forma reală a directoarei, considerînd că nu există vibrații a fost reprezentată în figura 3. Rezultă o înălțime a ondulațiilor $R_{max} = 0{,}53$ μm. Suprapunînd peste mișcările generatoare vibrații cu amplitudinea de 1 μm și frecvența de 100 Hz a rezultat directoarea reală reprezentată în figura 4. Ondulațiile datorite vibrațiilor sînt evidente, înălțimea lor atingînd $R_{max} = 1{,}03$.

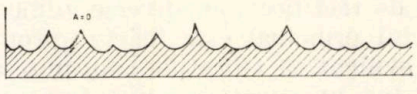


Fig. 3

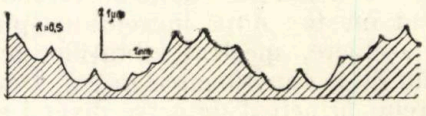


Fig. 4

Graficele prezentate în fig. 3 și 4 permit a se stabili secțiunea așchiei desprinse de o granulă abrazivă. În condițiile arătate mai sus, la apariția vibrațiilor, grosimea stratului desprins de o granulă abrazivă crește de la 0,425 μm la 0,617 μm, ceea ce reprezintă o mărire a sarcinii cu aproximativ 40%. Acest lucru conduce la intensificarea uzurii granulelor abrazive și a procesului vibrator, fenomenele respective fiind într-o strînsă interdependență.

În concluzie, lanțul cinematic al mașinilor de rectificat include cei mai puternici excitatori ai mașinilor de rectificat, structura sistemului său elastic fiind determinată de deformația arborelui principal, a lagărului din față, a curelelor și a celor din motorul de acționare. Vibrațiile capătului în consolă al arborelui principal au drept consecință apariția ondulațiilor pe suprafața supusă rectificării și creșterea considerabilă a sarcinii aplicate grăunților abrazivi, ceea ce are ca rezultat intensificarea uzurii acestora.

BIBLIOGRAFIE

1. *Buzdugan, Gh.*, Rezistența materialelor, Editura tehnică, București, 1970.
2. *Duca, Z.*, Bazele teoretice ale prelucrărilor pe mașini-unelte. Editura didactică și pedagogică, București, 1969.
3. *Ispas, C.*, Cercetări teoretice și experimentale asupra fenomenelor de instabilitate dinamică la mașinile de rectificat (teză de doctorat), Institutul politehnic București, 1973.
4. *Ispas, C., Popov, M.*, Considerații privind structura sistemului elastic al lanțului cinematic principal la mașinile de rectificat exterior. Construcția de mașini, nr. 5—6, 1974.
5. *Ispas, C.*, Cercetări experimentale asupra vibrațiilor la mașinile de rectificat cilindric exterior. Construcția de mașini, nr. 7, 1979.
6. *Ispas, C.*, Considerații privind caracteristica procesului de rectificare. A III-a Conferință de Mașini-unelte și Scule, București, 1979.

Recherches théoriques et expérimentales sur les vibrations des machines à rectifier

Le travail présente les conclusions des investigations théoriques et expérimentales ayant comme but de préciser la structure du système élastique des machines à rectifier, d'établir les plus forts excitateurs, de définir l'influence des vibrations sur la qualité des surfaces rectifiées et sur l'usure des grains abrasifs.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.: 621.74
621.92

O NOUĂ TEORIE DE PROIECTARE A TEHNOLOGIEI ȘI CALCUL AL AMESTECĂTOARELOR CU ROLE ȘI PLUGURI UTILIZATE ÎN TURNĂTORIE

S. M. IONESCU, C. SAMOILĂ, V. VULCU*

Lucrarea prezintă elementele principale ale analizei teoretice și confirmării experimentale a fenomenelor care au loc în timpul preparării amestecurilor de formare în amestecătoarele cu role și pluguri. Se fundamentează o nouă teorie care permite aprecierea unitară a parametrilor tehnologici ai procesului de preparare și a celor constructivi ai utilajului.

Pînă în prezent nu au fost stabilite dependențe cantitative între factorii tehnologici ai procesului de preparare, proprietățile amestecului de formare și elementele constructive ale amestecătoarelor cu role și pluguri utilizate în turnătorie. Elaborarea unei teorii unitare în acest domeniu, așezată pe suport matematic și verificată experimental, răspunde mai multor obiective ale eficienței economice : sporirea productivității de preparare, reducerea consumului de materii prime și energie și îmbunătățirea calității pieselor turnate.

Teoria unitară de calcul a amestecătoarelor cu role și pluguri pornește de la conceptul [1] potrivit căruia prepararea amestecului de formare este rezultatul a două procese simultane — frotarea superficială și deformarea în volum a masei de amestec, prin care granula de nisip se învelește cu liant. Prin analiza teoretică dezvoltată a fenomenului deformării în volum a amestecului în timpul preparării este evidențiată funcțiunea rolei — tasarea amestecului ; la o anumită valoare a presiunii medii de deformare, în amestec apar un număr infinit de plane de alunecare după care se vor deplasa grăunții de nisip învelindu-se cu liant. Rezultă imediat funcțiunea plugului în procesul preparării : aducerea permanentă a amestecului, îndesat de către rolă pe fundul cuvei, la condițiile inițiale (stare afînată). Noua teorie a amestecătoarelor cu role și pluguri stabilește relații analitice de calcul al presiunii în masa amestecului aflat sub rolă și al poziției axului

Manuscris primit la data de 16 iunie 1981

* Șef lucrări dr. ing., Catedra Tehnologia materialelor și sudură—I.P.B. ; Șef lucrări, dr. ing. Universitatea Brașov ; dr. ing., Întreprinderea „Tractorul" Brașov.

de rostogolire pură față de axul central al utilajului, determină ecuația de variație a înălțimii amestecului de formare pe lățimea rolei și permite aprecierea analitică a ponderii fiecărui organ de amestecare în funcție de compoziția amestecului preparat [2].

Presiunea rolei asupra amestecului de formare este determinantă în procesul intim de liere a componenților introduși în procesul de preparare. Determinarea variației acestui parametru permite stabilirea unor concluzii importante atît pentru construcția utilajului cît și pentru tehnologia de lucru. Tocmai de aceea, avînd în vedere și spațiul limitat de care dispune prezentarea de față, în continuare vor fi expuse deducerea relației analitice pentru calculul presiunii sub rolă și programul experimental prin care a fost confirmată corectitudinea acestei relații.

1. Relație pentru calculul presiunii sub rolă

În prima etapă s-a dedus o relație de calcul a presiunii în stratul superficial de amestec, aflat în imediata vecinătate a rolei. Se acceptă mai multe ipoteze de lucru printre care :

— variația gradului de îndesare sub rolă este dată de relația lui N. P. Aksenov [3] :

$$\delta = 1 + C \cdot p^{0,25} \tag{1}$$

— direcția de îndesare într-un punct M (fig. 1) coincide cu direcția vitezei V a punctului respectiv și este înclinată cu un unghi ψ față de direcția radială ;

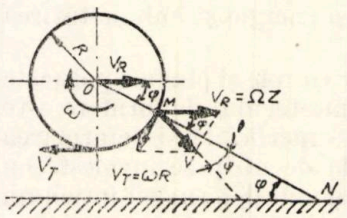


Fig. 1 — Viteza punctului M și componentele sale

— pe măsură ce amestecul se îndeasă, la deplasarea rolei, presiunea sub rolă crește cu unghiul φ pînă la valoarea $p_{\varphi z} = p_{\lim}$ = constant. Înainte de atingerea stării limită de echilibru este respectată condiția constanței masei de amestec sub rolă :

$$\delta \cdot dV = \delta_0 \cdot dV_0 \tag{2}$$

Avînd în vedere egalitatea $V_{ABCD} = V_{A'B'C'D'}$ se exprimă volumul elementar de amestec (fig. 2), corespunzător unghiului la centru

$$dV = \left(R \cos \psi - \frac{U}{4}\right) U \, d\varphi \tag{3}$$

$$dV_0 = \left(R \cos \psi_0 - \frac{U_0}{4}\right) U_0 \, d\varphi \tag{4}$$

Exprimînd pe U în funcţie de A şi R, considerînd $A/R = a$ şi înlocuind corespunzător în relaţia (2) se obţine :

$$\frac{\delta}{\delta_0} = \frac{a - \sin\varphi_0}{a - \sin\varphi} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_0}{2}\right)} \cdot$$

$$\cdot \frac{4\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_0}{2}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_0}{2}\right) - a + \sin\varphi_0}{4\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) - a + \sin\varphi} \tag{5}$$

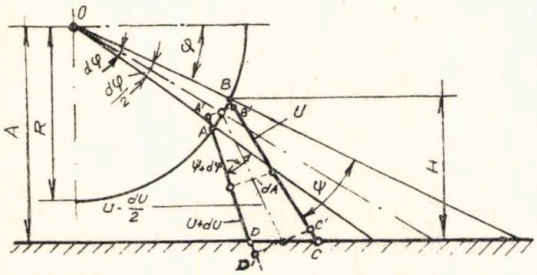


Fig. 2 — Volumul de amestec îndesat sub rolă

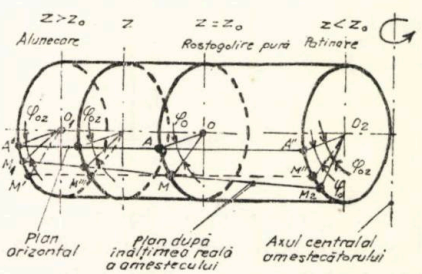


Fig. 3 — Variaţia înălţimii amestecului pe lăţimea rolei

După cum se cunoaşte din teoria frotării superficiale [3], fenomenul frotării este caracterizat printr-un gradient de viteze pe lăţimea rolei, al cărui efect este existenţa zonelor de alunecare şi patinare sub rolă. Una din consecinţele fenomenului menţionat este variaţia înălţimii amestecului de formare pe lăţimea rolei, înainte de prinderea lui sub rolă (fig. 3). În aceste condiţii, pentru secţiunea $Z = Z_0$, relaţia (1) se va scrie :

$$p = \left[\frac{\left(\frac{\delta}{\delta_0}\right)\delta - 1}{C}\right]^4 \tag{6}$$

Pentru oricare altă secţiune, în această relaţie, raportul gradelor de îndesare este dat de relaţia (5) în care $\varphi = \varphi_{0z}$. Pe de altă parte, valoarea coeficientului C din relaţia (5) variază cu înălţimea după o relaţie [3], care pentru secţiunea Z va fi :

$$C_z = 0{,}92\left[R\frac{a - \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_{0z}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_{0z}}{2}\right)}\right]^{-0{,}19} \tag{7}$$

Dacă se vor scrie expresiile presiunii sub rolă într-o secţiune oarecare Z şi în secţiunea Z_0 şi se vor egala, introducînd în aceste expresii coefi-

cientul C_z dat de relația (7), rezultă ecuația de determinare a unghiului φ_{0z} în funcție de poziția secțiunii Z față de secțiunea de rostogolire pură :

$$\frac{\delta_0 \cdot \frac{a - \sin\varphi_{0z}}{a - \sin\varphi_0} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_0}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_{0z}}{2}\right)} \cdot}{C_z}$$

$$\cdot \frac{4\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_{0z}}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_{0z}}{2}\right) - a + \sin\varphi_{0z}}{4\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_0}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_0}{2}\right) - a + \sin\varphi_0} - 1 =$$

$$= \frac{\delta_0\left[1 + \frac{z - z_0}{z} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_0}{2}\right)\right] - 1}{C_0} \qquad (8)$$

În cazul stării limită de echilibru, deci pentru $p_{\varphi z} \leqslant p_{\lim}$, variația presiunii sub rolă va fi dată de relația (6) împreună cu relațiile (5) și (7). Cu ajutorul relațiilor (5), (6), (7) și (8), utilizînd un calculator electronic (Wang 2200 B), a fost determinată variația presiunii în amestecul aflat sub rolă (fig. 4) și variația înălțimii amestecului în fața rolei în funcție de parametrii tehnologici și constructivi cuprinși în expresiile respective.

Deducerea relației analitice complete a presiunii la care apare starea limită de echilibru în întreaga masă de amestec aflată sub rolă, se bazează pe ipoteza deformării în volum a amestecului sub greutatea rolei. Gradul de amestecare va fi influențat de apariția planelor de alunecare în întreaga masă de amestec, de depășirea stării limită de echilibru. Dat fiind că presiunea variază cu adîncimea amestecului, starea limită de echilibru apare treptat, pe înălțimea stratului aflat sub rolă. Există o valoare a presiunii pentru care în întreaga masă a amestecului apare starea limită de echilibru. Pornind de la asemenea considerații a fost dedusă, pe cale teoretică, relația (9) pentru evaluarea presiunii în masa amestecului de formare supus tasării sub rolă :

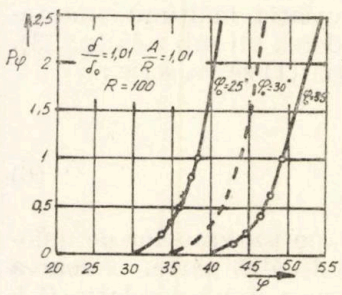


Fig. 4 — Variația presiunii sub rolă (exemplu)

$$p_r = \left[p_{\varphi z} - \frac{\gamma - 2k}{2\lambda \operatorname{tg}\varphi'}\right] e^{-2\lambda \operatorname{tg}\varphi' r} + \frac{\gamma - 2k}{2\lambda \operatorname{tg}\varphi'} \qquad (9)$$

În relația (9) s-a notat : γ — greutatea specifică a amestecului ; k — forța de coeziune specifică ; λ — coeficient de împingere laterală ;

φ' — unghiul de frecare interioară în amestec; r — distanța de la suprafața rolei.

Relația (9) permite stabilirea distanței optime dintre rolă și fundul cuvei amestecătorului și alegerea corectă a mărimii încărcăturii care se prepară.

2. Confirmări experimentale

Unul din programele experimentale întreprinse cu prilejul elaborării noii teorii de calcul a amestecătoarelor cu role și pluguri a avut drept obiectiv confirmarea experimentală a ipotezelor acceptate la deducerea relațiilor analitice de calcul al presiunii sub rolă: creșterea presiunii în fața rolei cu apropierea de planul vertical de simetrie al acesteia; existența unei anumite valori a presiunii sub rolă la care apare starea limită de echilibru în amestec; variația presiunii în amestec după lățimea rolei. S-a conceput și executat o instalație experimentală pentru măsurarea forței în diferite puncte în masa de amestec aflată sub rolă; instalația folosește un dispozitiv cu două traductoare de forță tensometrice și un element elastic care lucrează ca o grindă de egală rezistență. Valorile forței sub rolă sînt transmise la un înregistrator cu spot luminos care trasează oscilogramele (fig. 5).

Fig. 5 — Oscilograma de variație a forței sub rolă (exemplu)

Determinările experimentale au confirmat întocmai ipotezele admise pentru deducerea relației analitice a presiunii, precum și valorile stabilite pe calculator pornind de la această relație. În acest sens este interesant de remarcat alura curbei de variație a forței sub rolă. „Primul maxim" (fig. 5) reprezintă valoarea forței pentru care în masa de amestec se atinge starea limită de echilibru, la care apar planele de alunecare (deformarea în volum). În timpul acestei deplasări forța în amestec scade, dar avansînd rola îndeasă din nou amestecul, iar forța crește pînă la „al doilea maxim". După un anumit număr de treceri ale rolei peste amestec gradul de îndesare crește atît de mult încît efectul deformării în volum, provocat de rolă, nu mai este posibil. Rolul plugului, care aduce mereu amestecul la starea afînată, este deci evident.

BIBLIOGRAFIE

1. *Vulcu, V., Mărgineanu, I., Samoilă, C., Constantinescu, Al.* Contribuții la teoria pregătirii materialelor de formare, în amestecătoarele cu role. Buletinul Universității Brașov, vol. XIV, 1972.
2. *Ionescu, S.*, Contribuții la studiul problemelor de optimizare rezultate din dependența parametrilor constructivi ai amestecătoarelor cu compoziția amestecurilor de turnătorie. Teză de doctorat, Universitatea Brașov, 1980.
3. *Aksenov, P. N.*, Unele probleme ale teoriei mașinilor pentru turnătorii, Mașghiz, 1962.
4. *Ionescu, S., Mărgineanu, I., Samoilă, C., Vasu T., Vulcu, V.*, Variația presiunii sub rolă la pregătirea amestecurilor de formare. Buletinul Sesiunii științifice a Întreprinderii ,,Tractorul'' Brașov, 1975.

A New Projection Theory for the Technology and Calculation of the Pluogh and Roll Mixer Used in Foundry

The paper presents the main elements of the theoretical analysis and experimental confirmation of the phenomena which occur during the preparation of the formation mixture in plough and roll mixers. A new theory which permits the unitary estimation of the technological parameters of the preparation procedure and of the constructive parameters of the facility, is now proved scientifically.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.: 625.282
621.436

CERCETĂRI EXPERIMENTALE PRIVIND FENOMENUL DE STICK-SLIP LA LOCOMOTIVELE DIESEL CU TRANSMISIE ÎN CURENT ALTERNATIV — CURENT ALTERNATIV

IOAN SEBEȘAN *

La mișcarea sistemului de antrenare apar de multe ori ca fenomene secundare, oscilații de stick-slip a căror cauză primară rezidă în caracteristica coeficientului de frecare roată-șină și a forței de tracțiune la periferia roților motoare.

Se prezintă metodologia de experimentare și rezultatele obținute pe un stand construit de autor în cadrul laboratorului catedrei de Material rulant din Institutul Politehnic București.

1. Generalități

Problema stick-slip-ului la locomotive a constituit recent obiectul unor studii teoretice și experimentale atît la căile ferate din RFG, Austria cît și la CFR. Studierea acestui fenomen la locomotive a fost determinată în special de apariția unor fisuri și chiar ruperi ale osiilor ca urmare a sarcinilor mari pe osii și creșterii puterii locomotivelor din ultimii ani.

Cu excepția unor recente studii experimentale efectuate pe locomotive electrice cu motoare asincrone de tracțiune de către ORE, [3] pînă în prezent nu a fost studiată influența stick-slip-ului asupra forței de tracțiune a locomotivelor diesel cu transmisie în curent alternativ și motoare de tracțiune asincrone.

La aceste locomotive alura caracteristicii cuplului motorului electric de tracțiune are o mare influență asupra patinării roților. Deoarece la motorul asincron de tracțiune caracteristica cuplului este abruptă și aproximativ liniară în zona sa stabilă, vitezele de patinare sînt mici, compara-

Manuscris primit la data de 8 iulie 1981
* Șef lucrări dr. ing., Catedra Material rulant

bil cu motorul de tracţiune de curent continuu. Pericolul „ambalării" motorului şi osiei la patinare este complet înlăturat, dar nu şi stick-slip-ul, fapt confirmat de altfel şi de experienţele întreprinse în cadrul ORE. Stick-slip-ul se produce imediat după „ruperea aderenţei" odată cu patinarea roţilor oricît de mici ar fi vitezele de patinare, aceasta putîndu-se explica prin faptul că oscilaţiile de stick-slip care apar sînt autoexcitate, amplitudinile acestor oscilaţii care cresc rapid în timp [1], [3], depinzînd de mai mulţi factori nu numai de viteza de patinare.

Întrucît în ţara noastră nu există locomotive diesel cu transmisie electrică în curent alternativ cu motoare de tracţiune asincrone, verificările experimentale privind fenomenul de stick-slip s-au făcut pe un stand special construit de către autor care a permis să se pună în evidenţă influenţa părţii electrice asupra stick-slip-ului şi pe locomotiva CFR 060-EA de 5100 kW cu care s-au verificat aspectele stick-slip-ului care nu sînt influenţate de tipul transmisiei locomotivei (sarcinile pe osii la demaraj şi influenţa vitezei de patinare asupra amplitudinilor oscilaţiilor).

2. Standul pentru cercetarea experimentală a fenomenului de stick-slip.

Standul care este compus dintr-un sistem de antrenare cu motor de tracţiune asincron şi un dispozitiv de modificare a apăsărilor pe osie, reprezintă un model adecvat pentru simularea fenomenului de stick-slip, el permiţînd o evaluare mai exactă, faţă de metodele teoretice ale influenţei parametrilor de natură mecanică şi electrică ai locomotivei asupra stick-slip-ului.

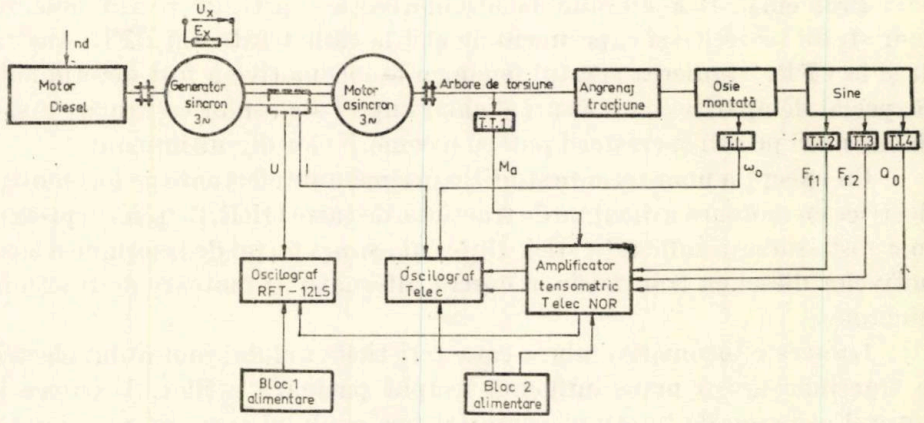


Fig. 1 — Schema bloc a instalaţiei folosite pentru verificările experimentale pe stand
TT1 — traductor tensometric pentru măsurarea cuplului M_a în arborele de torsiune
TT2, TT3 — traductoare tensometrice pentru măsurarea forţelor de frecare F_{f1} şi F_{f2}
TT4 — traductor tensometric pentru măsurarea sarcinii pe roată Q_0
T1 — traductor cu impulsuri pentru măsurarea vitezei unghiulare a osiei

Schema bloc a instalației folosite pentru verificările experimentale este reprezentată în fig. 1.

3. Efectuarea și prelucrarea măsurătorilor efectuate pe stand.

Măsurarea pe stand a mărimilor ω_0 (viteza unghiulară a osiei), M_a (cuplul în arborele de torsiune), F_{f1}, F_{f2} (forțele de frecare dintre roți și șine) s-a făcut simultan pentru diferite valori ale sarcinii pe osie Q_0 și ale mărimilor U și f de alimentare a motorului asincron.

Reglarea frecvenței f de alimentare a motorului s-a făcut prin modificarea turației n_d a unui grup motor diesel-generator sincron prin intermediul cremalierei pompei de injecție a motorului diesel.

Tensiunea U la bornele generatorului sincron pentru o anumită valoare a turației n s-a modificat prin intermediul tensiunii U_x la bornele înfășurării de excitație E_x. Înregistrarea acestor mărimi s-a făcut pe oscilograful RFT-12 LS.

Caracteristica experimentală a coeficientului de frecare roată-șină $\mu(v_a)$ s-a determinat indirect măsurînd valorile $F_{f1,i}$ $(i = 1, \ldots, n)$ ale forței de frecare la roata 1 (fig. 2) la diferite viteze de alunecare v_{ai} $(i = 1, \ldots n)$ pentru o anumită valoare a sarcinii pe roată Q_0.

Prin modificarea frecvenței și tensiunii de alimentare s-a obținut o familie de caracteristici mecanice ale motorului asincron deci diferite viteze de patinare a roților.

Pentru a simula condițiile reale din exploatare a locomotivelor cu transmisie în curent alternativ-curent alternativ s-au ales acele valori ale tensiunii și frecvenței pentru care raportul U/f = const., deci cazul reglării la cuplu constant. Astfel, pentru fiecare valoare a forței Q_0, frecvența tensiunii de alimentare a motorului s-a variat între valorile stabile $f = 20$ și 50 Hz prin modificarea turației grupului motor diesel-generator sincron respectiv tensiunea între $U = 190$ V și 380 V.

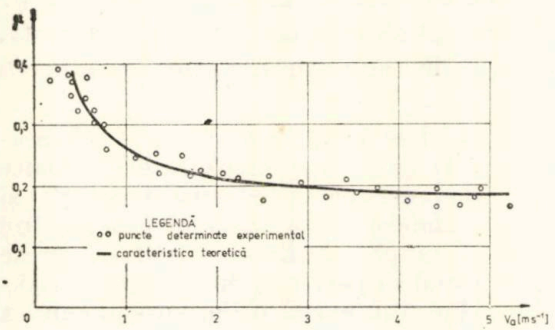


Fig. 2 — Caracteristica coeficientului de frecare roată-șină la stand

Influența sarcinii pe roată asupra cuplurilor maxime în osie M_{omax} și arborele de torsiune M_{amax} se poate vedea în fig. 3. Deoarece valorile acestor cupluri au crescut odată cu mărirea frecvenței tensiunii de alimentare a motorului, se confirmă că, pentru micșorarea amplitudinilor de oscilație este necesară micșorarea frecvenței într-un timp util astfel ca amplitudinile să nu ajungă la valori periculoase.

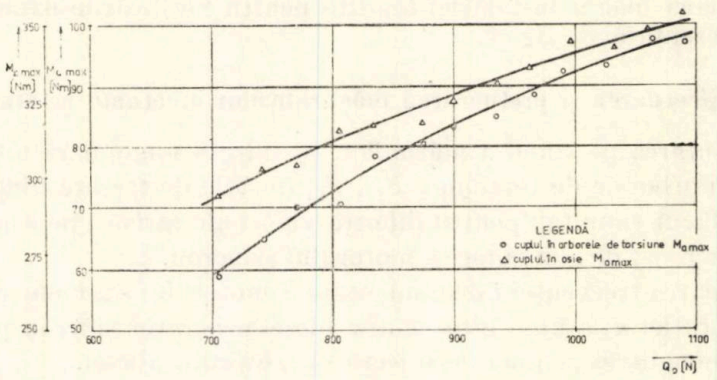


Fig. 3 — Diagramele obţinute experimental ale variaţiei cuplurilor M_{amax} şi M_{0max} cu sarcina pe roata Q_0

S-a observat şi faptul că, creşterea în timp a amplitudinilor oscilaţiilor de stick-slip influenţează coeficientul de suprasarcină al motorului

3. Verificări experimentale pe locomotivă.

După cum s-a arătat, unele concluzii teoretice privind fenomenul de stick-slip s-au verificat experimental pe locomotiva CFR 060 EA de 5100 kW.

Din oscilogramele obţinute cu ocazia încercărilor, s-au scos următoarele valori: $v_{amax}=r_0 \cdot \omega_{0max}$ (r_0 fiind raza roţii locomotivei), M_{0a}—momentul de torsiune al osiei limitat de aderenţă, M_{0max} — momentul maxim în osie corespunzător numai oscilaţiilor de stick-slip.

A rezultat că solicitările torsionale maxime datorită oscilaţiilor de stick-slip ating valori de peste 11 ori faţă de solicitarea dată de aderenţă.

Variaţia vitezei de oscilaţie v_{amax} în timp, din momentul producerii stick-slip-ului se poate vedea în fig. 4.

Alura curbei de variaţie în timp a vitezei v_{amax} confirmă atît cele arătate în [3] cît şi măsurătorile făcute de Schröter şi Schönenberger [2] şi anume că, deşi sistemul este instabil şi amplitudinile de oscilaţie cresc rapid în perioada de început a stick-slip-ului, există o limitare în timp a acestor amplitudini.

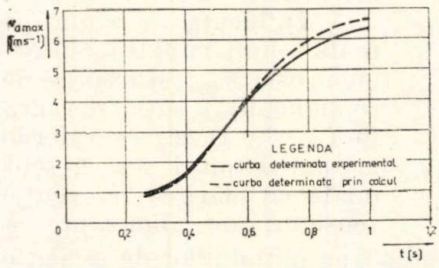


Fig. 4 — Variaţia în timp a vitezei v_{amax}

Din măsurătorile efectuate pe locomotivă a rezultat, de asemenea, o creştere a frecvenţei oscilaţiilor de stick-slip de la cca. 18 Hz pînă la 48 Hz cînd amplitudinile oscilaţiilor sînt maxime.

4. Analiza comparativă a rezultatelor obținute pe cale teoretică și experimentală

Pentru a compara rezultatele experimentale obținute pe stand cu cele teoretice s-a făcut și integrarea ecuațiilor de mișcare pe calculator pentru parametrii standului [3].

Comparînd valorile calculate cu cele măsurate, se constată o foarte bună concordanță în ceea ce privește alura și dispunerea curbelor. Aceasta arată că și caracteristica teoretică a coeficientului de frecare obținută prin prelucrarea matematică a datelor experimentale este foarte apropiată de cea reală.

Rezultatele experimentale obținute pe locomotivă se compară cu cele teoretice calculate. Au rezultat unele diferențe care însă sînt acceptabile. La fel se vede și în fig. 5 în care cu linie punct s-a trasat caracteristica teoretică.

Comparînd valorile frecvențelor de oscilație calculate cu cele măsurate se constată diferențe foarte mici de cca. 1—2 Hz. Astfel frecvența maximă a oscilațiilor de stick-slip obținută prin calcul este de 50 Hz față de 48 Hz cît este cea măsurată. Se observă că valoarea frecvenței oscilațiilor de stick-slip este apropiată de valoarea frecvenței proprii a sistemului de antrenare $p_1 = 51{,}596$ Hz., confirmîndu-se astfel concluziile la care au ajuns și alți cercetători care au studiat fenomenul numai experimental [1], [3],

Concluzii

Cercetarea fenomenului de stick-slip care apare la locomotivele diesel prezintă o mare importanță în stabilirea parametrilor constructivi ai acesteia, prevenirea apariției unor defecte grave ca fisuri, și ruperi ale osiilor, stabilirea performanțelor locomotivelor.

Standul conceput și realizat de autor în cadrul laboratorului catedrei de Material rulant reprezintă primul model experimental pe care s-a studiat stick-slip-ul la locomotivele diesel cu transmisie în curent alternativ-curent alternativ.

Acesta a permis să se determine influența asupra stick-slip-ului atît a parametrilor mecanici ai sistemului de antrenare, cît și influența transmisiei locomotivei.

BIBLIOGRAFIE

1. *Breyer E.*, Das Adhasionsverhalten von Thyristorlokomotiven Entwicklungen bei Reihe 1043 O.B.B. Elektrische Bahnen, 4—5, 1976.
2. *Schörter H., Schönenberger A.*, Gleitvorgange zwischen Rad und Schiene bei Dieseltrieb — fahrzeugen und Gegenmassnahmen druch Schrutzgerate. ETRH, 3, 1974.
3. *Zăgănescu I., Sebeșan I.*, Influența oscilațiilor de stick-slip asupra ruperilor de torsiune ale osiilor locomotivelor electrice. Buletin I. P. Timișoara, fasc. 1, 1979.

Experimental Researches Concerning the Stick-Slip Phenomenon in Diesel Locomotives with Transmission in Alternative Current — Alternative Current

In the movement of the drive system, there occur rather often, as side-phenomena stick-slip oscillations, whose primary cause lies in the characteristics of the friction coefficient between the wheel-rail and the traction force at the outside part of the driving wheels.

The work shows the experimental methodology and the results obtained on a working desk conceived by the author in the laboratory for locomotives of the Railway chair of the Bucharest Polytechnical Institute.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C. Z.: 621.91.07

CONTRIBUȚII LA STABILIREA UNEI METODE DE DETERMINARE A PRELUCRABILITĂȚII PRIN AȘCHIERE

ANDREI SZUDER *

În lucrare se dau semnificații precise unor noțiuni de prelucrabilitate și se propune o ecuație complexă de determinare a prelucrabilității prin așchiere, care ține seama concomitent de principalele criterii de apreciere a prelucrabilității (uzură, forțe, calitatea suprafeței, etc.) și care prezintă avantajul comparării prelucrabilității mai multor materiale în cazul unor regimuri de așchiere și geometrii de scule optimizate.

Noțiunea de prelucrabilitate prin așchiere este foarte complexă, ea dînd naștere la diferite interpretări și uneori la confuzii.

În mod normal prin prelucrabilitate prin așchiere se înțelege modul de comportare a unui material în procesul de așchiere, sau altfel spus ea caracterizează capacitatea unui material de a fi prelucrat prin așchiere. Această noțiune trebuie să caracterizeze un material sau o grupă de materiale și implică o comparație.

Prelucrabilitatea unui material depinde atît de factorii interni legați de starea sa, cît și de factorii externi care intervin în procesul de așchiere : tipul de prelucrare, caracterul operației, regimul de așchiere, scula utilizată. Rezultă că pentru o caracterizare completă, prelucrabilitatea prin așchiere, ca proprietate tehnologică, trebuie să reprezinte atît capacitatea de prelucrare prin așchiere a materialului, cît și comportarea lui în timpul procesului de așchiere.

Interpretările diferite și confuziile asupra termenului de prelucrabilitate prin așchiere se datoresc în primul rînd unor puncte de vedere diferite asupra acestei noțiuni. Astfel, pentru un energetician materialul cel mai prelucrabil este cel care necesită cel mai mic consum de energie n cursul prelucrării sale. Pentru un sculer cel mai prelucrabil material este cel care uzează cel mai puțin sculele.

După cum se poate observa, fiecare din aceste puncte de vedere corespunde în fond unui criteriu de apreciere a prelucrabilității (putere consumată, durabilitatea sculei), dar nu există o metodă de determinare a prelucrabilității, care să țină cont în același timp de toate criteriile principale. De aceea, prelucrabilitatea prin așchiere este un concept funcționa

Manuscris primit la data de 30 iunie 1981
* Șef lucrări dr. ing., Catedra Tehnologia construcției de mașini

care își pierde semnificația dacă nu sînt precizate condițiile în care ea este evaluată.

Confuziile apar și ca urmare a utilizării în literatura de specialitate a unor noțiuni ca: prelucrabilitate absolută sau relativă, coeficient de prelucrabilitate sau indice de prelucrabilitate.

În cele ce urmează se vor da acestor noțiuni semnificații precise, corespunzătoare modului în care se poate face, după opinia autorului, determinarea prelucrabilității prin așchiere a metalelor.

Pe baza considerării unuia din criteriile de apreciere a prelucrabilității (forțe, viteze admisibile sau economice, rugozități, etc.) se obțin valori numerice, care trebuie comparate cu valori de aceeași natură a aceluiași material sau a unui material diferit. Din acest motiv vom considera aceste valori drept indici de prelucrabilitate, iar raportul a doi indici de prelucrabilitate drept coeficient al prelucrabilității relative.

Indici de prelucrabilitate diferiți se pot obține în cazul aceluiași material în două situații:

1) La schimbarea parametrilor procesului de așchiere (regim de așchiere, geometria sculei, materialul sculei). În acest caz compararea indicilor permite aprecierea variației prelucrabilității pentru criteriul adoptat funcție de variația parametrilor procesului de așchiere. În același timp această comparație permite optimizarea procesului de așchiere funcție de criteriul ales.

Raportul indicilor de prelucrabilitate se va numi „coeficient al prelucrabilității relative pentru valori diferite ale parametrilor procesului de așchiere a unui material" și care reprezintă o valoare numerică a diferenței procentuale de prelucrabilitate, care există între cele două cazuri considerate. Indicele obținut în condițiile unui proces optimizat, poate fi numit „indice al prelucrabilității absolute a unui material funcție de criteriul considerat".

2) Cel de-al doilea caz poate apărea cînd este vorba de același material provenit însă de la producători diferiți sau din șarje diferite. În acest caz, după opinia noastră, verificarea omogenității proprietăților de prelucrabilitate putîndu-se face prin încercări simple, fără a mai fi necesară o optimizare a procesului de așchiere.

În majoritatea cazurilor, termenul de prelucrabilitate prin așchiere implică o comparație între două sau mai multe materiale.

Compararea indicilor de prelucrabilitate a două materiale se poate face în două moduri:

1) Se determină indicii de prelucrabilitate funcție de un criteriu la ambele materiale în condiții identice de regim de așchiere. Raportul acestor indici va reprezenta „coeficientul prelucrabilității relative simple". Acest coeficient este puțin precis deoarece schimbarea condițiilor de așchiere poate modifica indicii de prelucrabilitate ai celor două materiale în mod diferit, schimbînd raportul dintre ei.

2) În cazul cînd se determină pentru ambele materiale indicii prelucrabilității absolute funcție de același criteriu, raportul acestora va reprezenta „coeficientul prelucrabilității relative absolute sau complexe".

Cei doi indici ai prelucrabilității absolute reprezintă indici obținuți în cazul unui proces de așchiere optimizat funcție de criteriul ales. Acest

lucru înseamnă că parametrii regimului de așchiere cît și geometria sculei pot să nu fie aceeași pentru cei doi indici.

Metodele actuale se bazează pe compararea indicilor de prelucrabilitate furnizați de un singur criteriu de prelucrabilitate și ele nu corespund unor exigențe cum ar fi:

— să poată servi la alegerea unui material în condiții optime de așchiere, ținînd cont concomitent de principalele criterii de prelucrabilitate.

— să țină seama de parametrii procesului de așchiere, de natura procesului de așchiere și de caracterul operațiilor.

Cel care s-a apropiat cel mai mult de aceste cerințe a fost Kobayashi (2) care a studiat așchierea maselor plastice.

Ținînd cont de aceste cerințe autorul propune o formulă care permite determinarea indicilor de prelucrabilitate ținîndu-se seama de principalele criterii de apreciere a prelucrabilității în același timp:

$$P \cdot A = \frac{\dfrac{\text{Volumul de așchii}}{\text{Unitatea de timp}} \times \text{Viteza de așchiere optimă sau economică}}{\text{Puterea consumată} \times \text{Rugozitate}} \quad (1)$$

$$P \cdot A = \frac{v.s.t.v.}{Pz.v.Ra} \quad (2)$$

După cum se vede, în formula (1) în care $P \cdot A$ reprezintă indicele de prelucrabilitate prin așchiere, la numărător au fost plasați termenii care reprezintă criterii de apreciere a prelucrabilității și a căror creștere determină o îmbunătățire a prelucrabilității, în timp ce la numitor au fost plasați termenii a căror mărire conduce la o micșorare a prelucrabilității. Acest lucru înseamnă că cu cît indicele $P \cdot A$ va fi mai mare, cu atît prelucrabilitatea prin așchiere va fi mai bună.

Termeni cum ar fi: productivitatea așchierii, viteza de așchiere optimă, puterea consumată, rugozitatea, pot fi (pe baza încercărilor experimentale) exprimate analitic funcție de parametrii procesului de așchiere pentru diferite geometrii ale sculelor așchietoare.

În cazul nostru s-au determinat experimental aceste ecuații la strunjirea a două aliaje de aluminiu extrudabile românești folosite în aviație (1):

— Forța principală de așchiere:

$$P_z = C_{P_z} \cdot S^{Y_{Pz}} \cdot t^{X_{Pz}} \cdot K_{\gamma z} \quad (3)$$

— Rugozitatea:

$$R_a = C_{Ra} \cdot e^{S \cdot Y_{Ra}} \cdot K_{VRa} \quad (4)$$

— Viteza de așchiere:

$$V = \frac{C_v}{T^{\frac{1}{z}} \cdot t^{X_v} \cdot S^{Y_v}} \quad (5)$$

calculîndu-se coeficienţii şi exponenţii respectivi pentru condiţiile experimentale, cerute de beneficiar (I.M.F.C.A.) în cadrul contractului de cercetare.

Conform acestor ecuaţii, formula (2) poate fi scrisă sub forma:

$$P.A. = \frac{C_V}{C_{Pz} \cdot K_{Vz} \cdot C_{Ra} \cdot K_{VRa}} \cdot S^{1-Y_{Pz}-Y_V} \cdot t^{1-X_{Pz}-X_V} \cdot e^{S \cdot Y_{Ra}} \cdot T^{-\frac{1}{z}} \quad (6)$$

Formula (6) este o formulă complexă cre prezintă şi posibilitatea de-a fi particularizată în cazul luării în considerare numai a unora din factorii care caracterizează prelucrabilitatea prin aşchiere:

1) Cazul în care viteza de aşchiere dedusă pe baza formulelor lui Taylor nu este luată în considerare:

$$P.A. = \frac{1}{C_{Pz} \cdot K_{Vz} \cdot C_{Ra} \cdot K_{VRa}} \cdot S^{1-Y_{Pz}} \cdot t^{1-X_v} \cdot e^{S \cdot Y_{Ra}} \quad (7)$$

2) Cazul în care puterea consumată la aşchiere nu este considerat factor esenţial:

$$P.A. = \frac{C_V}{C_{Ra} \cdot K_{VRa}} \cdot S^{1-Y_V} \cdot t^{1-X_V} \cdot e^{S \cdot Y_{Ra}} \cdot T^{-\frac{1}{z}} \quad (8)$$

3) Cazul în care nu se ia în considerare rugozitatea:

$$P.A. = \frac{C_V}{C_{Pz} \cdot K_{Vz}} \cdot S^{1-Y_{Pz}-Y_V} \cdot t^{1-X_{Pz}-X_V} \cdot T^{-\frac{1}{z}} \quad (9)$$

4) Cazul cînd nu interesează productivitatea:

$$P.A. = \frac{Cv}{C_{Pz} \cdot K_{Vz} \cdot C_{Ra} \cdot K_{VRa} \cdot S^{YPz+Yv} \cdot t^{XPz+Xv} \cdot T^{\frac{1}{z}} \cdot e^{S \cdot YRa}} \quad (10)$$

Simplificări ale formulei se pot face şi în continuare neluîndu-se în considerare doi dintre parametrii principali care caracterizează prelucrabilitatea. Reducerea în continuare a încă unui parametru conduce la formulele clasice de apreciere a prelucrabilităţii pe baza unuia din cele patru criterii principale.

Mărimile care caracterizează indicele *P.A.* variază funcţie de forma aleasă a formulei (complexă sau simplificată). Aceste mărimi sînt neesenţiale avînd în vedere faptul că prelucrabilitatea prin aşchiere nu este o mărime fizică, ci reprezintă un concept funcţional. Dar de ceea ce trebuie neapărat să se ţină seama este că atunci cînd se determină coeficienţii prelucrabilităţii relative, indicii prelucrabilităţii să fie determinaţi pe baza aceleiaşi formule şi deci să reprezinte aceleaşi mărimi care intră în calcul.

Formula complexă prezintă numeroase avantaje și se pretează la o serie de modificări și simplificări funcție de condițiile concrete uzinale cît și de necesitățile de fabricație a unui anumit produs.

În cazul nostru datele experimentale obținute la strunjirea aliajelor de aluminiu au fost trasate pe calculator, ceea ce a permis obținerea unei „bănci de date" privind prelucrabilitatea prin așchiere a celor două aliaje, care pot fi utilizate direct de către inginerii tehnologi din uzină. Aceștia pot determina rapid atît aliajul cel mai convenabil cît și regimurile de așchiere și geometria sculei care să asigure o prelucrabilitate optimă a aliajului considerat.

Modul concret de utilizare a acestor „bănci de date" face obiectul unui alt articol.

BIBLIOGRAFIE

1. *A. Szuder*, „Contribuții la studiul prelucrabilității prin așchiere a unor aliaje de aluminiu extrudabile românești". Teză de doctorat. Institutul Politehnic Iași. 1975.
2. *A. Kobayashj*, „Machining of plastics". Mc Graw Hill. 1967.

Contributions on the Machinability Determination Method

A complex machinability determination formula is proposed which simultaneously take into account of the mains machinability criterions (tool life, surface quality, power consumption, etc.).

Using the proposed formula, the complex machinability determination is possible by electronic computer technics.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.: 621.2 :628.3
621.3.044.3

CERCETĂRI TEORETICE ȘI EXPERIMENTALE ASUPRA ECHIPAMENTELOR DE OXIGENARE A APELOR

JULIETA FLOREA, D. ROBESCU, T. PETROVICI *

În lucrare se prezintă sintetic rezultatele cercetărilor teoretice și experimentale asupra aeratoarelor mecanice de suprafață cu rotor folosite în tehnica epurării apelor uzate. Se prezintă standul experimental, considerații asupra criteriilor de similitudine și a modelelor teoretice de difuzie specifice aparatului.

Dezvoltarea în ritm susținut a industriei, creșterea gradului de industrializare și urbanizare, ridică continuu problema epurării corespunzătoare a apelor uzate urbane și industriale. Extinderea epurării apelor uzate, precum și dezvoltarea tehnologiilor de epurare au impus perfecționarea echipamentelor pentru oxigenarea apelor, datorită consumului important de energie electrică ce le revine, 50—80% din totalul consumului unei stații de epurare.

Cercetările teoretice și experimentale efectuate asupra aeratoarelor cu rotor, începute încă din anul 1973, au urmărit perfecționarea aeratorului în scopul îmbunătățirii parametrilor hidraulici și de oxigenare, precum și corelația existentă între mașina hidraulică, forma și dimensiunile bazinului, [4], [7].

1. Cercetări experimentale în laborator

În laboratoarele Catedrei de hidraulică și mașini hidraulice a fost construit un stand experimental pentru încercarea modelelor de aeratoare. Standul, prevăzut cu posibilități de modificare a turației și cu geometrie variabilă, a permis precizarea rapoartelor geometrice optime din punct de vedere hidrodinamic : latură bazin (L)/diametru rotor (D), adîncime bazin (h)/diametru (D), imersiune rotor (h_i)/diametru (D) etc. În laborator s-au studiat aspecte ale funcționării în grup a aeratoarelor în același bazin (caz concret în exploatare), probleme de spumare a apelor emulsionate etc. Ca urmare a fost precizată forma optimă de rotor diagonal care a condus la performanțe superioare.

2. Criteriile de similitudine ale echipamentelor de oxigenare

La baza proiectării prototipului au stat încercările efectuate în laborator pe model geometric asemenea și relațiile de similitudine. Stabilirea criteriilor de similitudine, neprecizate în literatură, a permis atît transpu-

Manuscris primit la data de 9 iulie 1981
* Prof. dr. ing.; Șef lucrări dr. ing.; Șef lucrări dr. ing., Catedra Hidraulică

nerea datelor şi estimarea performanţelor prototipului cît şi dimenisonarea mecanică şi hidrodinamică.

Se consideră funcţia implicită

$$F(L, h, h_i, D, b, n, P, c, \eta, \sigma, v_i, Q, Q_{0x}, H) = 0 \tag{1}$$

unde b este lăţimea palelor, n — turaţia, P — puterea, c — viteza absolută prin rotor, v_i — viteza indusă într-un punct din bazin, Q, Q_{0x} — debit de apă şi respectiv de oxigen dizolvat, η — viscozitatea apei, σ — tensiunea superficială, H — sarcina rotorului.

Prin aplicarea teoremei lui Buckingham rezultă ecuaţia criterială, între produsele adimensionale de tip π, [7].

$$Eu = \varphi\left(\frac{L}{D}, \frac{h}{D}, \frac{h_i}{D}, \frac{b}{D}, \frac{C}{Dn}, Re_r, Re_i, We, \frac{Q}{D^3n}, \frac{Q_{0x}}{D^3n}, \frac{gH}{D^2n^2}\right) \tag{2}$$

în care Eu este criteriul de similitudine Euler, Re_r, Re_i-numerele lui Reynolds definite pentru rotor şi mişcarea indusă, We-numărul Weber.

Relaţiile de similitudine stabilite au fost utilizate practic la proiectarea aeratoarelor şi înscrierea acestora pentru puteri în gama 4...75 kW.

3. Cercetări asupra transferului de oxigen din aer în apă

Un sistem mecanic de aerare se poate considera ca o sursă producătoare de oxigen concentrată într-un punct situat la cota h_i sub nivelul apei din bazin. În ipoteza transferului nepermanent unidirecţional ecuaţia transferului de masă se scrie

$$\frac{\partial C}{\partial t} = F(z, t) + \frac{\partial}{\partial z}\left[(D_\mu + D_t)\frac{\partial C}{\partial z}\right] \tag{3}$$

unde $F(z, t)$ reprezintă aportul maşinii hidraulice, C — concentraţia oxigen dizolvat, D_μ, D_t — coeficienţii de difuzie molecular şi respectiv turbulent. În condiţiile iniţiale şi la limită $C(z, 0) = \varphi(z)$, $C(0, t) = C_1(t)$, $C(h, t) = C_2(t)$ soluţia generală este [1]

$$C(\bar{z}, t) = C_0 - C_s \frac{H^2}{(D_\mu + D_t)t}(\bar{z} - \bar{z}^2) - (C_0 - C_s)(\bar{z} - \bar{z}^2) + \\ + \frac{C_0 - C_s}{3(D_\mu + D_t)t} \cdot H^2 \cdot (\bar{z}^2 - 2\bar{z}^3 + \bar{z}^4) + C_s, \ \bar{z} = h_i/h \tag{4}$$

care în sistemul de coordonate $C/C_s = f(\bar{z})$ este reprezentată în figura 1, utilă pentru studiul funcţionării echipamentului mecanic de aerare, la corelarea regimului de funcţionare al aeratorului cu cel al concentraţiei de oxigen prin variaţia imersiunii. De asemenea, coeficienţii de transfer ai oxigenului din aer în apă, calculaţi prin metoda prezentată, sînt comparabili cu cei rezultaţi din experimentările chimice [2], [7].

4. Debitul de lichid vehiculat

Debitul de apă vehiculat de sistemul mecanic, greu de măsurat practic, este parametrul hidraulic principal în realizarea unor mişcări hidrodinamice de intensitate corespunzătoare procesului de epurare cu nămol

activ. Pentru determinarea acestuia se consideră mişcarea fluidului trifazic (apă-aer-nămol activ) în hidroconul de aspiraţie natural sau materializat prin frontiere solide (figura 2).

Se simulează curgerea printr-o suprapunere de surse disc şi cilindrice obţinute ca soluţii ale unei mişcării permanente axial-simetrice dispuse într-o conductă.

În acest caz potenţialul $\varphi(r, z)$ şi funcţia de curent $\psi(r, z)$ verifică ecuaţiile

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}=0,\quad \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}-\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}=0 \qquad (5)$$

Prelucrarea numerică a soluţiilor analitice pentru ecuaţiile (5) şi compararea lor cu măsurătorile experimentale pentru zona de aspiraţie a aeratorului de 37 kw a permis validarea modelului teoretic propus. (figura 3)

Metoda poate fi utilizată la dimensionarea corectă a aeratorului mecanic de suprafaţă cu rotor şi ax vertical [1], [5].

5. Cercetări în faza pilot industrială

Cercetările experimentale la scară naturală au fost efectuate pentru determinarea performanţelor de oxigenare (în condiţii standard şi reale de exploatare). Testările multiple (mecanice, hidraulice, chimice etc.)

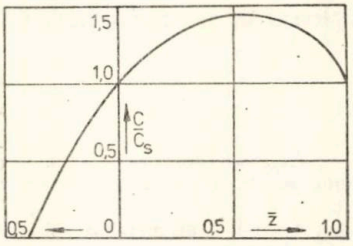


Fig. 1 — Variaţia concentraţiei relative

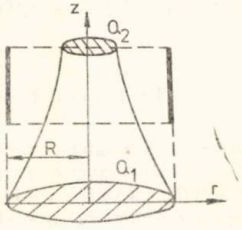


Fig. 2—Dispunerea surselor pentru determinarea debitului vehiculat

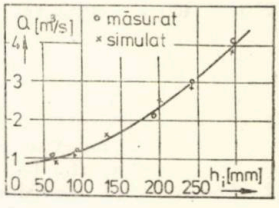


Fig. 3 — Debitul vehiculat de aeratorul de 37 kW

au urmărit precizarea performanţelor de oxigenare şi de anduranţă, fiabilităţii, vitezelor induse, zonele depozitelor de nămol etc., pentru bazinele de aerare ale staţiilor de epurare Constanţa, Mangalia, Suceava, Bacău etc.

6. Cercetări pe noi echipamente de oxigenare

În ultimii ani au fost concepute, realizate şi experimentate noi echipamente pentru oxigenarea apelor ca de exemplu: a) aeratoare axiale rapide; b) ejectoare statice sau mobile autopropulsante; c) aeratoare cu deversor; d) aeratoare submersibile cu rotor dublu aspirant etc.

Scopul acestor cercetări este de a îmbunătăţi performanţele sistemelor de oxigenare şi de a diversifica gama lor astfel încît zona de funcţionare să fie acoperită cu utilaje competitive tehnic şi economic.

Prin aceasta se asigură îmbunătăţirea coeficientului economic, majorarea cantităţii de oxigen transferate din aer în apă, mărirea anduranţei şi fiabilităţii echipamentelor şi reducerea consumurilor energetice specifice.

Concluzii

Studiul echipamentelor de oxigenare necesită cunoştinţe din multiple domenii ale ştiinţei ca : mecanică, hidraulică, biologie, chimie etc. fiind în ansamblu o cercetare interdisciplinară.

Cercetările efectuate au subliniat rolul şi importanţa factorilor hidrodinamici în obţinerea unor performanţe de oxigenare superioare. Corelarea parametrilor chimici şi hidrodinamici constituie un factor de bază în obţinerea unor performanţe superioare.

Rezultatele cercetărilor efectuate s-au concretizat în precizarea metodologiei de proiectare şi testare a aeratoarelor mecanice, în prototipuri executate, omologate şi intrate în fabricaţie şi exploatare în multe staţii de epurare, precum şi în proiectarea şi construirea unor noi echipamente de oxigenare cu performanţe superioare.

Pentru continuarea şi aprofundarea cercetărilor a apărut necesitatea lărgirii bazei materiale. În acest scop în incinta Institutului politehnic Bucureşti se află în construcţie un bazin cu geometrie variabilă destinat experimentărilor pe echipamente de oxigenare a apei în gama de putere 4...100 kw.

Parametrii hidrodinamici ai sistemelor de aerare (debit, sarcină, viteze induse) determină direct procesul de transfer de masă prin turbulenţa generată şi indusă în bazin.

Metodele propuse au stat la baza dimensionării unor sisteme de aerare perfecţionate care au dat rezultate bune în exploatare, estimate încă din etapa de proiectare.

BIBLIOGRAFIE

1. *Florea, J., Ronescu, D., Petrovici, T.*, Transfer de masse par convection forcée entre les masses d'eau et de gaz dans le phénomène hydraulique de la réparation mécanique, lucrările Congres AIRH, XVIII, Italia, 1979.
2. *Florea, J.*.. ş.a., Zavisimost mejdu ghidrodinamiceskimi haraterami i parametrimi okislenia aeratorov, Informaţionîi biuletin, CAER, 2 (23), 1978.
3. *Florea, J., Robescu, D.*, ş.a., Îndrumar pentru determinarea performanţelor sistemelor de aerare, litografiat, Institutul politehnic Bucureşti, 1981.
4. *Florea, J., Robescu, D.*, Transport hidraulic şi pneumatic (litografiat), Institutul politehnic Bucureşti, 1979.
5. *Florea, J., Petrovici, T., Robescu, D.*, Metode pentru determinarea debitului vehiculat la aeratoarele mecanice de suprafaţă, În volumul Colocviului de Echipamente pentru epurarea apelor uzate, I P Bucureşti, 7—9 noiembrie 1980.
6. *Robescu, D.*, Instalaţii de depoluare a apei şi aerului (litografiat), Institutul politehnic Bucureşti, 1979.
7. *Robescu, D.*, Contribuţii teoretice şi experimentale la studiul epurării apei, Teză de doctorat I P Bucureşti, 1975.

Recherches théoriques et expérimentales concernant les aérateurs mécaniques

Le travail présente une synthèse des résultats des recherches théoriques et expérimentales concernant les aérateurs mécaniques de surface à rotor utilisés dans la technique d'épuration des eaux usées. Sont présentées d'une part l'installation expérimentale et d'autre part une analyse des conditions de similitude et des modèles théoriques de diffusion appliqués à l'appareil.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.: 621.311.21

OPTIMIZAREA EXPLOATĂRII PE TERMEN SCURT A CASCADELOR DE CENTRALE HIDROELECTRICE

AL. DIACON, I. SETEANU, R. POPA *

În general, cascadele de CHE încorporează lacuri tampon cu posibilități de regularizare pe termen scurt a stocului turbinat de către o CHE de mare capacitate, amplasată în amonte. În acest context, se pune problema determinării celui mai avantajos regim zilnic de operare a cascadei, ținînd seama de alura probabilă a graficului de sarcină și de valoarea diferențiată a energiei produse în diferite zone (vîrf, semivîrf, bază) ale graficului de sarcină. Dacă apa are folosințe complexe (alimentări cu apă urbană și industrială, irigații, navigație, controlul poluării etc.), trebuie să se țină seama și de debitele pentru aceste folosințe.

Se prezintă un model matematic de programare liniară care este cuplat cu un alogoritm de optimizare necondiționată pentru a obține politica optimă de operare zilnică a cascadei. Funcția obiectiv aleasă asigură o valoare maximă a energiei furnizate, prin turbinarea stocului disponibil în zonele graficului de sarcină unde energia este cea mai prețioasă.

Introducere

Optimizarea exploatării centralelor hidroelectrice (CHE) în cascadă constituie o problemă de interes economic deosebit, putîndu-se obține cca. 8—14% energie suplimentară fără investiții noi.

De regulă, cascadele includ lacuri de capacitate redusă, cu posibilități de regularizare pe termen scurt (zilnică, cel mult săptămînală) a stocurilor turbinate de CHE de vîrf din amonte și a celor provenite din diferențele de bazin. În acest context, se pune problema alegerii celui mai avantajos program de exploatare a cascadelor de CHE pe parcursul unei zile, avînd în vedere alura probabilă a graficului de sarcină și valoarea diferențiată a energiei electrice produsă în perioadele de vîrf, semivîrf și bază ale graficului. În bazinele la care apa are folosințe complexe, trebuie să se țină seamă și de necesarul de apă pentru aceste folosințe (alimentări cu apă potabilă și industrială, irigații, navigație, debit de diluție pentru controlul poluării etc.).

În lucrarea de față se prezintă un model matematic de programare liniară cuplată cu un algoritm de optimizare necondiționată, pentru deter-

Manuscris primit la data de 9 iulie 1981
* Prof. dr. ing.; Conf. dr. ing.; Cercet. șt. ing., Catedra Hidraulică

minarea politicii optime zilnice de funcţionare a unei cascade de CHE. Funcţiile obiectiv alese asigură obţinerea unei producţii maxime de energie electrică din stocul zilnic disponibil, încadrînd în acelaşi timp această energie în zonele de eficienţă maximă energetică a graficului de sarcină.

Formularea modelului matematic

Se consideră un sistem de N CHE şi lacuri cu biefuri conjugate (fig. 1). Stocul afluent poate fi utilizat şi pentru folosinţe neenergetice, al căror necesar de apă se consideră cunoscut (debite prelevate — în cadrul variantei deterministe, respectiv funcţii de densitate de probabilitate a debitelor prelevate — în cadrul variantei stochastice). Debitele instalate în CHE sînt superioare debitului mediu al cursului de apă respectiv şi deci există posibilitatea ca în anumite perioade de timp apa să fie acumulată în lacurile cascadei, pentru a fi turbinată la putere mai mare în alte perioade. Graficul zilnic de sarcină are alura din fig. 2 şi poate fi împărţit într-o serie de intervale caracteristice de timp de lungime, t_j, $j = 1, 2, \ldots$ $\ldots, M$. Se ştie că energia electrică obţinută la vîrf de sarcină este cea mai valoroasă, în timp ce în perioadele de gol de sarcină are o valoare mai redusă. Se atribuie coeficienţii de valoare C_j pentru energia realizată în intervalele t_j ale graficului de sarcină. Se admite exploatarea cu deversări (fără turbinarea apei) doar în situaţii extreme (viituri, reparaţii etc.).

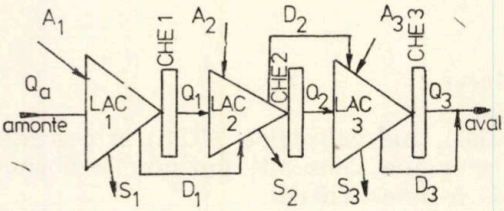


Fig. 1 — Schemă a cascadei de CHE

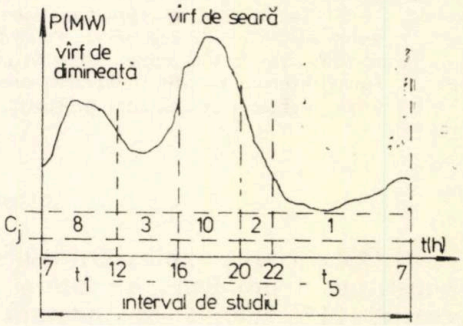


Fig. 2 — Graficul zilnic de sarcină

Funcţionarea sistemului de CHE trebuie să se încadreze între anumite limite constructive şi de exploatare bine precizate (nivele maxime şi minime admise în lacuri, debite instalate în CHE, debite impuse pentru folosinţe etc.).

În *etapa de programare liniară* (PL) se consideră că volumele în lacuri la sfîrşitul perioadei de analiză sînt cunoscute. Se alege ca funcţie obiectiv maximizarea valorii energiei brute realizate în sistem pe parcursul zilei. Cu excepţia unei constante, această funcţie obiectiv are forma

$$\text{Max}\left\{E_B = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}(Q_{ij}\cdot C_j + D_{ij}\cdot K_j)\cdot t_j\right\} \qquad (1)$$

în care indicele i se referă la lac, indicele j se referă la intervalul de timp, Q_{ij} şi D_{ij} sînt debitele turbinat, respectiv deversat, iar K_j este coeficien-

tul de valoare pentru stocul neturbinat (ales negativ și suficient de mare în valoare absolută, ceea ce face ca $D_{ij} \neq 0$ doar în situații extreme).

Restricțiile de nedepășire a nivelelor maxime de exploatare admise în lacuri sînt:

$$\sum_{i=1}^{m} (Q_{i-1,j} + D_{i-1,j} + A_{ij} - Q_{ij} - D_{ij} - S_{ij}) \cdot t_j \leqslant V_{Mi} - V_{0i} \qquad (2)$$

unde S_{ij} este debitul prelevat pentru folosințe neenergetice, A_{ij} este debitul afluent pe subbazin, iar V_{Mi} și V_{0i} sînt volumul maxim admis respectiv volumul inițial (la începutul perioadei zilnice de analiză). Q_{0j} reprezintă debitul afluent din amonte de cascadă și $D_{0j} = 0$.

Restricțiile de necoborîre sub nivelele minime admise în lacuri au forma

$$\sum_{j=1}^{m} (Q_{ij} + D_{ij} + S_{ij} - Q_{i-1,j} - D_{i-1,j} - A_{ij}) \cdot t_j \leqslant V_{0i} - V_{mi} \qquad (3)$$

unde V_{mi} este volumul minim admis în lac. Restricțiile (2) și (3) se scriu pentru $i = 1, 2, \ldots, N$; $m = 1, 2, \ldots, M$). Variația lui V cu nivelul se consideră univocă și liniară pe domeniul $V_M - V_m$.

Condițiile de atingere a volumelor finale V_{fi} sînt:

$$V_{fi} = V_{0i} + \sum_{j=1}^{M} (Q_{i-1,j} + D_{i-1,j} + A_{ij} - Q_{ij} - D_{ij} - S_{ij}) \cdot t_j; \; i = 1, \ldots, N \qquad (4)$$

Restricțiile de nedepășire a debitelor maxime ce pot fi turbinate în centrale sînt:

$$Q_{ij} \leqslant m_{ij} \cdot Q_{Ii}; \; i = 1, 2, \ldots, N; \; j = 1, 2, \ldots, M \qquad (5)$$

în care m_{ij} este coeficientul de disponibilitate pentru debitul instalat Q_{Ii} ($= 0$ dacă centrala i este în revizie cu toate grupurile, $= 1$ dacă toate grupurile pot funcționa etc.).

Soluția programului liniar (1)—(5) se obține cu unul din procedeele cunoscute [1] și constituie politica de turbinare Q_{ij} și deversare D_{ij} pentru lacurile și CHE din sistem, în toate intervalele de timp, care maximizează valoarea energiei brute realizate.

În *etapa de optimizare necondiționată* se admite că volumele finale în lacuri V_{fi} sînt parametri variabili într-o plajă de valori date. Se caută acei V_{fi} care maximizează valoarea energiei nete realizată în sistem pe perioada zilnică de analiză întrucît astfel se obține o măsură mai realistă a performanțelor amenajării. Funcția obiectiv are forma

$$\text{Max} \left\{ E_N = \sum_{j=1}^{M} C_j \cdot t_j \sum_{i=1}^{N} (\eta_h \cdot V_{\text{med}})_{ij} \cdot Q_{ij} \right\} \qquad (6)$$

în care se admite pentru randamentul hidraulic η_h o valoare constantă, cunoscută, pe intervalul j, iar căderea medie s-a înlocuit cu volumul mediu în acumulare $V_{\text{med}ij} = (V_{i\,j-1} + V_{ij})/2$.

Funcția obiectiv (6) este neliniară în raport cu V_{fi}, iar soluția optimă se găsește cu un algoritm de tipul „search pattern technique" (SPT) [2].

Procedeul de calcul global este, în mare, următorul: 1) pornind cu un set de valori inițiale V_{fi}, se rezolvă problema PL și se calculează E_N; 2) se modifică valorile V_{fi} cu un pas ΔV, în acord cu algoritmul SPT, se rezolvă problema PL și se păstrează ca noi valori pentru V_{fi} cele care majorează pe E_N; 3) se repetă calculele, eventual cu valori mai mici pentru ΔV, pînă cînd nu se mai obține o creștere a valorii E_N.

În cazul variantei stochastice, restricțiile probabiliste și funcția obiectiv pot fi aduse la forma unor relații liniare echivalente [3], după care procedeul de rezolvare este asemănător cu cel de mai sus.

Rezultate numerice

Modelul matematic descris a fost utilizat la determinarea politicii optime de operare pe termen scurt a unor cascade de CHE de la noi din țară. În continuare se redă succint o aplicație pentru un caz de calcul simplificat, referitor la o cascadă cu 3 lacuri avînd $V_0 = 7{,}5$; 4,8 și 7 mil. mc; $V_M = 10$; 6 și 9,3 mil. mc; $V_m = 4$; 2 și 3 mil. mc, iar $Q_I = 210$; 180 și 195 mc/s. Se pornește analiza cu $V_f = 9$; 5 și 4 mil. mc. Graficul zilnic de sarcină se împarte în 5 intervale t_j cuprinse între orele 7—12; 12—16; 16—20; 20—22 și 22—7, pentru care s-a ales $C_j = 8$; 3; 10; 2 și 1; $K_j = -10^5$; $Q_{0j} = 84$; 90; 95; 84 și 84 mc/s; $A_{1j} = 20$ mc/s; $A_{2j} = 10$ mc/s; $A_{3j} = 20$; 25; 30; 35 și 40 mc/s; $S_{1j} = 31{,}3$ mc/s; $S_{2j} = 37{,}5$ mc/s; $S_{3j} = 27{,}8$ mc/s; $m_{1j} = 0{,}95$; 0,75; 0,8; 0,9 și 0,25; $m_{2j} = 0{,}5$; 0,95; 0,95; 0,5 și 0,5; $m_{3j} = 0{,}25$; 0,5; 0,9; 0,75 și 0,75. Algoritmul SPT s-a pornit cu un pas $\Delta V = 2{,}5 \cdot 10^5$ mc, iar criteriul de oprire l-a constituit condiția $\Delta V \leqslant \Delta V_{\min} = 2{,}5 \cdot 10^4$ mc.

Rezultă programul de exploatare menționat în tabelul 1 și fig. 3.

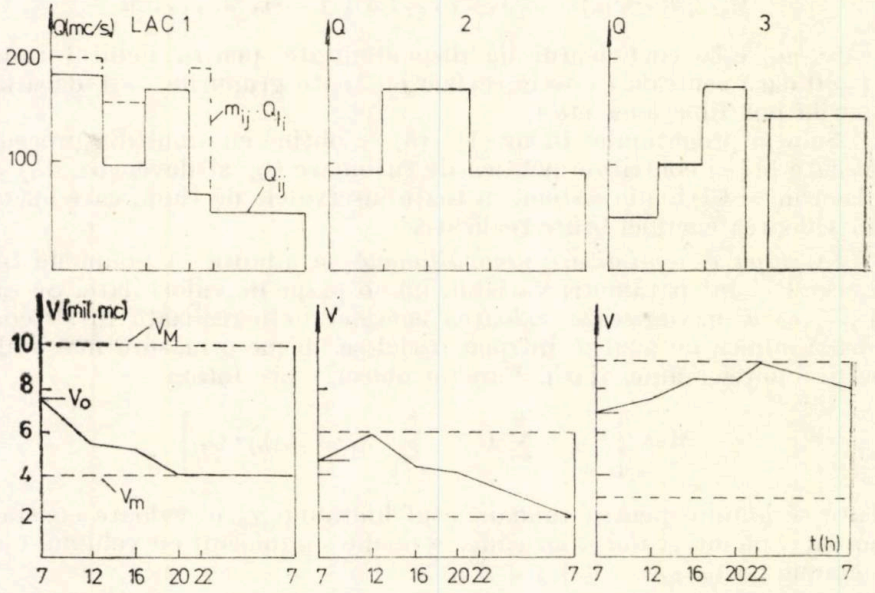


Fig. 3 — Variația zilnică a debitelor turbinate și a volumelor în lacuri, pentru politica optimă

Tabelul 1

interval t_j	7—12	12—16	16—20	20—22	22—7
Q_{1j} (mc/s)	184,2	98,1	168	72,7	52,5
Q_{2j} „	90	171	171	90	90
Q_{3j} „	48,8	97,5	175	0	146,2

Deversări apar doar în perioada de noapte ($D_{15} = 20{,}2$ și $D_{25} = 10$ mc/s) conducînd la turbinări cu debite maxime în perioadele de vîrf din cursul zilei cînd valoarea energiei este cea mai ridicată.

Se constată respectarea tuturor restricțiilor și furnizarea energiei în perioadele de vîrf la capacitatea maximă disponibilă ($m_{ij} \cdot Q_{Ii}$) de turbinare.

BIBLIOGRAFIE

1. *L. Lasdon*, Teoria optimizării sistemelor mari ; Ed. Tehnică, București 1975
2. *J. Kowaljk, M. Osborne*, Methods of unconstrained optimization problems ; Elsevier, New York, 1968
3. *A. Diacon, I. Seteanu, R. Popa*, Daily optimization of power generation in cascade hydrosystems (a stochastic approach) ; in Water for Survival, L. R. Beard (Guest Editor), Journal of Hydrology, 51 (1981), Elsevier, Amsterdam

Short-Term Optimization of Hydro-Plants Cascades

Commonly, the hydro-plants cascades include some buffer reservoirs, having short-term regulation capabilities in respect to water discharged through turbines of a great, upstream hydro-plant. In such a context, the most advantageous power generation daily regime is to be derived, taking into account the predicted fashion of load curve and the differential value of energy delivered at top, middle and base portion of load curve. If multiple users of water resources are involved, the water demands for such uses (e.g. urban and industrial water supply, irrigations, navigation, pollution control, etc.) are to be considered.

A linear programming mathematical model together with an unconstrained optimization alogorithm are presented and were used to obtain the daily optimal policy of cascade hydro-plants. The choosen objective function assures a maximum value of delivered energy, by using the available daily storage at the time-periods of load curve when a maximum efficiency is obtained.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.: 621.311.22/23

CERCETĂRI ASUPRA REDUCERII CONSUMURILOR DE ENERGIE LA CENTRALELE TERMOELECTRICE ȘI ÎN SISTEMELE DE TERMOFICARE

N. GHEORGHIU, C. MOȚOIU, V. ATHANASOVICI, C. IONESCU, FL. ALEXE, V. MUȘATESCU *

Autorii prezintă unele din preocupările și cercetările Catedrei de Centrale Electrice privind posibilitățile de a reduce în continuare consumul de energie primară în centralele termoelectrice și în rețelele de termoficare în condițiile energetice actuale în Romania.

Sînt date concluziile cu privire la adaptarea turbinelor de condensație de 100—330 MW pentru termoficarea urbană și cu privire la folosirea eficientă a turbinelor cu contrapresiune la antrenarea pompelor de alimentare a cazanelor de la CET. Deasemenea, sînt arătate condițiile de reglaj mixt îmbunătățit în rețelele de termoficare și unele posibilități de folosire a căldurii cu nivel coborît de temperatură din condensatoare.

Preocupările legate de micșorarea consumurilor de combustibil și de reducere a consumurilor proprii tehnologice în centralele termoelectrice și în instalațiile de termoficare din sistemul energetic național s-au materializat, în ultimii zece ani, în catedra Centrale electrice, prin activități integrate în ramura producerii energiei electrice termice, sub coordonarea Institutului Central de Cercetări Energetice. Ele au avut ca obiect cercetări aplicative pentru îmbunătățirea funcționării centralelor termoelectrice din țara noastră, atît sub aspectul randamentului cît și sub al siguranței în exploatare, cu recuperare cît mai avansată a unor resurse existente în mod inerent în cadrul ciclului termodinamic al actualelor instalații.

Ca urmare a acestor preocupări s-au realizat în această perioadă 20 contracte anuale cu beneficiar Ministerul Energiei Electrice și s-au finalizat cinci teze de doctorat.

În această etapă de dezvoltare a centralelor termoelectrice din țara noastră odată cu introducerea grupurilor de mare putere 100—330 MW, a atingerii presiunii aburului de 20 MPa și a temperaturii de 540°C, în cicluri cu supraîncălzire intermediară, au fost atinse performanțe ale sursei calde a ciclului față de care nu mai pot avea loc ameliorări specta-

Manuscris primit la data de 3 iulie 1981

* Prof. dr. ing.; Conf. dr. ing.; Șef lucrări dr. ing.; Șef lucrări dr. ing.; Șef lucrări dr. ing.; Șef lucrări dr. ing., Catedra Centrale electrice

culare. Orientarea îmbunătăţirilor a fost deci dirijată în privinţa folosirii cît mai eficiente a instalaţiilor pe combustibil inferior, a găsirii căilor suplimentare de livrare a căldurii prin termoficare şi a acţionării asupra sursei reci a ciclului, optimizînd condiţiile de evacuare a căldurii de condensare în mediul înconjurător.

Trecerea în termoficare a unor turbine de condensaţie a fost analizată avînd în vedere dezvoltarea termoficării urbane în vecinătatea unor centrale electrice în care sînt instalate blocuri de condensaţie de 100, 150, 200, 210 şi 330 MW folosind cărbune.

S-a pornit de la ideea preluării aburului de pe conductele dintre corpul de medie presiune (CMP) şi cele de joasă presiune (CJP) ale turbinelor, precum şi de la alte prize nereglabile existente (v. fig. 1).

Ţinînd seama de limitările cauzate de modificarea eforturilor mecanice s-au determinat puterile termice livrabile, nivelul de temperatură realizabil pentru apa fierbinte şi reducerea de putere la bornele grupurilor în diferite variante posibile de adaptare. În fig. 2 se prezintă ca exemplu diagrama variaţiei mărimilor de mai sus pentru grupul FIC de 330 MW fabricat în RSR.

Economia de combustibil determinată, ţinînd cont de regimul de livrare a căldurii în condiţiile medii din RSR şi de efectul de ansamblu datorat limitării de putere electrică se situează, pentru grupurile analizate,

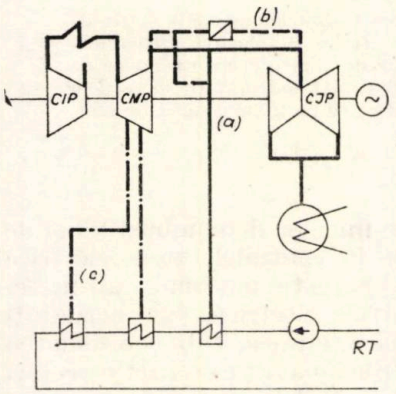


Fig. 1 Variante de prelucrarea aburului din turbine de condensaţie mari pentru termoficare urbană :
a) Extracţie nereglată între CMP şi CJP ;
b) Extracţie cu reglarea presiunii prin clapetă
c) Extracţie de la mai multe prize nereglate

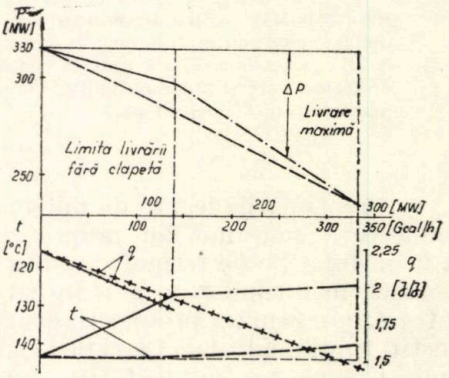


Fig. 2 Reducerea puterii electrice la borne şi nivelul termic al apei încălzite din prizele unei turbine F1C 330 în funcţie de puterea zermică livrată în termoficare

între 0,06—0,1 t.c.c/Gcal. Astfel, deci la transformarea unui grup de 330 MW pentru termoficare, se pot realiza economii anuale de 20000—40000 t.c.c. faţă de cazul livrării căldurii din centrale termice.

Reducerea de putere electrică a grupurilor, raportată la puterea termică livrată, este de 140—240 kW/MW .

Cercetarea de mai sus a stat la baza programului de adaptare a grupurilor de condensaţie în actualul plan cincinal.

O altă cercetare a urmărit *limitarea consumului de energie pentru pomparea apei de alimentare*. Prin lucrări anterioare ale catedrei s-a arătat că în RSR este avantajoasă antrenarea cu turbină cu abur de condensație, cu turație variabilă la blocurile energetice cu putere peste 150 MW, chiar în condiții de cost al combustibilului anterioare anului 1973.

Analiza a fost extinsă la centralele de termoficare cu bare colectoare pentru abur și apa de alimentare cît și la cele cu schemă bloc.

Pentru diverse studii de caz efectuate în condițiile concrete de variație anuală a debitelor de apă de alimentare necesare a fi pompate la cazane și în condițiile costurilor actuale pentru combustibil a rezultat că pompele antrenate cu ajutorul unor turbine cu abur cu contrapresiune devin eficiente de la puteri de 4 MW și mai mari. Aburul de la contrapresiune este livrat consumatorilor termici. Soluția este rațională pentru centralele de termoficare cu grupuri de 50 MW tip DSL avînd presiunea aburului 13,7 MPa, începînd de la instalații cu mai mult decît două unități.

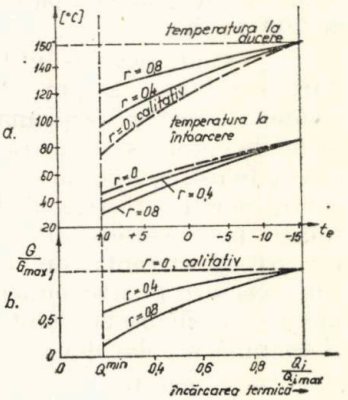


Fig. 3 Graficele de reglaj ale sarcinii termice de încălzire și apă caldă :
a) variația temperaturiilor ;
b) variația debitelor relative de apă
(indicatorul r = 0 corespunde reglajului calitativ, iar r = 0,4—0,8 reglajului mixt)

Prezența turbopompelor de alimentare are efecte pozitive prin :

— mărirea cantității anuale de energie electrică produsă în termoficare, ceea ce conduce la economii de combustibil de 2500 — 4800 t.c.c./an la două grupuri de 50 MW ;

— îmbunătățirea reglajului pompelor la debite parțiale, obținîndu-se economii de putere de pompare pînă la 10 % ;

— creșterea fiabilității instalațiilor cu ameliorarea condițiilor de funcționare insulară și de pornire a centralelor.

Reglajul cantității de căldură livrată în sistemele de termoficare cu apă fierbinte, ținînd seama de efectele asupra ansamblului sistemului format din sursă, rețea de transport și consumatori, a fost analizat pe baza unui model de calcul original și general care descrie regimul termic al apei în fiecare punct caracteristic al sistemului.

Pentru punctele termice uzuale cu prepararea apei calde în două trepte înseriate, s-au obținut graficele de reglaj de tipul celor din figura 3.

Prin aplicarea reglajului mixt în sistemele de termoficare, se reduce consumul de energie pentru pompare cu mult mai mult decît reducerea producției de energie în regim de termoficare la CET. El este cu atît mai recomandat, cu cît mărimea sarcinii termice și distanțele de transport cresc avînd largi posibilități de aplicare la transportul căldurii obținute în termoficare prin adaptarea marilor turbine de condensație.

Optimizări legate de evacuarea căldurii în mediul înconjurător și de folosire a căldurii cu potențial redus de timp. În acest sens, s-au urmărit ca principale direcții de cercetare ;

— optimizarea actualelor sisteme de răcire, mai ales la CTE de mare putere (Rovinari și Turceni) fixînd regimul de debite ;

— determinarea limitelor de competitivitate ale diferitelor sisteme de răcire, cu luarea în considerare a posibilităţii folosirii aerului ca agent de răcire. Studiile teoretice au fost însoţite de experimente pe standuri şi instalaţii pilot amplasate la centrala electrică laborator din I.P.B. A fost realizat un turn uscat, cu posibilităţi de transformare în turn hibrid, folosind integral echipamente româneşti, pentru debite de apă de pînă la 200 m^3/h;

— studierea posibilităţilor de utilizare parţială sau integrală a căldurii reziduale, de potenţial termic redus, evacuată în apa de răcire a condensatoarelor. O primă direcţie a fost legată de transformarea turbinelor de condensaţie în turbine cu vid înrăutăţit. O altă soluţie cercetată a fost folosirea apei de răcire încălzite în agricultură, pentru ameliorarea condiţiilor de creştere a plantelor. Concluziile studiului au arătat că deşi soluţia pare deosebit de avantajoasă, apar foarte multe limitări legate de investiţiile aferente, de consumul de energie înglobat în materialele care sînt necesare pentru punerea în practică a soluţiei. A fost reţinută numai ideea de încălzire cu debite parţiale de apă de răcire pe timp de primăvară şi toamnă a solariilor;

— cercetarea efectelor legate de evacuarea căldurii reziduale a ciclului în mediul înconjurător, mai ales în cazul sistemului deschis de răcire cu apă. Legat de această problemă s-au studiat, în colaborare cu ICEMENERG, limitele de folosire ale rîului Mureş, elaborîndu-se o formulă originală de formă exponenţială de modificare a temperaturii apei şi a condiţiilor limită de evitare a poluării termice.

BIBLIOGRAFIE

1. *C. Moţoiu, V. Athanasovici, H. Furtunescu, A. Leca*, Posibilităţi de reducere ale consumului de căldură şi combustibil în centralele termice industriale şi termoelectrice. Editura Tehnică, Bucureşti 1977
2. *C. Moţoiu, Fl. Alex.*, Reducerea consumului propriu tehnologic în CET prin folosirea turbopompelor de alimentare, referat a II-a Conferinţă a energeticienilor din România, 1980.
3. *V. Athanasovici*, Contribuţii privind reglarea livrării căldurii la consumatori urbani cu inerţie termică normală. Teză de doctorat, I.P.B., 1974
4. *C. Moţoiu*, Contribuţii la optimizarea părţii reci a ciclului termic în condiţiile centralelor termoelectrice din R.S.R., Teză de doctorat, I.P.B., 1974.

Research on the Reduction of Energy Consumption in Thermal Power Stations and in Cogeneration Systems

The authors show some of their concerns and researches regarding the further possibilities of reduction of the primary energy consumption in the large thermal power stations and in cogeneration heat supply systems, under Romania's today conditions.

Conclusions about the adaption of the condensing turbines of 100—330 MW for the supply of urbain heat needs and about the use of back pressure turbines for the large boiler feed pumps in cogeneration plants are given as well as data about the improved compound temperature and flow regulation in the distance heat supply systems and about the use of the condensers low temperature heat.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.: 621.311.21

CERCETĂRI PRIVIND ADITIVAREA APEI ÎN VEDEREA REDUCERII PIERDERILOR DE PRESIUNE

A. LECA, MINODORA LECA, D. IONESCU, B. NAE, CORNELIA CHIUJDEA, L. LUCA, B. NAE *

Lucrarea prezintă o sinteză a rezultatelor cercetărilor efectuate de autori, începînd din anul 1977, asupra utilizării aditivilor la micșorarea pierderilor de presiune și a energiei de pompare la curgerea apei. Au fost încercați și caracterizați aditivi polimerici românești din categoria poliacrilamidelor (Medasol), care au condus, pentru concentrații în apă de 3—20 ppm, la reduceri ale coeficientului de frecare liniară de 20—65%, în comparație cu apă fără aditiv. S-a cercetat mecanismul procesului, unele efecte secundare, factorii care îl influențează, precum și aplicarea fenomenului la transportul apei la distanță, în circuitele industriale de răcire, în instalațiile de stingere a incendiilor etc.

În contextul actualei crize energetice mondiale, reducerea consumului de energie constituie o problemă vitală pentru dezvoltarea economică și socială prezentă și în perspectivă. Acest fapt a condus la intensificarea considerabilă a cercetărilor privind metodele de micșorare a consumului de energie, între care introducerea aditivilor pentru readucerea pierderilor de presiune la curgerea lichidelor reprezintă o preocupare tehnică remarcabilă în ultimele două decenii.

Fenomenul fizic a fost descoperit în anul 1948 de către cercetătorul englez B. A. Toms [1], care a constatat experimental că, la mișcarea turbulentă a unui lichid printr-o conductă, pierderile de sarcină liniare pot fi reduse în mod substanțial prin introducerea în lichidul respectiv a unor cantități foarte mici de polimer, fenomen care a fost numit „efectul Toms". Cercetările au arătat că, pentru concentrații de aditiv de ordinul a 5—100 ppm din cantitatea de solvent, pierderile de sarcină pot fi reduse cu pînă la 65—70% față de cele corespunzătoare lichidului neaditivat [2].

Acest fenomen prezintă nu numai un aspect intrinsec deosebit de interesant, dar și importante implicații tehnico-economice. Într-adevăr, utilizarea sa conduce la reduceri substanțiale ale consumului de energie necesară pompării lichidelor sau propulsiei corpurilor solide în lichide.

Manuscris primit la data de 3 iulie 1981

* Conf. dr. ing.; Catedra Centrale electrice; Șef lucrări dr. chim., Catedra Chimie fizică; Conf. dr. ing.; Șef lucrări; Asist. dr. ing., Catedra Hidraulică și mașini hidraulice; Dr. ing.; Șef lucrări ing., Catedra Centrale electrice

El are aplicaţii în cele mai diverse domenii, între care se menţionează : alimentarea cu apă a consumatorilor industriali, transportul hidraulic al substanţelor solide, irigaţii, instalaţiile de stingere a incendiilor, sistemele urbane de canalizare, reţelele de termoficare, mişcarea navelor de suprafaţă sau submerse.

La Institutul politehnic din Bucureşti, catedra de Centrale electrice şi energetică industrială, s-a iniţiat, începînd din anul 1977, un program complex de cercetări interdisciplinare privind diversele aspecte teoretice şi experimentale ale fenomenului reducerii pierderilor de presiune cu ajutorul aditivilor. Principalele probleme studiate au fost următoarele :

— alegerea, caracterizarea fizico-chimică şi încercarea diverselor clase de aditivi utilizaţi pentru reducerea pierderilor liniare de presiune ;

— cercetări experimentale privind influenţa asupra coeficientului de frecare liniară a tipului de aditiv şi a caracteristicilor acestuia, a regimului de curgere, a concentraţiei aditivului, a prezenţei unor inhibitori de coroziune ; relaţii de calcul al coeficientului de frecare liniară la apă cu aditivi ; determinarea pierderilor locale de presiune ;

— studiul influenţei materialului şi diametrului conductelor asupra pierderilor de presiune ;

— contribuţii teoretice asupra mecanismului reducerii rezistenţei de frecare cu ajutorul aditivilor polimerici ;

— influenţa aditivilor asupra proceselor de transfer de căldură prin convecţie monofazică lichidă ;

— studiul experimental al proceselor de îmbătrînire şi de degradare mecanică şi termică a aditivilor polimerici ;

— calculul tehnico-economic al transportului apei cu aditivi prin reţele de conducte cu diverse configuraţii.

Determinările experimentale din cadrul programului de cercetare au fost efectuate pe cinci instalaţii de măsură, dintre care trei de laborator, iar două semiindustriale. La acestea se adaugă un experiment complex executat pe un circuit industrial de răcire şi măsurători pe o instalaţie de stingere a incendiilor.

Eficienţa unui aditiv polimeric este condiţionată de următoarele proprietăţi : să aibă o structură lineară a lanţului molecular, să posede o masă moleculară ridicată de 10^6 sau mai mult, să aibă o bună flexibilitate şi solubilitate.

Modul de acţiune al aditivului polimeric poate fi explicat prin următorul mecanism : la dizolvarea polimerilor în apă macromoleculele lineare cu catene foarte lungi capătă o conformaţie extinsă. În timpul curgerii lanţurile polimerice se orientează în direcţia curgerii şi formează astfel un ecran care reduce sau suprimă în mare parte curentul transversal turbulent de masă, produs de vîrtejuri, care constituie sursa majoră a pierderilor de presiune la curgerea unui lichid. În cursul acestui proces moleculele polimerice elastice exercită un efect de amortizare a curenţilor turbulenţi de frecvenţă mare. Prin reducerea frecvenţei ridicate a microvîrtejurilor se poate micşora o mare parte din pierderile de presiune, de aici rezultînd că eficienţa unui aditiv polimeric este dependentă de lungimea catenelor şi de elasticitatea acestora.

Au fost testate 18 substanțe din patru clase : polietilenoxid, poliacrilamide cu diferite grade de hidroliză și cu diferite mase moleculare, amine etoxilate, soluții coloidale și hidrolizat de colagen. Pornind de la premiza unor aditivi românești, rezultate pozitive au fost obținute în primul rînd cu poliacrilamidele (din categoria Medasol), care au condus la reduceri cu 20—65 % ale coeficientului de frecare, în comparație cu apa neadivitată. În figura 1 se arată variația coeficientului de frecare liniară f din relația Darcy-Weisbach pentru calculul pierderilor de presiune pentru o conductă din oțel, folosind ca aditiv produsul Medasol 7530.

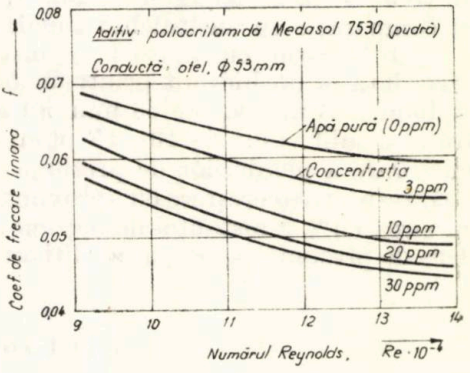


Fig. 1

Pentru determinarea pierderilor liniare de presiune la curgerea apei cu aditiv Medasol RPC se recomandă pentru calculul coeficientului de frecare liniară f relația lui Altșul modificată în forma :

$$f = f(Re, \varepsilon, C) = 0{,}11\left(\varepsilon + \frac{68}{Re}\right)^{0{,}25} g(C),$$

în care :

$$\varepsilon = k/d\,;\quad g(C) = 1 - 1{,}3512 \cdot 10^{-2}C + 1{,}5282 \cdot 10^{-4}C^2,$$

unde Re este criteriul Reynolds ; ε — rugozitatea relativă a conductei ; k — rugozitatea absolută a peretelui conductei, în mm ; d — diametrul interior al conductei, în mm ; C—concentrația aditivului, în ppm. Relația de mai sus aproximează 85 % din datele experimentale cu o abatere maximă de $\pm$ 9 %.

Pentru șase tipuri de rezistențe hidraulice locale (cot, ventil normal, ventil înclinat și vană — cu diverse grade de deschidere, mărire și reducere bruscă de secțiune de curgere) s-a constatat că valoarea coeficientului de pierderi locale de presiune ζ nu a variat cu concentrația aditivului în comparație cu apa fără aditiv. Ca atare, se apreciază că atît coeficientul ζ cît și, ca urmare, pierderile locale de presiune nu sînt influențate de prezența aditivilor polimerici.

S-a cercetat degradarea mecanică a aditivului la funcționarea de durată pe un circuit închis de apă cu aditiv. Datorită șocurilor mecanice produse de pompă are loc un proces de degradare lentă (prin fracturarea lanțurilor moleculare) care mărește treptat coeficientul de frecare peste valoare inițială corespunzătoare introducerii aditivului în circuit. Astfel, s-a constatat că dacă valoarea inițială a reducerii coeficientului f, pentru o concentrație a aditivului de 25—30 ppm, a fost de 60—65 %, după circa 50 de treceri prin pompă procesul de degradare se stabilizează, iar valoarea reducerii coeficientului f devine de ordinul 45—50 %.

Calculul tehnico-economic comparativ al unui circuit închis industrial de răcire cu lungimea de 5000 m, capacitatea de 2000 m^3 apă şi debitul pompat de 1000 m^3/h, în ipoteza folosirii unui aditiv polimeric cu concentraţia optimă de 3 ppm, indică o reducere a cheltuielilor anuale de pompare cu 27 % dacă preţul aditivului este de 10 lei/kg, cu 25 % dacă aditivul costă 20 lei/kg şi cu 23,5 % pentru costul aditivului de 30 lei/kg, în comparaţie cu cheltuielile anuale pentru apa neaditivată.

Încercările efectuate pe o instalaţie reală de stingere a incendiilor racordată la un hidrant printr-un furtun cauciucat cu lungimea de 85 m şi diametrul interior de 63 mm, au arătat că se poate obţine la o concentraţie a aditivului de 10—15 ppm, în comparaţie cu apa neaditivată, o micşorare a pierderilor de presiune cu circa 35 % pentru acelaşi debit de apă, respectiv o creştere cu aproximativ 25 % a debitului de apă şi o mărire cu circa 60 % a distanţei de acţiune a jetului de apă, pentru aceeaşi pierdere de presiune ca şi apa neaditivată.

BIBLIOGRAFIE

1. *Toms, B. A.*, „Some observations on the flow of linear polymer solutions through straight tubes at large Reynolds numbers". Proc. First Intern. Congress on Rheology, Holland, 1948. North Holland, vol. 2, p. 135—141, 1949.
2. *White, A., Hemmings, J. A. G.*, „Drag reduction by additives. Review and bibliography." BHRA Fluid Engr., Bedford, England, 1976.

Researches on Water Additivation for Pressure Loss Reduction

The paper presents a synthesis of the research results performed by the authors, begining from 1977, on the use of additives to reduce the pressure loss and pomping energy for water flow. Romanian polymer additives, of polyacrylamide type (Medasol), were tested and characterized giving, for concentrations between 3 and 20 ppm, drag reduction coefficients of 20 to 65 %, compared to pure water. The mechanism of the process, some side effects, the elements determining it, and its application to distance water transport, in industrial cooling networks, in fire extinction devices etc. have been studied.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

C.Z.: 330.2

CU PRIVIRE LA CONDIȚIA ECHILIBRULUI MACROECONOMIC

GR. GR. SPÂNU *

În acest studiu, demonstrăm de ce condiția de echilibru macroeconomic cuprinsă în modelul economic al lui J. M. Keynes nu este decît un caz particular incomplet, al celui stabilit de K. Marx, în modelul său privind reproducția lărgită.

Karl Marx este primul economist care a formulat condiția fundamentală și corelațiile de bază ale echilibrului macroeconomic. Dacă în societate se pot asigura premisele respectării acestei condiții, atunci este posibilă *realizarea* (trecerea integrală prin sfera schimbului) a produsului social, indiferent de nivelul producției.

În cadrul *tipului extensiv* al reproducției lărgite, schema logică a realizării, ținînd de seama de postulatul că un bun material poate servi fie consumului productiv (mijloc de producție) sau consumului individual (bun de consum) este următoarea:

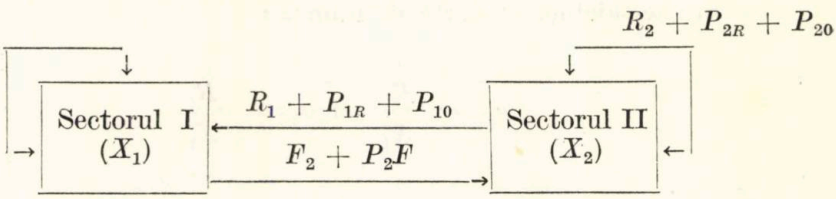


Fig. 1

X_1 — valoarea producției sectorului I (mijloace de producție);
X_2 — valoarea producției sectorului II (bunuri de consum);
F_1, F_2 — cheltuielile materiale de producție în sectoarele I și II;
R_1, R_2 — cheltuielile cu forța de muncă în sectoarele I și II;
P_{1F}, P_{2F} — partea din plusprodus destinată sporirii volumului mijloacelor de producție din sectoarele I și II;
P_{1R}, P_{2R} — idem pentru noi brațe de muncă.

Manuscris primit la data de 1 octombrie 1981
* Lector ing., Catedra Economie politică

Pentru detalierea conexiunilor din modelul economic se introduc următorii coeficienţi :

— ai sporului de mijloace de producţie

$$\alpha_{1F} = \frac{P_{1F}}{X_1} \text{ şi } \alpha_{2F} = \frac{P_{2F}}{X_2} \tag{1}$$

— ai suplimentării braţelor de muncă

$$\alpha_{1R} = \frac{P_{1R}}{X_1} \text{ şi } \alpha_{2R} = \frac{P_{2R}}{X_2} \tag{2}$$

— care exprimă contribuţia sectoarelor I şi II la consumul general al societăţii :

$$\alpha_{10} = \frac{P_{10}}{X_1} \text{ şi } \alpha_{20} = \frac{P_{20}}{X_2} \tag{3}$$

— ce exprimă cheltuielile necesare înlocuirii mijloacelor de producţie consumate :

$$a_{1F} = \frac{F_1}{X_1} \text{ şi } a_{2F} = \frac{F_2}{X_2} \tag{4}$$

— ai cheltuielilor cu forţa de muncă :

$$a_{1R} = \frac{R_1}{X_1} \text{ şi } a_{2R} = \frac{R_2}{X_2} \tag{5}$$

Modelul economic general (literar) al reproducţiei lărgite :

$$\begin{cases} X_1 = a_{1F}X_1 + \alpha_{1F}X_1 + R_1 + P_{1R} + P_{10} \\ X_2 = F_2 \quad + P_{2F} \quad + a_{2R}X_2 + \alpha_{2R}X_2 + \alpha_{20}X_2 \end{cases} \tag{6}$$

$$\begin{cases} X_1 = \dfrac{1}{1 - (a_{1F} + \alpha_{1F})} (R_1 + P_{1R} + P_{10}) \\ X_2 = \dfrac{1}{1 - (a_{2R} + \alpha_{2R})} (F_2 + P_{2F}) \end{cases} \tag{7}$$

Condiția fundamentală a echilibrului macroeconomic este:

$$R_1 + P_{1R} + P_{10} = F_2 + P_{2F} \tag{8}$$

Echilibrul macroeconomic dinamic cere ca relația (8) să fie detaliată, mai exact să fie stabilit și respectat sistemul proporțiilor economice, ceea ce practic este posibil numai într-o economie socialistă, planificată.

Dacă în sistemul (6) se divide cu X_2 (expresia valorii producției sectorului II) se obține:

$$1 = a_{2F} + \alpha_{2F} + a_{2R} + \alpha_{2R} + \alpha_{20} \text{ sau} \tag{9}$$

$$1 - (a_{2R} + \alpha_{2R} + \alpha_{20}) = a_{2F} + \alpha_{2F} \tag{10}$$

În baza relațiilor (7) și (10) se deduce:

$$\frac{X_1}{X_2} = \frac{1 - (a_{2R} + \alpha_{2R} + \alpha_{20})}{1 - (a_{1F} + \alpha_{1F})} \tag{11}$$

și

$$X_1 = \frac{a_{2F} + \alpha_{2F}}{1 - (a_{1F} + \alpha_{1F})} X_2 \tag{12}$$

Relația (12) are următoarea schemă bloc:

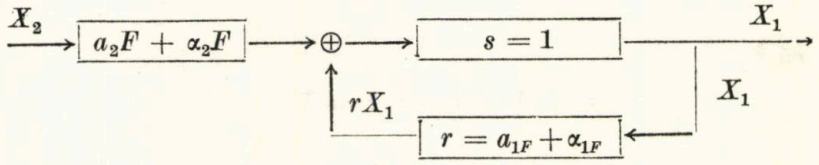


Fig. 2

În mod similar, se poate deduce și schema bloc:

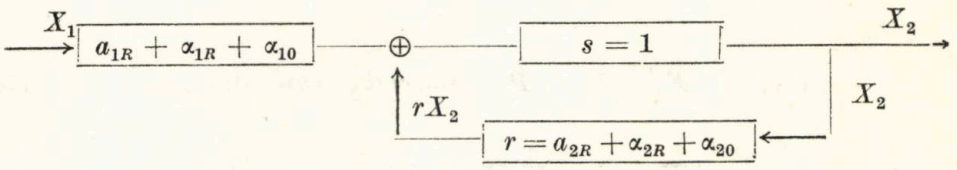


Fig. 3

Semnificația economică a schemelor bloc:

Sectorul II (fig. 2) solicită sectorului I mijloace de producție necesare pentru a înlocui pe cele consumate (a_{2F}) dar și pentru lărgirea producției

(α_{2F}). Pentru a se asigura întregul necesar de mijloace de producție ale economiei naționale, la sistemul reglat ($s = 1$) va interveni o conexiune inversă, un sistem de reglare cu operatorul ($r = a_{1F} + \alpha_{1R}$). Deși sectorul I are rolul hotărîtor în economie, pentru dezvoltarea echilibrată, trebuie să se țină seama și de măsura în care sectorul II (fig. 3) prin sistemul său de reglare (r) face posibilă păstrarea decalajului normal față de sectorul I, adică acoperă necesarul de bunuri de consum de care depinde chiar și dezvoltarea sectorului I.

Repartizarea resurselor materiale și umane ale societății, pe diferite ramuri de activitate, în vederea acoperirii nevoii sociale, este o legitate generală a societății. Dar, înfăptuirea premizelor respectării condiției fundamentale a echilibrului economic diferă de la o societate la alta și este practic posibil de realizat numai în socialism.

Problema echilibrului macroeconomic a reapărut în dezbaterea ideologică contemporană după declanșarea crizei din 1973, cea mai puternică criză postbelică cunoscută de capitalism care a pus sub semnul întrebării validitatea teoriilor keiynesiste și neokeynesiste ale echilibrului economic și a reconfirmat încă odată caracterul științific al teoriei marxiste privind ciclul de producție capitalist. De aceea, o analiză critică, chiar sumară, a condiției echilibrului macroeconomic elaborată de J. M. Kreynes prezintă interes.

Se demonstrează că această condiție este doar o reflectare parțială neconcludentă a condiției fundamentale a echilibrului macroeconomic determinată științific de Karl Marx. După J. M. Keynes, condiția echilibrului macroeconomic ar consta în identitatea dintre economiile bănești (S) și volumul investițiilor (I):

$$S \equiv I \tag{14}$$

știind că *:

$$S = Y - C \text{ iar } I = Y - C \tag{15}$$

se transcriu relațiile (15) și (16), folosindu-se conceptele modelului economic marxist:

$$Y_{(\text{Marx})} = \sum_{i=1}^{2} (R_i + P_i) \tag{16}$$

$$C_{(\text{Marx})} = F_2 + R_2 + P_2 \text{ (producția sectorului II)} \tag{17}$$

$$I_{(\text{Keynes})} = Y - C = \sum_{i=1}^{2} (R_i + P_i) - (F_2 + R_2 + P_2) \tag{18}$$

---

* $Y = C + I$, unde: Y — venitul național
C — consumul
I — investițiile

$$I_{(\text{Marx})} = (P_{1F} + P_{2F}) = \sum_{i=1}^{2} (R_i + P_i) - (F_2 + R_2 + P_2) \tag{19}$$

$$I = P_{1F} + P_{2F} = (R_1 + R_2) + (P_1 + P_2) - (F_2 + R_2 + P_2) \tag{20}$$

Deci :

$$I = R_1 + P_1 - F_2 \tag{21}$$

$$P_1 = P_{1F} + P_{1R} + P_{10} \tag{22}$$

$$P_{2F} = R_1 + P_{1R} + P_{10} - F_2 \tag{23}$$

$$F_2 + P_{2F} = R_1 + P_{1R} + P_{10} \text{ vezi relația (8)} \tag{24}$$

Condiția lui Keynes $S \equiv I$ se poate realiza, spune el, numai la un anumit nivel al producției — de folosire a brațelor de muncă (N) — la care factorii de care depinde mărimea investițiilor (I), adică raportul dintre „eficiența marginală a capitalului" și rata dobînzii, vor ajunge față de factorii care determină volumul consumului (C), respectiv „înclinația spre consum" într-o asemenea corelație care să aducă investițiile în echilibru cu diferența $Y - C$, adică cu economiile :

$$I \equiv S = Y - C.$$

Din punctul de vedere al teoriei marxiste condiția lui Keynes este o platitudine. În timp ce modelul marxist stabilește că realizarea echilibrului macroeconomic presupune stăpînirea (planificarea n.s) procesului de producere a venitului național, respectarea corelațiilor din sfera producției, Keynes ia în considerare numai o latură derivată producției și anume schimbul de mărfuri și mai precis, consumul veniturilor care este o consecință a producerii venitului național. De aceea, el este departe de adevăr, deși trebuie să recunoaștem că intuitiv a simțit importanța corelației dintre consum și investiții și rolul ei în determinarea nivelului producției și al folosirii brațelor de muncă. Măsurile propuse de Keynes s-au dovedit insuficiente, capitalismul cunoaște cel mai mare nivel al șomajului în timpul crizei din anii 1973, după ce în multe țări s-au aplicat rețetele sale.

Karl Marx a demonstrat că producția se poate desfășura la orice nivel dacă se respectă condițiile prezentate în modelul său, dar a subliniat totodată că în capitalism aceste condiții sînt mereu încălcate, avînd loc o realizare a produsului social prin „nerealizarea lui", iar pe această bază el și-a dezvoltat teoria sa asupra crizelor economice de supraproducție, a șomajului etc.

BIBLIOGRAFIE

1. *Karl Marx*, Capitalul, vol. II. Editura PMR, București 1951
2. *O. Lange*, Introducere în cibernetica economică, Editura științifică București, 1973.
3. *G. M. Keynes*, Teoria generală a folosirii mîinii de lucru, a dobînzii și a banilor. Editura științifică, București, 1970.
4. *Gr. Gr. Spânu*, Metode de analiză și calcul pentru studiul economiei politice (uz intern), litografiat I.P.B., 1979.

Sur la condition d'équilibre macroéconomique

On démontre dans cette étude que la condition d'équilibre macroéconomique contenue dans le modèle du J. M. Keynes n'est qu'un cas particulier, incomplet de celui établi par K. Marx dans son modèle de la reproduction élargie.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

CUPRINSUL SERIEI MECANICĂ PE ANUL 1981

MATEMATICĂ

Elena Tănăsescu, Al. Dănescu, St. Petrescu — Maximul intensității și al fluxului energiei radiante în atmosfera solară, nr. 1, p. 3

A. Topală — O problemă de control optimal în elasticitatea plană. nr. 2, p. 3

Z. Stoian — Cîteva consecințe ale aplicării metodei Lobacevski-Graeffe la sisteme liniare omogene de grad „n". nr. 2, p. 11

Elena Deciu — Unele exemple privind functorul de undă și teoria scatteringului pentru sisteme liniare și neliniare cu timp discret. nr. 2, p. 15.

V. Olariu — Teoria distribuțiilor și transformările integrale. nr. 4, p. 7.

Elisabeta Vasilescu — Metodele geometriei descriptive — aplicații. nr. 4, p. 11.

FIZICĂ

V. L. Fara, R. Grigorescu — Criterii tehnico-economice de alegere a variantei optime pentru instalațiile energetice solare I. nr. 3, p. 3.

I. M. Popescu, G. A. Stanciu, C. M. Stoichiță — Corecția în frecvență a unui deflector galvanometric utilizat într-un sistem de baleiaj cu fascicul laser. nr. 4, p. 17.

V. N. Constantinescu — Asupra interacțiunii fluid perfect, fluid viscos. nr. 4, p. 23.

S. Găletușe — Efectul frecării asupra vitezelor induse la o elice eoliană. nr. 4, p. 29.

Șt. Staicu — Aplicarea metodei Carafoli la studiul curgerii supersonice în jurul unei aripi cruciforme. nr. 4, p. 33.

D. Rugescu — Oscilații proprii ale combustibilului în rezervoarele adînci ale rachetelor. nr. 4, p. 39.

D. Drimer, Ioana Demetrescu, H. Gheorghiu — Asupra structurii și proprietăților electrice și mecanice a unor fibre carbon. nr. 4, p. 43.

MECANICĂ

R. Voinea, F. Simion — Determinarea amplitudinilor vibrațiilor subansamblelor principale ale unei mașini unelte. nr. 1, p. 9.

Șt. Staicu — Ciocnirea solidului supus la legături. nr. 1, p. 19.

Gh. Drăgănoiu — O definire matricială a vectorului viteză unghiulară. nr. 1, p. 29.

V. Voiculescu, Șt. Staicu — Studiul ciocnirii solidului în mișcarea de translație cu ajutorul vectorilor duali. nr. 2, p. 27.

E. Deciu — Asupra unui mediu Bingham generalizat și ecuațiile sale de mișcare. nr. 2, p. 33.

Șt. Staicu — Aripi Delta antisimetrice de ordin superior în regim supersonic. nr. 3, p. 11.

N. Enescu— Determinarea regimului electromecanic optim în funcționarea unui transportor vibrator. nr. 3, p. 21.

R. Voinea, D. Voiculescu — Asupra comportării structurilor elastice de rigidități diferite la acțiunile seismice, nr. 4, p. 47.

M. Rădoi, N. Enescu, E. Deciu — Regimul tranzitoriu al unui sistem vibrator cu un grad de libertate datorit variației amplitudinii forței perturbatoare. nr. 4, p. 57.

E. Deciu — Modele utilizate în studiul unor probleme mecanice ale deformării prin laminare. nr. 4, p. 83.

N. Enescu, T. Căsăndroiu — Aspecte ale dinamicii transportului materialelor granulare cu transportoare vibratoare elicoidale. nr. 4, p. 143.

MECANICĂ FINĂ

T. Demian, D. Tudor, I. Stiharu — Realizarea unor noi materiale cu mase plastice pentru lagăre din construcția de aparate. nr. 1, p. 33

Gh. Diaconescu, O. Donțu — Unele aspecte privind microsudura cu laser a lamelelor metalice. nr. 1, p. 39.

T. Demian, O. Donțu, V. Ruşeț — Proiectarea și realizarea unei instalații de prelucrare cu ultrasunete în mecanica fină. nr. 4, p. 113.

BIOTEHNOLOGIE

M. Nicu, Silvia Nicu — Model matematic general pentru studiul evoluției și conceptului terapeutic al unei leziuni de tip inflamator. nr. 1, p. 45.

M. Nicu, S. Peteu — Modelarea contactului condilar la articulația genunchiului. nr. 2, p. 41.

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

Gh. Zătreanu. C. Silvestru — Steaua manivelelor și unghiul dintre liniile de cilindri la motoarele în V în patru timpi cu aprinderi uniform repartizate. nr. 1, p. 49.

N. Negurescu, C. Pană, G. M. Popa — Unele considerații privind utilizarea hidrogenului la motorul cu aprindere prin scînteie. nr. 1, p. 61.

S. Minculescu, D. Taraza — Calculul procesului de schimb de gaze la motoarele în 4 timpi, cu admisie normală, nr. 1, p. 65.

Gh. Zătreanu, C. Silvestru — Echilibrajul momentelor externe produse de forțele de inerție care au rezultante în fiecare linie de cilindri la motoarele în H. nr. 2, p. 55.

T. Turcoiu — Optimizarea diametrului elementului de refulare la pompele de injecție destinate motoarelor cu aprindere prin comprimare, rapide. nr. 2, p. 65.

C. Pană — Sistem de distribuție variabilă, cu comandă hidraulică pentru motoarele cu ardere internă. nr. 3, p. 29.

N. Negurescu — Cercetări experimentale privind arderea hidrogenului în motorul cu aprindere prin scînteie. nr. 3, p. 37.

B. Grünwald, N. Apostolescu — Cercetări privind formarea amestecului în camera de ardere unitară pentru motorul diesel rapid. nr. 4, p. 131.

TERMOTEHNICĂ

Al. Dănescu, V. Radcenco, Al. Dobrovicescu — Cercetări privind optimizarea proceselor funcționale ale compresorului cu piston cu două trepte. nr. 4, p. 87.

MECANISME

N. Manolescu — Lanțurile cinematice și „Fermele Baranov" o legătură dialectică privită prin operațiile de grafizare. nr. 4, p. 67.

Cr. Pelecudi, I. Simionescu, M. Ene — Dinamica mecanismelor robot bimobile. nr. 4, p. 73.

ORGANE DE MAȘINI

Elena Miriță — Utilizarea metodei elementului finit pentru determinarea factorului de forma K_F la angrenaje. nr. 3, p. 103.

UTILAJ CHIMIC

R. Iatan — Considerații asupra calculului flanșelor inelare sudate, în faza de montaj. nr. 1, p. 101.

R. Iatan, M. Renert — Cercetări experimentale privind solicitarea prezoanelor îmbinărilor cu flanșe cu nervuri. nr. 3, p. 95.

M. Renert—Concentrări de eforturi unitare în domeniul elastoplastic de solicitări. nr. 4, p. 121.

CAZANE

C. Neaga — Influența unor parametri asupra arderii amestecului format din șist bituminos și gaz natural. nr. 2, p. 85.

M. Postelnicescu, L. Mihăescu, N. Pănoiu, I. Iordache — Cercetări teoretice și experimentale în vederea construirii unui arzător de praf de combustibil solid cu impact de jeturi (cu flacăra plată). nr. 3, p. 49.

M. Postelnicescu, N. Pănoiu, I. Iordache, C. Neaga, I. Mihăescu — Cercetări teoretice și experimentale de ardere a ligniților, cu suport termic obținut de la gaz de gazogen. nr. 4, p. 117.

AERONAVE

V. Stanciu — O metodă de calcul analitic al caracteristicii de turație a motoarelor turboreactoare. nr. 1, p. 79.

V. Stanciu — Generalizare a sistemelor de propulsie aeroreactoare, motorul turboreactor cu „n" fluxuri. nr. 2, p. 77.

V. Stanciu — Studiu privind posibilitățile de încărcare maximă a unei rețele de palete mobile de compresor axial, din punct de vedere mecanic, nr. 3, p. 59.

E. Carafoli, C. Berbente — Expansiunea conică a unui curent supersonic ca urmare a succiunii prin peretele unui con circular. nr. 4, p. 63.

M. M. Niță—Cu privire la calculul derivatelor momentelor de inerție ale avionului. nr. 4, p. 139.

N. Racoveanu — Un indice de controlabilitate. nr. 4, p. 99.

REZISTENȚA MATERIALELOR

Lu Shudao, M. Radeș — Modelarea sistemelor mecanice pe baza determinării experimentale a mobilității. nr. 3, p. 69.

D. Ștefănescu — Captoare de forță pentru măsurarea solicitărilor axiale transmise fundațiilor la acționarea întrerupătoarelor de înaltă tensiune, nr. 3, p. 77.

M. Radeș — Estimarea parametrilor modali ai structurilor cu amortizare neproporțională. nr. 4, p. 79.

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

D. Stanomir, Gh. Csapo — Fenomene de rezonanță în transductoarele magnetostrictive cu pierderi. II. Funcționarea în regim de putere. nr. 1, p. 85

F. Drăgănescu, Gh. Sindilă, Gh. Zgură — Studiul influenței jocului dintre poanson și placa activă asupra calității pieselor ștanțate. nr. 1, p. 93.

A. Szuder—Contribuții la stabilirea unei metode de determinare a prelucrabilității prin așchiere. nr. 4, p. 173.

MAȘINI UNELTE ȘI SCULE

I. Gheghea, A. Ghionea — Calculul dinamic al lanțului cinematic principal la mașinile unelte. nr. 2, p. 97.

V. Moraru — Eroarea de pas la prelucrarea roților dințate. nr. 4, p. 95.

A. Oprean, C. Minciu, I. Casmir, C. Tacorian — Algoritm pentru calculul durabilității optime a sculelor așchietoare. nr. 4, p. 103.

C. Ispas—Cercetări teoretice și experimentale asupra vibrațiilor la mașinile unelte. nr. 4, p. 155.

TEHNOLOGIA MATERIALELOR

N. Atanasiu, C. I. Ionescu — Asupra prelucrabilității prin așchiere a aliajelor de aluminiu deformabile. nr. 3, p. 85.
D. Drimer, Gh. Amza — Contribuții la îmbunătățirea calității suprafețelor pieselor prin deformare plastică în cîmp ultrasonor. nr. 4, p. 149.
S. Ionescu, C. Samoilă, V. Vulcu — O nouă teorie de proiectare a tehnologiei și calcul al amestecătoarelor cu role și pluguri utilizate în turnătorie. nr. 4, p. 161.

ENERGETICĂ

Gh. Zidaru — Calculul dinamic al hidrofoarelor de refulare ale pompelor cu piston cu acționare hidraulică. nr. 2, p. 105
Gh. Zidaru — Alegerea poziției fusului palei rotorice de turbomașina axială. nr. 3, p. 109.
D. Pavel, Gh. Zidaru, E. C. Isbășoiu. N. Vasiliu — Contribuții la calculul hidrodinamic al rotorului turbomașinilor hidraulice. nr. 4, p. 107.
Julieta Florea, D. Robescu, T. Petrovici — Cercetări teoretice și experimentale asupra echipamentelor de oxigenare a apelor. nr. 4, p. 179.
Al. Diacon, I. Seteanu, R. Popa — Optimizarea exploatării pe termen scurt a cascadelor de centrale hidroelectrice. nr. 4, p. 183.
N. Gheorghiu, C. Moțoiu, V. Athanasovici. C. Ionescu, Fl. Alexe, V. Mușatescu — Cercetări asupra reducerii consumurilor de energie la centralele termoelectrice și în sistemele de termoficare. nr. 4, p. 189.
A. Leca, Minodora Leca, D. Ionescu, B. Nae, Cornelia Chiujdea, L. Luca, N. Stan — Cercetări privind aditivarea apei în vederea reducerii pierderilor de presiune. nr. 4, p. 193.

TRANSPORTURI

I. Sebeșan — Cercetări experimentale privind fenomenul de stick-slip la locomotivele diesel cu transmisie în curent alternativ. nr. 4, p. 167.

MECANICA AGRICOLĂ

V. Buzilă — Dispozitiv tip vană cu flotor pentru controlul automat al scurgerii apei în irigație pe brazde. nr. 2, p. 47.
M. Segărceanu — Contribuții la studiul sistemelor pneumatice de separare a semințelor, nr. 4, p. 125.

ȘTIINȚE SOCIALE

Gr. Spânu — Cu privire la condiția echilibrului macroeconomic. nr. 4, p. 197.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“ BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLIII — 1981, Numărul 4

INDEX ALFABETIC DE AUTORI

Alexe Fl., *4*, p. 189
Amza Gh., *4*, p. 149
Apostolescu N., *4*, p. 131
Atanasiu N., *3*, p. 85
Athanasovici V., *4*, p. 189
Berbente C., *4*, p. 63
Buzilă V., *2*, p. 47
Carafoli E., *4*, p. 63
Casmir I., *4*, p. 103
Căsăndroiu T., *4*, p. 143
Chiujdea Cornelia, *4*, p. 193
Constantinescu, V. N., *4*, p. 2
Csapo G., *1*, p. 85
Dănescu Al., *1*, p. 3; *4*, p. 87
Deciu Elena, *2*, p. 15
Deciu E., *2*, p. 33; *4*, p. 83
Demetrescu Ioana *4*, p. 43
Demian T., *1*, p. 33; *4*, p. 113
Diacon Al., *4*, p. 183
Diaconescu Gh., *1*, p. 39
Dobrovicescu Al., *4*, p. 87
Donțu O., *1*, p. 39; *4*, p. 113
Drăgănescu F., *1*, p. 93
Drăgănoiu Gh., *1*, p. 29
Drimer D., *4*, p. 149
Ene M., *4*. p. 73
Enescu N., *3*, p. 21; *4*, p. 143
Fara V. L., *3*, p. 3
Florea Julieta, *4*, p. 179
Găletușe S., *4*, p. 29
Gheghea I., *2*, p. 97
Gheorghiu H., *4*, p. 43
Gheorghiu N., *4*, p. 189
Ghionea A., *2*, p. 97
Grigorescu R., *3*, p. 3
Grünwald B., *4*, p. 131
Iatan R., *1*, p. 101; *3*, p. 95
Ionescu C., *4*, p. 189
Ionescu C. I., *3*, p. 85
Ionesu D., *4*, p. 193
Ionescu S., *4*, p. 161
Iordache I., *3*, p. 49; *4*, p. 117
Isbășoiu E. C., *4*, p. 107
Ispas C., *4*, p. 155
Leca A., *4*, p. 193
Leca Minodora, *4*, p. 193
Luca L., *4*, p. 193
Manolescu N., *4*, p. 67
Mihăescu L., *3*, p. 49; *4*, p. 117
Minciu C., *4*, p. 103
Minculescu S., *1*, p. 65
Miriță Elena, *3*, p. 103
Moraru V.. *4*, p. 95
Moțoiu C., *4*. p. 189
Mușatescu V., *4*, p. 189
Neaga C., *2*, p. 85; *4*, p. 117
Negurescu N., *1*, p. 61; *3*, p. 37
Nicu M., *1*, p. 45; *2*, p. 41
Nicu Silvia, *1*, p. 45
Niță M. M., *4*, p. 139
Olariu V., *4*, p. 7
Oprean, A., *4*, p. 103
Pană C., *1*, p. 61; *3*, p. 29
Pănoiu N., *3*, p. 49; *4*, p. 117
Pelecudi Cr., *4*, p. 73
Peteu S., *2*, p. 41
Petrescu St., *1*, p. 3
Petrovici T., *4*, p. 179
Popa R., *4*, p. 183
Popescu I. M., *4*, p. 17
Postelnicescu M., *3*, p. 49; *4*, p. 117
Racoveanu N., *4*, p. 99
Radcenco V., *4*, p. 87
Radeș M., *3*, p. 69; *4*, p. 79
Rădoi M., *4*, p. 57
Renert M., *3*, p. 95; *4*, p. 121
Robescu D., *4*, p. 179
Rugescu D., *4*, p. 39
Ruțeț V., *4*, p. 113
Samoilă C., *4*, p. 161
Sebeșan I., *4*, p. 167
Segărceanu M., *4*, p. 125
Seteanu I., *4*, p. 183
Shudao Lu, *3*, p. 69

Silvestru C., *1*, p. 49 ; *2*, p. 55
Simion F., *1*, p. 9
Simionescu I., *4*, p. 73
Sindilă Gh., *1*, p. 93
Spânu Gr., *4*, p. 197
Staicu St., *1*, p.19 ; *2*, p. 27 ; *3*, p. 11 ; *4*. p. 33
Stan N., *4*, p. 193
Stanciu G. A., *4*, p. 17
Stanciu V., *1*, p. 79 ; *2*, p. 77 ; *3*, p. 59
Stanomir D., *1*, p. 85
Stiharu I., *1*, p. 33
Stoian Z., *2*, p. 11
Stoichiţă C. M,. *4*, p. 17
Szuder A., *4*, p. 173
Ştefănescu D., *3*, p. 77
Tacorian C., *4*, p. 103
Taraza D., *1*, p. 65
Tănăsescu Elena, *1*, p. 3
Topală A., *2*, p. 3
Tudor D., *1*, p. 33
Turcoiu T., *2*, p. 65
Vasilescu Elisabeta, *4*, p. 11
Vasiliu N., *4*, p. 107
Voiculescu D., *2*, p. 27 ; *4*, p. 47
Voinea R., *1*, p. 9 ; *4*, p. 47
Vulcu V., *4*, p. 161
Zătreanu Gh., *1*, p. 49 ; *2*, p. 55
Zgură Gh., *1*, p. 93
Zidaru Gh., *2*, p. 105 ; *3*, p. 109 ; *4*, p. 107

TEZE DE DOCTORAT SUSŢINUTE ÎN ANUL 1981

Mihail Popovici — Contribuţii la perfecţionarea mecanismelor din manometrele cu element elastic. (10.I.1981)

Clemansa Mihăilescu — Problema conlucrării între structură, fundaţie şi teren. (28.I.1981)

Uwe Buddenhagen — Influenţa soluţiei constructive a turbinei centripete asupra performanţelor energetice ale grupului de supraalimentare şi ale motorului cu piston. (31.I.1981)

Eugen Curatu — Contribuţii la calculul sistemelor optice şi al aberaţiilor geometrice reziduale. (31.I.1981)

Nguyen Van Lap — Posibilităţi de cercetare a mişcării de rotaţie a aerului cu caracteristicile jetului de combustibil la motoarele Diesel rapide cu cameră de ardere unitară în vederea reducerii de combustibil. (10.II.1981)

Nicolae Tâlvan — Perfecţionarea obturatoarelor utilizate în aparatura de fotografiat şi filmat. (14.III.1981)

Gheorghe Stanciu — Studii asupra dispozitivelor şi materialelor semiconductoare utilizînd radiaţia laser. (6.VI.1981)

Florin F. Ionescu — Contribuţii la studiul dinamicii lanţurilor cinematice ale maşinilor unelte acţionate hidrostatic cu reglare volumică continuă. (12.VI.1981)

Nguyen Hauh — Contribuţii la îmbunătăţirea metodelor de determinare a temperaturii în regim termic variabil. (11.VII.1981)

Bui Duc Nung — Contribuţii la calculul acordării motor turbosuflantă (M-GTS) pentru turbosupraalimentarea motoarelor diesel în patru timpi. (20.VII.1981).

Galo Patricio Orejuela — Contribuţii la stabilirea secţiunii optime a electrozilor tubulari în prelucrarea găurilor prin electroeroziune. (16.IX.1981)

ORSZÁGOS MŰSZAKI INFORMÁCIÓ HÖZPONTÉS KÖNYVTÁR 1883

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ

apare trimestrial, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
РАЗДЕЛ МЕХАНИКИ

Выходит четыре раза в год, являясь продолжением прежних научных периодических журналов, „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" и „Buletinul Institutului Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределах возможностей будут опубликоваться и научно-исследовательские работы специалистов извне.

Переписка, обмен периодическими изданиями и подписка производятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIES OF MECHANICS

The Bulletin is issued quarterly, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from outside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the following address.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SÉRIE MÉCANIQUE

paraît tous les trois mois, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonnements est :

Adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
ROMÂNIA
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)
Seria Mecanică

1982 SEP 9 1

LEI 20